

PAPER DETAILS

TITLE: YARI İLETKEN TEKLI ADIM KIRILMA INDISLI LAZERLERDE OLASILIK VE KAYIP
ORANLARI

AUTHORS: Mustafa TEMİZ,Mehmet ÜNAL,Özgür Önder KARAKILINÇ

PAGES: 301-308

ORIGINAL PDF URL: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/190983>

YARIİLETKEN TEKLİ ADIM KIRILMA İNDİSLİ LAZERLERDE OLASILIK VE KAYIP ORANLARI

Mustafa TEMİZ, Mehmet ÜNAL ve Özgür Önder KARAKILINÇ

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 20020, Denizli

Geliş Tarihi : 01.04.2008

Kabul Tarihi : 09.09.2008

ÖZET

Bu çalışmada, yarıiletken tekli adım kırılma indisli lazerlerde en düşük modlu çift ve tek fonksiyonlu alanda olasılık ve kayıp oranları alfa yöntemi ile teorik olarak incelenmiş ve bulunan yeni formüllerin doğrulukları nümerik olarak gerçekleştirilmiş ve karşılaştırılmıştır. En düşük modlu çift ve tek fonksiyonlu alana ilişkin sonuçların az da olsa farklı oldukları görülmüştür. Çift ve tek fonksiyonlu alana ait bu hassas farklılıkların asimetrik ve simetrik durumlarda normalize yayılım sabitleri, bunlara bağlı olarak hapsedicilik faktörleri, bölgelere ait yayılım sabitleri, dalga numaraları gibi büyüklüklere de aynı hassasiyetle yansıdığı nümerik örneklerde açıkça görülmektedir. Fakat faz sabitleri, faz hızları, efektif indis ve aktif bölgenin enerji seviyelerinin, bölgelerin kırılma indisleri aynı kaldığı sürece, değişmediği gözlenmiştir.

Anahtar Kelimeler : *Normalize frekans, Normalize yayılım sabiti, Efektif kırılma indisi.*

PROBABILITY AND LOSS RATIOS IN SEMICONDUCTOR SINGLE STEP INDEX LASERS

ABSTRACT

In this work, probability and loss ratios for least mode even and odd fields in the semiconductor single step-index lasers with alpha method are theoretically have been studied and validities of novel found formulas are confirmed and compared with each other numerically: That the results for the least mode even and odd fields are also marginally different has been seen. These accurate differences on the asymmetric and symmetric cases have reflected to the quantities, such as normalized propagation constants, confinement factors depend on them, propagation constants of the regions, wave numbers are the same accuracy, has been understood in the numerical samples clearly. But, unless the refractive indices are changed, that phase constants, phase velocities, effective indices and energy levels of active region are the same has been evaluated.

Key Words : *Normalized frequency, Normalized propagation constant, Effective refractive index.*

1. GİRİŞ

Yarıiletken adım kırılma-indisli tekli asimetrik lazerler (YİAKİTALr) üç bölgeden meydana gelir. Yarıiletken adım kırılma-indisli tekli asimetrik lazer (YİAKİTAL) için normalize yayılım sabiti (NYS)

α_a , malzemeye ilişkin yapısal bir parametre olduğundan, güç oranları ve alan olasılıkları, tek ve çift alanın her birinde, NYS α_a cinsinden ifade edilebilir. Alfaya dayalı olduğu için alfa metodu denilen bu yöntemle (Temiz, 2003), adım kırılma-indisli bir tekli asimetrik ya da simetrik lazerlerde bölgelere ait kırılma indisleri, aktif bölge genişliği

ve dalga boyunun verilmesi halinde lazere ilişkin bütün büyüklükler hesaplanabilmektedir (Temiz, 2003).

Bir YİAKİTAL Şekil 1’de verilen bir geometriye sahiptir. Uygulamada genel olarak $n_{II} > n_{III} > n_I$ alınır. $n_{II} > n_I = n_{III} = n_{I,III}$ alınırsa YİAKİTAL, yarıiletken adım kırılma-indisli tekli simetrik lazer (YİAKİTSL) adını alır. II bölgesine aktif bölge (AB), I ve III bölgelerine gömlek bölgesi (GB) denir.

Kırılma indisleri n_I , n_{II} ve n_{III} olan bir YİAKİTAL’in bölgelerine ait yayılım sabitleri (YS), “a” indisi asimetriyi temsil etmek üzere, sırasıyla

$$\alpha_{Ia} = \sqrt{\beta_{za}^2 - k_{Ia}^2}, k_{Ia} = \frac{\omega n_I}{c} = k_o n_I = \frac{2\pi}{\lambda} n_I \quad (1)$$

$$\alpha_{IIa} = \sqrt{k_{IIa}^2 - \beta_{za}^2}, k_{IIa} = \frac{\omega n_{II}}{c} = k_o n_{II} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{II} \quad (2)$$

$$\alpha_{IIIa} = \sqrt{\beta_{za}^2 - k_{IIIa}^2}, k_{IIIa} = \frac{\omega n_{III}}{c} = k_o n_{III} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{III} \quad (3)$$

ile ve bir YİAKİTSL’e ilişkin yayılma sabitleri ise

$$\alpha_{I,III} = \sqrt{\beta_{za}^2 - k_{I,III}^2}, k_{I,III} = \frac{\omega n_{I,III}}{c} = k_o n_{I,III} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{I,III} \quad (4)$$

$$\alpha_{II} = \sqrt{k_{II}^2 - \beta_z^2}, k_{II} = \frac{\omega n_{II}}{c} = k_o n_{II} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{II} \quad (5)$$

ile tanımlanır (Temiz v.d., 2008).

