

PAPER DETAILS

TITLE: KOMPOZIT MALZEMEDEN YAPILMIS MAKINE PARCALARININ SIKI GEÇME DURUMUNDA GERİLME ANALIZI

AUTHORS: Muzaffer TOPCU, Harun KARAKAYA

PAGES: 699-707

ORIGINAL PDF URL: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/191514>

KOMPOZİT MALZEMEDEN YAPILMIŞ MAKİNE PARÇALARININ SIKI GEÇME DURUMUNDA GERİLME ANALİZİ

Muzaffer TOPCU, Harun KARAKAYA

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Çamlık/Denizli

ÖZET

Güç ve hareket iletiminde mil-kasnak sistemleri değişik şekillerde birleştirilebilirler. Bunlardan birisi de sıkı geçmedir. Bu çalışmada sıkı geçme durumunda oluşan iç basıncı etkisindeki kasnak (kalın cidarlı silindir) ele alınıp analitik ve sonlu elemanlar metodu ile incelenmiştir. Bu inceleme kasnaktaki iç çap (d) ve dış çap (D)'nin birbirine göre oranı değiştirilerek gerilme dağılımındaki değişimler, (d/D) oranı yanında farklı sıkılıklarda meydana gelen gerilmeler hesaplanarak optimum sıkılık aralığı araştırılmıştır. Çözüm yöntemi olarak dört düğümlü isoparametrik sonlu elemanlar kullanılmıştır. Bulunan sonuçlar analitik çözümle kontrol edilmiştir. Günümüzde uzay ve otomobil sanayinden gıda sanayine kadar kullanımı yaygınlaşmış olan metal matrixli kompozit malzemeden (çelik-Alüminyum) yapılmış kasnaklar için 0 ve 90 derece takviye durumları ve muhtelif sıkılıklarda çözümler yapılip izotrop malzeme ile mukayese yapılmış, kompozitlerde sıkı geçme durumu araştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler : Sıkı geçme, Sonlu Elemanlar, Kalın cidarlı silindir

STRESS ANALYSIS UNDER PRESS - FIT CONDITION IN THE MACHINE ELEMENT MADE OF COMPOSITE MATERIALS

ABSTRACT

Transfer of the power and motion, shaft-pulley systems is combined different forms. One of them is press fit. In this study, under the inner pressure occurred at the press-fit condition pulley was investigated by the analytic and finite elements methods. In this investigation, the diameter at the shaft (d) and outer diameter (D) ratio was changed with respect to each other in order to investigate stress distribution change. In addition to d/D ratio, computing occurring of stress at the different tightness, the optimum tightness gap was investigated. The four-node isoparametric finite element is used as the solution method. Found result controlled with analytic solution. Now, from the space and automobile industry to food industry the widespread usage for the pulley that is made from metal matrix composite material (steel-aluminium) 0 and 90 degrees reinforcement condition and various tightness solution was made, the press fit condition at the composite was investigated.

Key Words : Press-fit, Finite element methods, Thick-walled

1. GİRİŞ

Sıkı geçme, bir kasnağı (dişli vb.) bir mile yalnız aradaki sürtünmeden faydalananarak bağlamaktır. Mil-Göbek bağlantıları, makine dizaynında özellikle güç aktarma organlarında çok sık kullanılır.

Mil ve göbek malzemesinin elastikiyeti yüzünden birbirlerine geçerlerken yüzey basıncı düzgün olarak dağılır. Bu bağlamalar gerek eksenel ve gerekse çevresel kuvvetleri karşılar. Sıkı geçmede milin minimum çapı, deliğin maksimum çapından daha büyütür. Başka bir deyişle mil toleransının alt sınırı delik toleransının üst sınırından daha büyütür.

Bu problem çeşitli araştırmacılar tarafından ele alınıp incelenmiştir.