Elektron ve/veyâ delik yük taşıyıcıları, bir adım kırılma-indisli tekli lazer (AKİTL) geometrisinin aktif bölgesi (AB) içinde hapsedilirler. Bunların enerji durumları tek ya da çift fonksiyonlu elektrik alan ifadeleri ile temsil edilebilirler. Bir YİAKİTAL’in aktif bölgesinin en düşük modlu çift fonksiyonlu alanına ilişkin olarak

$$E_{yI} = A_I \exp[\alpha_{Ia}(x+a)], \quad (6)$$

$$E_{yII} = A_a \cos \alpha_{IIa} x = A_a \cos \frac{n\pi x}{2a}, n=1, 3, 5, \dots \quad (7)$$

$$E_{yIII} = A_{III} \exp[-\alpha_{IIIa}(x-a)], \quad (8)$$

ve aktif bölgesinin en düşük modlu tek fonksiyonlu alanına ilişkin olarak

$$e_{yI} = B_I \exp[\alpha_{Ia}(x+a)], \quad (9)$$

$$e_{yII} = B_a \sin \alpha_{IIa} x = B_a \sin \frac{n\pi x}{2a}, n=2, 4, 6, \dots, \quad (10)$$

$$e_{yIII} = B_{III} \exp[-\alpha_{IIIa}(x-a)] \quad (11)$$

alanları geçerlidir (Temiz, 2001). Bir YİAKİTSL’de (6)-(8) ifadeleri

$$E_{yI,III} = A_{I,III} \exp[\pm \alpha_{I,III}(x \pm a)], \quad (12)$$

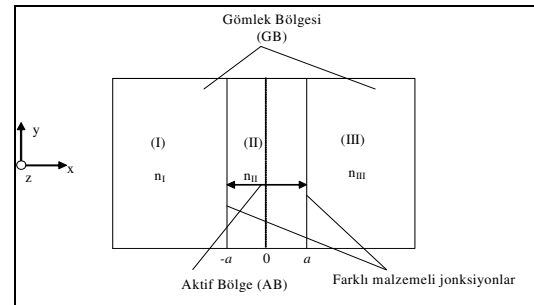
$$E_{yII} = A_{II} \cos \alpha_{II} x = A_{II} \cos \frac{n\pi x}{2a}, n=1, 3, 5, \dots \quad (13)$$

ve (9)-(11) ifadeleri

$$e_{yI,III} = B_{I,III} \exp[\pm \alpha_{I,III}(x \pm a)] \quad (14)$$

$$e_{yII} = B_{II} \sin \alpha_{II} x = B_{II} \sin \frac{n\pi x}{2a}, n=2, 4, 6, \dots, \quad (15)$$

şeklini alırlar (Temiz v.d., 2008). (12) ve (14)’deki (+) işareti I. bölge için ve (-) işareti III. bölge için alınacaktır. Burada GB’ne ait (6), (8), (9), (12) ve (14) alanlarına sönümlü (üstel) alanlar denir. Bu alanlar, taşıyıcıların AB’de hapsedilmelerini sağlar. (6)-(15) alanları Schrödinger dalga denklemini sağlamaktadırlar (Temiz ve Karakılıç, 2004).



Şekil 1. Bir YİAKİTAL’in aktif ve gömlek bölgesi.

AB’deki alan olasılıklarının 1 olması için çift fonksiyonlu alanlar için A_a ve A sabitleri,

$I_{II} = \int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx = 1$ normalize ifadesinden hareket ederek YİAKİTAL’de

$$A_a = \sqrt{\frac{2\alpha_{IIa}}{2a\alpha_{IIa} + \sin 2a\alpha_{IIa}}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{IIa}}{2\zeta_a + \sin 2\zeta_a}}, \quad (16)$$

ve YİAKİTSL’de

$$A = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2a\alpha_{II} + \sin 2a\alpha_{II}}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta + \sin 2\zeta}} \quad (17)$$

olarak, (') işareti tek fonksiyonu temsil etmek üzere, B_a ve B sabitleri, $\Gamma_{II} = \int_{-a}^a |e_{y,II}(x)|^2 dx = 1$ normalize ifadesinden hareket ederek YİAKİTAL'de

$$B_a = \sqrt{\frac{2\alpha_{IIa}}{2a\alpha_{IIa} - \sin 2a\alpha_{IIa}}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{IIa}}{2\zeta_a - \sin 2\zeta_a}}, \quad (18)$$

ve YİAKİTSL'de

$$B = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2a\alpha_{II} - \sin 2a\alpha_{II}}} = \sqrt{\frac{2\alpha_{II}}{2\zeta - \sin 2\zeta}} \quad (19)$$

olarak hesaplanırlar (Temiz, 2002; Temiz ve Karakılıç, 2003).

Bu çalışmada YİAKİTAL ve YİAKİTSL'de en düşük modlu çift ve tek alanlara ilişkin olasılık ve kayıp oranları incelenecektir.

2. YİAKİTAL VE YİAKİTSL'DEKİ NORMALİZE FREKANSLAR

Taşıyıcıların YİAKİTAL ve YİAKİTSL'de enerji öz değerlerinin sırasıyla normalize ζ_a - η_a ve ζ - η koordinat sistemlerindeki parametrik değişkenleri (absis ve ordinatları)

$$\zeta_a = \alpha_{IIa}a, \quad \eta_a = \alpha_{Ia}a, \quad \eta_{IIIa} = \alpha_{IIIa}a \quad (20)$$

ve

$$\zeta = \alpha_{II}a, \quad \eta_I = \eta = \alpha_{I}a, \quad \eta_{III} = \alpha_{III}a \quad (21)$$

ile verilir. Bir YİAKİTSL'de gömlek bölgesine ait YS'leri ve enerji öz değerlerinin ordinatları arasında, $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ olması nedeniyle, sırasıyla,

$\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$, $\eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III} = a\alpha_{I,III}$ ilişkileri vardır. Bir YİAKİTAL'de (19)'daki tanımlar dikkate alınarak (1)-(3) denklemlerinden hareket ederek,

$$V_a = \sqrt{\eta_a^2 + \zeta_a^2} \quad (22)$$

bulunur. Burada, η_a ordinatı, $\eta_a = \sqrt{(\eta_{Ia}^2 + \eta_{IIIa}^2)}/2$ geometrik ortalaması ile alındığında,

$$V_a = a\sqrt{\frac{1}{2}(2k_{IIa}^2 - k_{Ia}^2 - k_{IIIa}^2)} \quad \text{olarak hesaplanan}$$

normalize frekansta ortalamaya ilişkin çok küçük bir hata söz konudur ve bu hata bütün hesaplamalara yansır. Ancak $\eta_a = \eta_{Ia}$ alınması halinde hesaplanan

$V_a = a\sqrt{k_{IIa}^2 - k_{Ia}^2}$ için hatayı sıfırlamak mümkündür. Bu seçim durumunda YİAKİTAL'e ait normalize frekans (NF) V_a ile YİAKİTSL'e ait NF V 'nin aynı olacağına dikkat edilmelidir. Diğer taraftan $NA_I^2 = n_{II}^2 - n_I^2$ olmak üzere, $\eta_a^2 = (\eta_{Ia}^2 + \eta_{IIIa}^2)/2$ geometrik ortalaması kullanıldığında V_a yaklaşık olarak

$$V_a = (1/2)k_o a NA_I [1 + \sqrt{1 + a_p}] = k_o a NA_a, \quad (23)$$

$$NA_a = (1/2)NA_I [1 + \sqrt{1 + a_p}]$$

olur. $\eta_a = \eta_{Ia}$ alındığında ise hata ortadan kalktığı için hesaplanan NF da hatasız olur. Asimetrik faktör adını alan a_p

$$a_p = (n_I^2 - n_{III}^2)/(n_{II}^2 - n_I^2) \quad (24)$$

ile verilir (Bhattacharya, 1998). $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ ve

$\eta_a = \sqrt{(\eta_{Ia}^2 + \eta_{IIIa}^2)}/2 = \eta_{Ia} = \eta_{IIIa} = \eta$ olması dolayısıyla, (22) ifadesinin YİAKİTSL'e ilişkin,

$$V = V_a = \sqrt{\eta_a^2 + \zeta^2} = \sqrt{\eta^2 + \zeta^2} = a\sqrt{k_{II}^2 - k_{I,III}^2} = ak_o NA \quad (25)$$

olarak elde edildiğine dikkat ediniz. Burada, NA 'ya YİAKİTSL'e ait nümerik açıklık denir (Iga, 1994). Çalışmamız literatürdeki sonuçlarla uyumludur (Popescu, 2005). $\lambda = 0.5145 \times 10^{-6}$ m, $n_{I,III} = 1.55$, $n_{II} = 1.57$, $2a = 1 \mu\text{m} = 10000 \text{ Å}$ için bulduğumuz $V = 3.0506106640935$ normalize frekansı, Popescu tarafından bulunan 3.05061 değeri ile uyuşmaktadır, hatta onun bulmuş olduğu sonuçtan daha hassastır. Bulunan değerlerin ancak mantislerinde görülen bu ince hassasiyet pratik sonuçtan ziyade, kullandığımız metodun hassasiyetini vurgulamaktadır.

3. NORMALİZE YAYILMA SABİTİ, NYS α_a

NYS α_a ,

$$V_a \sqrt{1 - \alpha_a} = m\pi + \arctan \sqrt{\frac{\alpha_a}{1 - \alpha_a}} + \arctan \sqrt{\frac{\alpha_a + a_p}{1 - \alpha_a}}, \quad (26)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

formülünden hesaplanabilir (Bhattacharya, 1998). Bir YİAKİTAL'de ($n_I = n_{III} = n_{I,III}$) $a_p=0$ alınırsa elde edilen YİAKİTSL'de

$$V = (\zeta^2 + \eta^2)^{1/2} \quad (27)$$

olduğu hemen görülebilir. Bir YİAKİTSL'de NF ile NYS α arasındaki ilişki

$$V = \frac{1}{1 - \alpha} [\arctan \sqrt{\frac{\alpha}{1 - \alpha}} + m\pi], \quad m=0, 1, 2, \dots \quad (28)$$

ile bellidir (Iga, 1994). Aktif bölgedeki efektif kırılma indisi YİAKİTAL ve YİAKİTSL'de sırasıyla $n_{\text{efa}} = \beta_{za}/k_0$ ve $n_{\text{ef}} = \beta_z/k_0$ ile verilir.