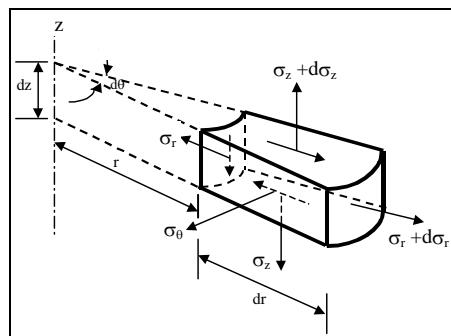
Gerilme ve şekil değiştirmelerin küresel koordinatlardan bağımsız olduğu farzedilerek kalın cidarlı kompozit millerde radyal gerilmeler hesaplanmıştır (Tutuncu, 1995). Diğer bir çalışma da lineer elastik denklemelere dayalı bir yaklaşımla uzun bir silindirde artık gerilmeler araştırılmıştır (Cheng ve ark., 1992). Kalın cidarlı silindirlerde artık gerilmelerin zararlı etkileri tespit edilmiştir (Stark ve ark., 1994). Sonlu elemanlar metodu kullanılarak kalın cidarlı bağlantılı silindirlerin birleşme yerlerinde gerilme analizini yapmışlardır (Moini ve Mitchell 1991). Kompozit makine elemanlarında gerilme analizi ve boyutlandırma konusu incelenmiştir (Topcu ve ark., 1995). Periyodik eksenel yüze maruz sıkı geçmeli bir şaftın gerilme analizi araştırılmıştır (Dobromitski, Smith. 1986).

Bu çalışmada sıkı geçme problemi ele alınarak muhtelif sıkılıklarda d/D oranı değişikçe gerilmelerin değişimi dört düğümlü eksenel simetrik sonlu elemanlar ile incelenmiş ve optimum sıkılık araştırılmıştır. Ayrıca metal matriksli (Çelik/Alimunyum) kompozit malzemeden yapılmış makine elemanlarında çözümler yapılp izotrop (çelik) ile kompozit malzemedeneki çeşitli takviye açılarında meydana gelen gerilmeler ile sıkılık derecesi karşılaştırılmıştır. Yapılan sonlu eleman çözümlerinin doğruluğu analitik çözümler yapılarak araştırılmıştır.

2. PROBLEMIN MATEMATİK MODELİ

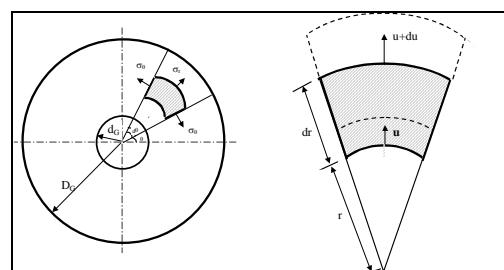
Üç boyutlu simetrik yüklenmiş dönel cisimler iki boyutlu problemlere indirgenebilir. Burada gerilmeler ve şekil değiştirmeler (θ) dönme açısından bağımsızdır. Dolayısıyla problem Şekil 1'de görüldüğü gibi z ekseni etrafındaki toplam simetriden dolayı r , z koordinat sisteminde ele alınabilir (Timoshenko ve Goodier, 1951; İnan, 1969). Çözümde kolaylık olması için şeclin geometrisine uygun kutupsal koordinatlar kullanılmaktadır. Bir sektör elemanı çıkartılıp bunun üzerinde denge denklemleri yazılsa,

$$\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad (1)$$



Şekil 1. Birim eleman

denge denklemleri elde edilir. Yalnız bu denklem bilinmeyenlerin bulunması için yeterli değildir. Çünkü σ_r ve σ_θ olmak üzere iki bilinmeyen vardır. Bunun için ilave olarak şekil değiştirme ve deformasyon bağıntısı yazılır. Şekil 2'de görüldüğü üzere (dr) uzunluğunda bir kutupsal eleman alınıp bu eleman radyal yönde (u) kadar yer değiştirirse dış yüzeyde (du) kadar diferansiyel artışı olur.



Şekil 2. Kalın cidarlı silindirlerde gerilmelerin gösterimi

Radyal birim uzama,

$$\varepsilon_r = \frac{u + du - u}{dr} = \frac{du}{dr} \quad (2)$$

Teğetsel birim uzama,

$$\varepsilon_\theta = \frac{(r + u)d\theta - r d\theta}{r d\theta} = \frac{u}{r} \quad (3)$$

Bu değerler gerilme şekil değiştirme bağıntısında yerine konulup elde edilen ifadeler de denge denkleminde yerine yazılırsa diferansiyel denklem

$$r^2 \frac{d^2 u}{dr^2} + r \frac{du}{dr} - u = 0 \quad (4)$$

şeklinde tek bilinmeyenli birinci dereceden adi diferansiyel denkleme dönüşür.

şeklinde tanımlanabilir. Bu ifade matris formunda,

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{q} \quad (19)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6 \ q_7 \ q_8]^T \quad (20)$$

koordinatlar ise

$$\mathbf{r} = \mathbf{N}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + \mathbf{N}_2 \cdot \mathbf{r}_2 + \mathbf{N}_3 \cdot \mathbf{r}_3 + \mathbf{N}_4 \cdot \mathbf{r}_4 \quad (21)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{N}_1 \cdot \mathbf{z}_1 + \mathbf{N}_2 \cdot \mathbf{z}_2 + \mathbf{N}_3 \cdot \mathbf{z}_3 + \mathbf{N}_4 \cdot \mathbf{q}_4 \quad (22)$$

(u) ve (w) yer değiştirmelerinden şekil değiştirmeleri hesaplamak için (u) ve (w)'nin kısmi türevlerini almak gereklidir. (u) ve (w), r ve z'nin fonksiyonu r ve z de η ve ξ 'nin fonksiyonudur. Yani, $\mathbf{u} = \mathbf{u}[\mathbf{r}(\eta, \xi), \mathbf{z}(\eta, \xi)]$, $\mathbf{w} = \mathbf{w}[\mathbf{r}(\eta, \xi), \mathbf{z}(\eta, \xi)]$ zincir kuralı uygulanır ve matris notasyonunda yazılırsa ;

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} & \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} & \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{r}} \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{z}} \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{J} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} & \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} & \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

Burada (J), Jacobian matrisidir.

$$dx dy = \det \mathbf{J} d\xi d\eta$$

$$\frac{\mathbf{u}}{r} = \frac{\mathbf{N}_1}{r} q_1 + \frac{\mathbf{N}_2}{r} q_3 + \frac{\mathbf{N}_3}{r} q_5 + \frac{\mathbf{N}_4}{r} q_7 \quad (24)$$

Eleman Rijitlik Matrisi,

$$\mathbf{U} = \int_V \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dV \text{ veya} \quad (25)$$

$$\mathbf{U} = \sum_e 2\pi r \int_e \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dA \quad (26)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{q} \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = D \cdot B \cdot \mathbf{q} \quad (28)$$

Burada B şekil değiştirmeyi deplasmana bağlayan geometrik sabitler matrisidir.

$$\mathbf{U} = \sum_e \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \left[2\pi \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T D \det \mathbf{J} d\xi d\eta \right] \mathbf{q} \quad (29)$$

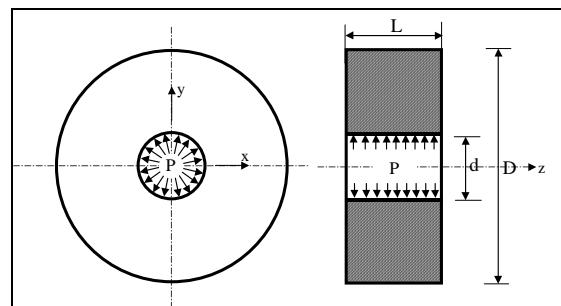
Parantez içindeki ifade bize eleman rijitlik matrisini (8 x 8) vermektedir.

$$\mathbf{k}^e = 2\pi r \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T D \mathbf{B} \det \mathbf{J} d\xi d\eta \quad (30)$$

Uygulanan basınç kuvveti düğüm noktalarına şu şekilde taşınır.

$$\mathbf{F} = \frac{2\pi r l P_i}{4} \quad (31)$$

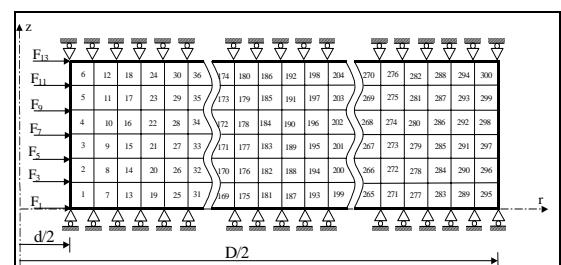
4. SONLU ELEMAN MODELİ VE ÇÖZÜM



Şekil 4. Sıkı geçme problemi

$$\frac{d}{2} \leq r \leq \frac{D}{2} \quad (32)$$

Şekil 4'deki göbek dörtgen sonlu elemanlara ayrılarak ve sınır şartları belirlenerek sonlu elemanlar modeli hazırlandı (Şekil 5).