4. ALAN OLASILIK (İHTİMALİYET) ORANLARI

Bir YİAKİTAL'de $\bar{R}$ ($\bar{r}$) olasılık oranı, I ve III bölgelerindeki çift (tek) fonksiyonlu bir elektrik alanında toplam sönümlü alan olasılığının, I_ℓ (I'_ℓ), aktif bölgedeki elektrik alan olasılığına oranı olarak tanımlanır:

$$\bar{R}_a = \frac{I_\ell}{I_{II}} = \frac{\frac{A_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}}}{\int_a^{-a} |E_{y,II}(x)|^2 dx} = \frac{A_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} \quad (29)$$

$$I_\ell = \int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \int_a^{\infty} |E_{yIII}(x)|^2 dx, \quad I_{II} = 2 \int_0^a |E_{yII}(x)|^2 dx,$$

$$\bar{r}_a = \frac{I'_\ell}{I'_{II}} = \frac{\frac{B_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}}}{\int_a^{-a} |e_{yII}(x)|^2 dx} = \frac{B_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} \quad (30)$$

$$I'_\ell = \int_{-\infty}^{-a} |e_{yI}(x)|^2 dx + \int_a^{\infty} |e_{yIII}(x)|^2 dx, \quad I'_{II} = 2 \int_0^a |e_{yII}(x)|^2 dx$$

Burada, (') işareti sembolik olarak tek fonksiyonu temsil etmektedir. Aynı bir lazerde çift ve tek fonksiyonlu alanlarda NYS sabiti aynı olacağı için $\alpha = \alpha'$ alınır ve dolayısıyla YİAKİTSL için (29) ve (30) ifadeleri sırasıyla

$$\bar{R} = \frac{1 - \alpha}{\eta + \alpha}, \quad (31)$$

ve

$$\bar{r} = \frac{1 - \alpha'}{\eta' - \alpha'} = \frac{1 - \alpha}{\eta - \alpha} \quad (32)$$

olarak bulunur (Temiz, 2002; Temiz ve Karakılıç, 2003).

Bir YİAKİTAL'de kayıp olasılığının giriş olasılığına oranı $\bar{K}_a$, çift fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\bar{K}_a = \frac{I_\ell}{I_{Ia}} = \left[\frac{A_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} \right] / \left[1 + \frac{A_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} \right],$$

$$I_i = I_{II} + I_\ell, \quad (33)$$

olur. Benzer şekilde YİAKİTAL için tek fonksiyonlu elektrik alanında $\bar{q}_a$ oranı,

$$\frac{I'_\ell}{I'_I} = \bar{q}_a = \left[\frac{B_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} \right] / \left[1 + \frac{B_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} \right],$$

$$I'_I = I'_{II} + I'_\ell, \quad (34)$$

ve YİAKİTSL için $\bar{q}$ oranı

$$\frac{I'_\ell}{I'_I} = \bar{q} = \frac{1 - \alpha}{1 + \eta - 2\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\bar{r}}} \quad (35)$$

olarak bulunur (Temiz, 2002; Temiz ve Karakılıç, 2003). Şekil 1'deki YİAKİTAL'de I, II ve III bölgelerinin hapsedicilik faktörleri benzer şekilde tanımlanabilir. Bunlar o bölgelerin absorpsiyon sâbitlerini verirler. Dolayısıyla, çift fonksiyonlu elektrik alanı için absorpsiyon sâbitleri, $L=1-\alpha$ olmak üzere,

$$\frac{I_I}{I_I} = F_I = \frac{A_I^2}{2\alpha_{Ia}} / \left[1 + \frac{A_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} \right] \quad (36)$$

$$\frac{I_{II}}{I_I} = F_{II} = 1 / \left[1 + \frac{A_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} \right] \quad (37)$$

$$\frac{I_{III}}{I_I} = F_{III} = \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} / [1 + \frac{A_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}}] \quad (38)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için,

$$\frac{I'_I}{I_I} = F'_I = \frac{B_I^2}{2\alpha_{Ia}} / [1 + \frac{B_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}}] \quad (39)$$

$$\frac{I'_{II}}{I_I} = F'_{II} = 1 / [1 + \frac{B_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}}] \quad (40)$$

$$\frac{I'_{III}}{I_I} = F'_{III} = \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} / [1 + \frac{B_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}}] \quad (41)$$

ifâdeleri kolayca bulunabilir (Temiz, 2002). F_i , $i=1, 2, 3$, olmak üzere, hapsedicilik faktörü, i. bölgenin modal hapsediciliğinin bir ölçüsüdür. Görüldüğü gibi, modal hapsediciliğin ölçüsü birimsizdir. $\bar{K}_a + F_{II} = 1$ ve $\bar{q}_a + F'_{II} = 1$ olur (Temiz, 2002; Temiz ve Karakılıç, 2003).

YİAKİTSL'de çift ve tek fonksiyonlu alanlarda I ve III bölgelerdeki hapsedicilik faktörleri için

$$\Gamma_I = \Gamma_{III} = \Gamma_{I,III} = \frac{1}{2} \bar{K}, \quad \Lambda_I = \Lambda_{III} = \Lambda_{I,III} = \frac{1}{2} \bar{q} \quad (42)$$

elde edilir. Bu sonuç, AB'den I ve III gömlek bölgelerine geçen kayıp yüzdesinin YİAKİTSL'de eşit olarak paylaşıldığını gösterir ki, bu da bu bölgelerin kırılma indislerinin eşit olmasından kaynaklanır.

YİAKİTSL'de i. bölgenin modal hapsedicilik büyüklükleri, çift fonksiyonlu bir alan için Γ_j , $j=I, II, III$, ile ve tek fonksiyonlu bir alan için Λ_j , $j=I, II, III$, ile temsil edilebilir. Bu suretle bir YİAKİTSL'de için AB'de (37) ve (40) ifadeleri, çift ve tek fonksiyonlu alanlarda

$$\Gamma_{II} = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta} = \frac{\bar{K}}{1 + \bar{K}} = \frac{1}{1 + \bar{K}}, \quad (43)$$

$$\Lambda_{II} = \frac{\eta - \alpha}{1 + \eta - 2\alpha} = \frac{1}{1 + r} = 1 - \bar{q} = \frac{\bar{q}}{r} \quad (44)$$

olarak bulunur. Burada da

$$\bar{K} + \Gamma_{II} = 1, \quad \bar{q} + \Lambda_{II} = 1 \quad (45)$$

olduğu gösterilebilir (Temiz, 2002; Temiz ve Karakılıç, 2003).

5. ALAN KAYIP GÜÇ ORANLARI

Bir YİAKİTAL'de R_a (r_a) güç oranı, I ve III bölgelerindeki çift (tek) fonksiyonlu bir elektrik alanında toplam sönümlü alan gücünün, P_t (P'_t), aktif bölgedeki alan gücüne oranı olarak tanımlanır:

$$\frac{P_{t,III}}{P_t} = \frac{P'_t}{P_t} = R_a \quad (46)$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{yI}(x)H_x(x) - E_{yI}(x)H_x(x)] dx + \int_a^{\infty} [E_{yIII}(x)H_x(x) - E_{yIII}(x)H_x(x)] dx}{\int_{-a}^a [E_{yII}(x)H_x(x) - E_{yII}(x)H_x(x)] dx}$$

Bu oranı alanın modülü cinsinden bulmak için, $E_x=0$ alınabilir ve

$$\frac{P_t}{P_{II}} = R_a = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [E_{yI}(x)H_{yI}(x)^*] dx + \int_a^{\infty} [E_{yIII}(x)H_{yIII}(x)^*] dx}{\int_{-a}^a [E_{yII}(x)H_{yII}(x)^*] dx} \quad (47)$$

olarak yazabiliriz. Bu, diğer taraftan $Z = -E_y/H_x \rightarrow H_x = -E_y/Z$ olduğundan, sırf E_y cinsinden olmak üzere,

$$R_a = \frac{\frac{1}{Z^{e_{yII}}} \int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \frac{1}{Z^{e_{yIII}}} \int_a^{\infty} |E_{yIII}(x)|^2 dx}{\frac{1}{Z^{e_{yII}}} \int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx} \quad (48)$$

ya da TE modunda çift alan için,

$$Z^{e_{yII}} = Z^{e_{yIII}} = Z^{e_{yII,III}} = \frac{\omega \mu_0}{\beta_{za}} \quad \text{olması nedeniyle}$$

(Temiz, 2003).

$$R_a = R = \frac{I_I + I_{III}}{I_{II}} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \int_a^{\infty} |E_{yIII}(x)|^2 dx}{\int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx} = \frac{\frac{A_I^2}{2\alpha_I} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{III}}}{\frac{A_{II}^2}{2\alpha_{II}}} \quad (49)$$

$$I_I = \int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx, \quad I_{II} = \int_{-a}^a |E_{yII}(x)|^2 dx, \quad (50)$$

$$I_{III} = \int_a^{\infty} |E_{yIII}(x)|^2 dx$$

ya da AB'de yapılan (5)'deki normalizasyon dolayısıyla

$$\bar{R}_a = \frac{I_\ell}{I_{II}} = \frac{A_1^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{A_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} = \frac{I_\ell}{I_{II}} = I_\ell \quad (51)$$

olur ki, bu sonuç YİAKİTAL'de $\bar{R}_a$ olasılık oranının AB'den gömlek bölgelerine toplam kaçak olasılığını verir. $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ için