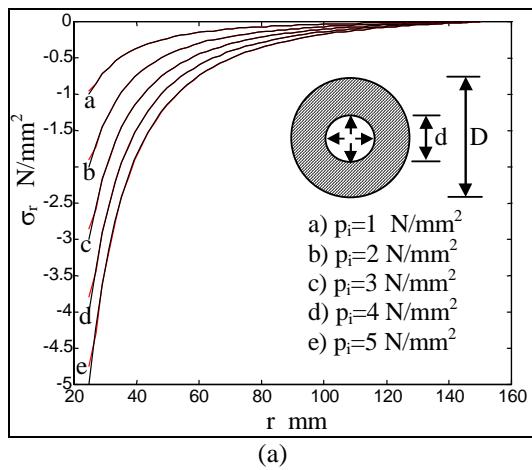
Şekil 5. Eksenel simetrik problemin dörtgen elemanlarına bölünmesi

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_3 \\ F_5 \\ F_7 \\ F_9 \\ F_{11} \\ F_{13} \end{Bmatrix} = \frac{2\pi r l P_i}{4} \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (33)$$

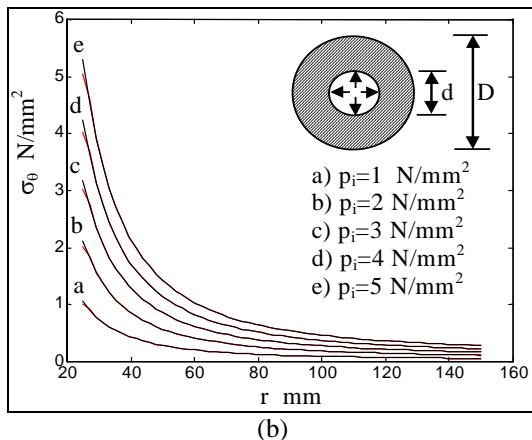
Tablo 1'de $d = 0$ mm, $D = 300$ mm ve $P_i = 1$ N/mm² için yarıçap boyunca gerilme değerleri ve Şekil 6a.b'de yarıçap boyunca gerilme dağılımları (SEM ve Analitik sonuçlar karşılaştırılmış olarak) görülmektedir.

Tablo 1. (σ_r) ve (σ_θ) İçin Analitik ve SEM Sonuçlarının Karşılaştırılması ($d = 50$ mm, $D = 300$ mm, $P_i = 1$ N/mm²)

r mm	Analitik		SEM	
	σ_r N/mm ²	σ_θ N/mm ²	σ_r N/mm ²	σ_θ N/mm ²
25	-1	1.0557	-0.950	1.0080
35.42	-0.4839	0.5410	-0.4840	0.5411
49.99	-0.2286	0.2857	-0.229	0.2856
60.42	-0.1475	0.2047	-0.1480	0.2065
70.83	-0.0995	0.1567	-0.1000	0.1567
85.42	-0.0595	0.1167	-0.0600	0.1167
100	-0.0357	0.0929	-0.0360	0.0928
110.42	-0.0242	0.0813	-0.0240	0.0833
125	-0.0126	0.0697	-0.0130	0.0697
137.5	-0.0054	0.0616	-0.0050	0.0625
147.92	-0.0008	0.0579	-0.0010	0.0579
150	0	0.0571	0	0.0573



(a)



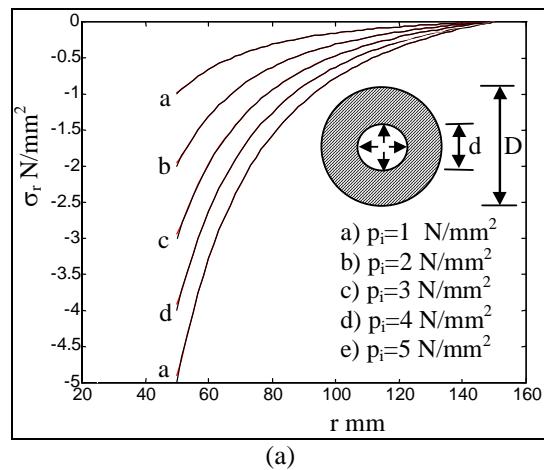
(b)

Şekil 6a, b. Farklı iç basınca göre(σ_r) ve (σ_θ) gerilmeleri. ($d = 50$ mm $D = 300$ mm)