$E_{yI}=E_{yIII}=E_{yI,III}$ 'den hareket ederek $I_{I,III} = \int_a^\infty |E_{yI,III}|^2 dx$ alınırsa, R_a bir YİAKİTSL için

$$\bar{R} = \frac{I_\ell}{I_{II}} = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} \rightarrow I_\ell = \frac{A_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha} \quad (52)$$

olarak bulunur. $V > \pi/2$ (Bhattacharya, 1998) halinde benzer yol izlenerek asimetrik bir dalga kılavuzunda ayrıca tek fonksiyonlu elektrik alanı için bulunan r_a oranı ise

$$r_a = \frac{\frac{1}{Z_1^0} \int_{-\infty}^{-a} [e_{yI}(x)e_{yI}^*(x)] dx + \frac{1}{Z_3^0} \int_a^\infty [e_{yIII}(x)e_{yIII}^*(x)] dx}{\frac{1}{Z_2^0} \int_{-a}^a [e_{yII}(x)e_{yII}^*(x)] dx} \quad (53)$$

$$= \frac{\frac{1}{Z_1^0} \int_{-\infty}^{-a} [e_{yI}(x)]^2 dx + \frac{1}{Z_3^0} \int_a^\infty [e_{yIII}(x)]^2 dx}{\frac{1}{Z_2^0} \int_{-a}^a [e_{yII}(x)]^2 dx}$$

$$\Gamma_I = \int_{-\infty}^{-a} [e_{yI}(x)]^2 dx, \quad \Gamma_{II} = \int_{-a}^a [e_{yII}(x)]^2 dx, \quad (54)$$

$$\Gamma_{III} = \int_a^\infty [e_{yIII}(x)]^2 dx$$

veyâ

$$Z_{yI}^0 = Z_{yII}^0 = Z_{yIII}^0 = Z_{za}^0 = \frac{\omega\mu_0}{\beta_{za}} \quad (\text{Temiz, 2003})$$

olduğundan,

$$r_a = \frac{\Gamma_I + \Gamma_{III}}{\Gamma_{II}} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} [e_{yI}(x)]^2 dx + \int_a^\infty [e_{yIII}(x)]^2 dx}{\int_{-a}^a [e_{yII}(x)]^2 dx} = \frac{\frac{B_I^2}{2\alpha_I} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{III}}}{\frac{B_{II}^2}{2\alpha_{II}}} \quad (55)$$

ya da

$$r_a = \frac{\Gamma_I + \Gamma_{III}}{\Gamma_{II}} = \frac{\frac{B_I^2}{2\alpha_I} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{III}}}{\frac{a}{\int_{-a}^a [E_{yII}(x)]^2 dx}} = \frac{B_I^2}{2\alpha_{Ia}} + \frac{B_{III}^2}{2\alpha_{IIIa}} \quad (56)$$

bulunur. $n_I = n_{III} = n_{I,III}$ için $e_{yI}=e_{yIII}=e_{yI,III}$ alındığında, bir YİAKİTSL için

$$\bar{r} = \frac{B_{I,III}^2}{\alpha_{I,III}} = \frac{1-\alpha}{\eta-\alpha} \quad (57)$$

olarak elde edilir. Sonuç olarak bir AKİTL'de alan güç kaybı alan kayıp olasılığına eşittir.

6. NÜMERİK DOĞRULAMA

Örnek olarak YİAKİTAL ve YİAKİTSL'de $\lambda=1.55\text{nm}$, $a=10 \text{ Å}$, $n_I=5.265$, $n_{II}=5.269$ ve $n_{III}=5.263$ için hesaplanan normalize frekans, bölgelerin yayılım sabitleri, dalga numaraları, alanların olasılık oranları ve hapsedicilik faktörleri, aktif bölgedeki faz sabiti, efektif kırılma indisi, empedans, ayrıca çukur içinde $n=1$ için enerji değerleri, Poynting gücü değerleri Tablo 1'de görülmektedir. $V < \pi/2$ olduğu için verilen bu örnekte tek fonksiyonlu çözüm yoktur.

Tablo 2'de $\lambda=1.55 \text{ nm}$, $a=10 \text{ Å}$, $n_I=n_{III}=5.24628709078381$, $n_{II}=5.26943567971235$, $V=1.99999999999993$ elde edilir. YİAKİTSL'e ait bu örnekte $V > \pi/2$ olduğu için bir adet çift fonksiyonlu ve bir adet tek fonksiyonlu çözüm vardır. Her iki çözüm için NYS $\alpha=0.73484373294553$ aynıdır. Bu örnekte de çift ve tek alanlara ait normalize frekanslar, olasılık oranları, bölgelerin yayılma sabitleri ve dalga numaraları, faz hızları, faz sabitleri, hapsedicilik faktörleri, enerji değerleri, Poynting gücü değerleri incelenmiştir. Her iki tip YİAKİTAL ve YİAKİTSL'de $\alpha=\eta^2/V^2=\sin^2\zeta$ geçerlidir.

YİAKİTAL'in bölgelerinde çift (Tablo 1'de yalnız çift fonksiyonlu çözüm örneği vardır) ve tek fonksiyonlu çözümde, sırasıyla $F_I+F_{II}+F_{III}=1$, $F'_I+F'_{II}+F'_{III}=1$, aktif bölgesinde $K_a+F_{II}=1$, $q'_a+F'_{II}=1$; YİAKİTSL'in bölgelerinde $\Gamma_I+\Gamma_{II}+\Gamma_{III}=1$, $\Lambda_I+\Lambda_{II}+\Lambda_{III}=1$ ve aktif bölgesinde $\bar{K}+\Gamma_{II}=1$, $\bar{q}+\Lambda_{II}=1$ eşitlikleri geçerlidir. ($F_I+F_{II}+F_{III}=1$, $K_a+F_{II}=1$, $\Gamma_I+\Gamma_{II}+\Gamma_{III}=1$ ve $\bar{K}+\Gamma_{II}=1$ eşitlikleri Tablo 1'den; $\Gamma_I+\Gamma_{II}+\Gamma_{III}=1$ ve $\bar{K}+\Gamma_{II}=1$, $\Lambda_I+\Lambda_{II}+\Lambda_{III}=1$ ve $\bar{q}+\Lambda_{II}=1$ eşitlikleri ise Tablo 2'den gösterilebilir.)

Tablo 1. YİAKİTAL'de $\lambda = 1.55$ nm, $a=10$ Å, $n_I=5.265$, $n_{II}=5.269$ ve $n_{III}=5.263$ için hesaplanmış büyüklükler.

Büyüklük	Sembol	Değer	Sembol	Değer
NF	V_a	0.832098660447801	V	0.832098660447801
NYS	α_a	0.374213472759047	α	0.374213472759047
Yayılım sabiti	α_{Ia} (1/m)	$5.090196318455555 \times 10^8$	$\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ (1/m)	$5.090196318454843 \times 10^8$
Yayılım sabiti	α_{IIa} (1/m)	$6.582455431788657 \times 10^8$	α_{II} (1/m)	$6.582455431788845 \times 10^8$
Yayılım sabiti	α_{IIIa} (1/m)	$7.778803823714714 \times 10^8$	$\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ (1/m)	$5.090196318454843 \times 10^8$
Dalga numarası	k_{Ia} (1/m)	$2.134256170471001 \times 10^{10}$	$k_I = k_{III} = k_{I,III}$ (1/m)	$2.134256170471001 \times 10^{10}$
Dalga numarası	k_{IIa} (1/m)	$2.135877637647047 \times 10^{10}$	$k_{II}^{(2)}$ (1/m)	$2.135877637647047 \times 10^{10}$
Dalga numarası	k_{IIIa} (1/m)	$2.135877637647047 \times 10^{10}$	$k_I = k_{III} = k_{I,III}$ (1/m)	$2.134256170471001 \times 10^{10}$
E. kırılma indisi	n_{efa}	5.26649720961553	n_{ef}	5.26649720961553
Faz sabiti	β_{za}	$2.134863089532812 \times 10^{10}$	β_z	$2.134863089532812 \times 10^{10}$
E _I enerjisi	E_{Ia} (eV)	84.62424518716327	E_I (meV)	84.62424518716327
Olasılık oranı	$\bar{R}_a = I_r / I_{II}$	0.58607454801792	$\bar{R} = I_r / I_{II}$	0.70851797105261
Olasılık oranı	$\bar{K}_a$	0.36951261133994	$\bar{K} = I_r / I_{Ia}$	0.41469740620644
Zeta	ζ_a	0.65824554317887	ζ	0.658245543178866
Eta	η_a	0.509019631845556	η	0.509019631845556
Empedans	$Z_{yxII}^{TE} (\Omega)$	13.59212631575098	$Z_{yxII}^{TE} (\Omega)$	13.60860517189717
H. Faktörü	F_I	0.22335582269388	$F_I = F_{III} = F_{I,III}$	0.20734870310322
H. Faktörü	F_{II}	0.63048738866006	F_{II}	0.58530259379356
H. Faktörü	F_{III}	0.14615678864606	$F_I = F_{III} = F_{I,III}$	0.20734870310322
Faz Hızı	v_a (m/s)	$5.696385815077663 \times 10^7$	v (m/s)	$5.696385815077663 \times 10^7$
P.vek.değeri	S_a (nW/nm ²)	0.02120028973998764	S (nW/nm ²)	0.02120028973998764
Genlik	A_I (V/m)*	$1.899077557081782 \times 10^4$	$A_I = A_{III} = A_{I,III}$	$1.899077557081782 \times 10^4$
Genlik	A_{III} (V/m)	$1.899077557081782 \times 10^4$	$A_I = A_{III} = A_{I,III}$	$1.899077557081782 \times 10^4$

*Örnekte YİAKİTAL ve YİAKİTSL için NYS sabiti aynı olduğu için $A_I = A_{III} = A_{I,III}$ aynı değerdedir.Tablo 2. YİAKİTSL'de $\lambda = 1.55$ nm, $a=10$ Å, $n_I = n_{III} = 5.24628709078381$, $n_{II} = 5.26943567971235$ için hesaplanmış büyüklükler.

Büyüklük	Sembol (Çift f)	Değer	Sembol (Tek f.)	Değer
NF	V	1.99999999999993	V	1.99999999999993
NYS	α	0.73484373294553	α	0.73484373294553
Yayılım sabiti	$\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ (1/m)	$1.714460536665083 \times 10^9$	$\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ (1/m)	$1.714460536665165 \times 10^9$
Yayılım sabiti	α_{II} (1/m)	$1.029866529322033 \times 10^9$	α_{II} (1/m)	$1.029866529322026 \times 10^9$
Yayılım sabiti	$\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ (1/m)	$1.714460536665083 \times 10^9$	$\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ (1/m)	$1.714460536665165 \times 10^9$
Dalga num.	$k_I = k_{III} = k_{I,III}$ (1/m)	$2.126670578455404 \times 10^{10}$	$k_I = k_{III} = k_{I,III}$ (1/m)	$2.126670578455404 \times 10^{10}$
Dalga num.	k_{II} (1/m)	$2.136054247735259 \times 10^{10}$	k_{II} (1/m)	$2.136054247735259 \times 10^{10}$
Dalga num.	$k_I = k_{III} = k_{I,III}$ (1/m)	$2.126670578455404 \times 10^{10}$	$k_I = k_{III} = k_{I,III}$ (1/m)	$2.126670578455404 \times 10^{10}$
E. k. indisi	n_{ef}	5.26330760504941	n_{ef}	5.26330760504941
Faz sabiti	β_z	$2.133570129755679 \times 10^{10}$	β_z	$2.133570129755679 \times 10^{10}$
E _I enerjisi	E_I (eV)	84.61823501571689	E_I (eV)	84.61823501571689
Olasılık oranı	$\bar{R} = I_r / I_{II}$	0.10825778991391	$\bar{r} = I_r / I_{II}$	0.27067345726172
Olasılık oranı	$\bar{K}$	0.09768285943861	$\bar{q} = I_r / I_{Ia}$	0.21301574823560
Zeta	ζ	1.02986652932203	ζ'	1.02986652932203
Eta	η	1.71446053666508	η'	1.71446053666508
Empedans	$Z_{yxII}^{TE} (\Omega)$	13.60860517189717	$Z_{yxII}^{TE} (\Omega)$	13.60860517189717
H. Faktörü	$\Gamma_I = \Gamma_{III} = \Gamma_{I,III}$	0.04884142971931	$\Lambda_I = \Lambda_{III} = \Lambda_{I,III}$	0.10650787411780
H. Faktörü	Γ_{II}	0.90231714056139	Λ_{II}	0.78698425176440
H. Faktörü	$\Gamma_I = \Gamma_{III} = \Gamma_{I,III}$	0.04884142971931	$\Lambda_I = \Lambda_{III} = \Lambda_{I,III}$	0.10650787411780
Faz Hızı	v (m/s)	$5.699837868343318 \times 10^7$	v (m/s)	$5.699837868343318 \times 10^7$
P.vek.değeri	S (nW/nm ²)	0.02571823401707308	S (nW/nm ²)	0.02571823401707290
Genlik	$A_I = A_{III} = A_{I,III}$ (V/m)	$1.362364520214661 \times 10^4$	$B_I = B_{III} = B_{I,III}$ (V/m)	$3.586188642311359 \times 10^4$

7. SONUÇ

Bu çalışmada YİAKİTAL ve YİAKİTSL'de en düşük modlu çift ve tek alanlara ilişkin alan kayıp güç oranlarının alan olasılık oranlarına eşit olduğu gösterilmiştir. Olasılık ve kayıp oranlarına ait yeni formüller üretilmiş, incelenmiş ve bulunan sonuçların doğrulukları nümerik olarak gösterilmiştir. Bunun için önce NYS elde edilmiş, hapsedicilik faktörleri ve bölgelere ait olasılık ve kayıp oranları NYS'leri cinsinden bulunmuş ve bölgelerin yayılma sabitleri, dalga numaraları hesaplanmıştır. Sonuçta en düşük modlu tek ve çift alanlara ait bu büyüklükler arasındaki hassas farklar nümerik örneklerle ortaya konmuştur. Bu hassas farklar bilhassa 8 rakamlı mantislerde görülebilmektedir. Rakamlar arasında görülen çok küçük farklar, pratik sonuçlara etkisinden ziyade, kullanılan hesaplama yönteminin hassasiyetini vurgulamaktadır. Bununla beraber, sonuçlar incelendiğinde aynı kırılma indisli YİAKİTAL ve YİAKİTSL'de, kırılma indislerinin değişmediği sürece, AB'ye ait faz hızları, faz sabitleri, efektif indisler ve E_1 enerjilerinin de değişmediği görülmüştür.

8. KAYNAKLAR

- Bhattacharya, P. 1998. Semiconductor Optoelectronic Devices, Prentice Hall.
- Iga, K. 1994. Fundamentals of Laser Optics, Plenum Press, New York.
- Popescu, V. A. 2005. Determination of Normalized Propagation Constant for Optical Waveguides by

Using Second Order Variational Method, Journal of Optoelectronics and Advanced Materials. October 2005. 7 (5), 2783-2786.

Temiz, M. 2001. The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes, Laser Physics. 11 (3), 297-305.

Temiz, M. 2002. Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices Laser Physics. 12 (7), 989-1006.

Temiz, M. 2003. The Review of Electromagnetic Fields and Powers in terms of Normalised Propagation Constant on the Optical Mode Inside Waveguide on the Heterojunction Constructions, Laser Physics. 13 (9), 1123-1137.

Temiz, M. ve Karakılıç, Ö.Ö. 2004. Yarıiletken Kuantum Çukurunda Elementer Modlarda Temel Parametreler ve Bazı Normalize Frekanslarda Enerji Özdeğer Noktaları, Hava Harp Okulu, Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü. 1 (4), 61-73.

Temiz, M. and Karakılıç, Ö.Ö. 2003. A Novel Procedure and the Parameters for Design of Symmetric Quantum Wells in Terms of Normalized Propagation Constant as a Model α in the Single Mode, Journal of Aeronautics and Space Technologies. 1 (2).

Temiz, M., Karakılıç, Ö.Ö. and Ünal, M. 2008. A novel Theoretical Procedure to Determine Absorption and Gain Coefficients in a Symmetric Single Step-Index Quantum Well Laser, Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences (Elektrik). 16 (1).