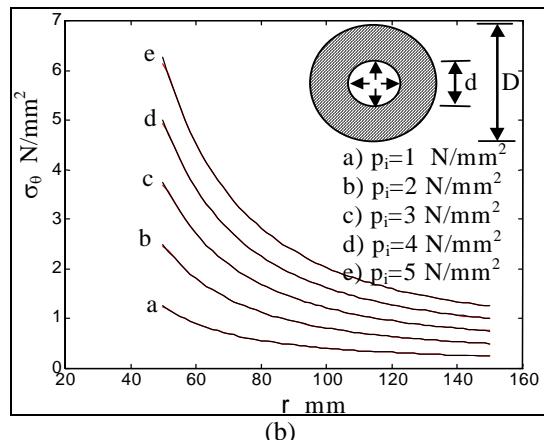
Tablo 2'de $d = 100$ mm, $D = 300$ mm ve $P_i = 1$ N/mm² için yarıçap boyunca gerilme değerleri ve Şekil 7a.b'de yarıçap boyunca gerilme dağılımları (SEM ve Analitik sonuçlar karşılaştırılmış olarak) görülmektedir.

Tablo 2. (σ_r) ve (σ_θ) İçin Analitik ve SEM Sonuçlarının Karşılaştırılması ($d = 100$ mm, $D = 300$ mm, $P_i = 1$ N/mm²)

r mm	Analitik		SEM	
	σ_r N/mm ²	σ_θ N/mm ²	σ_r N/mm ²	σ_θ N/mm ²
50	-1	1.25	-0.978	1.2281
60	-0.6562	0.9062	-0.656	0.9060
75	-0.3750	0.6250	-0.375	0.6248
85	-0.2643	0.5143	-0.264	0.5141
100	-0.1562	0.4062	-0.156	0.4061
110	-0.1074	0.3573	-0.107	0.3573
120	-0.0703	0.3203	-0.070	0.3202
130	-0.0414	0.2914	-0.041	0.2913
140	-0.0185	0.2685	-0.018	0.2684
150	0	0.25	0.001	0.2507

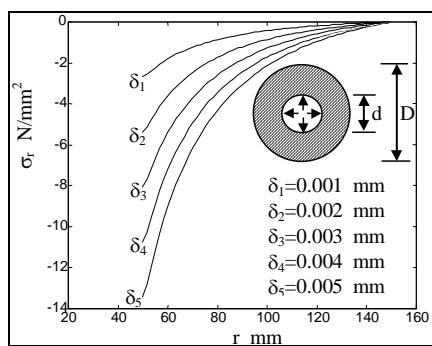


(a)

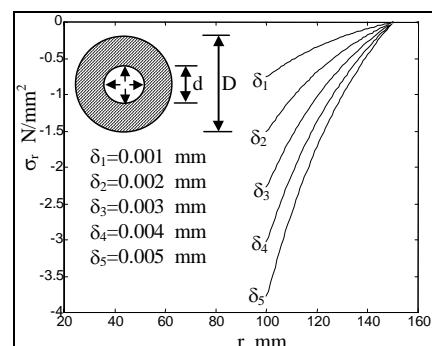


(b)

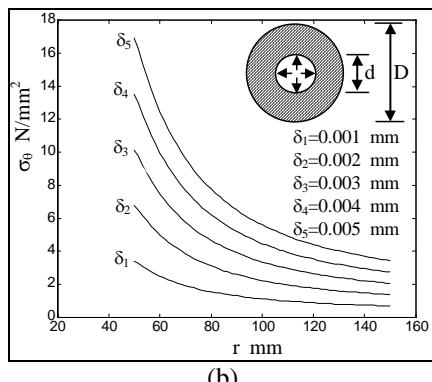
Şekil 7a, b. Farklı iç basınca göre (σ_r) ve (σ_θ) gerilmeleri. ($d = 100$ mm $D = 300$ mm)



(a)

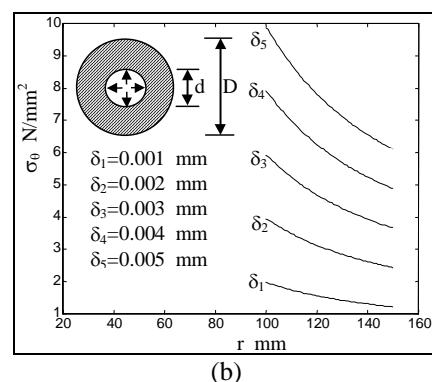


(a)



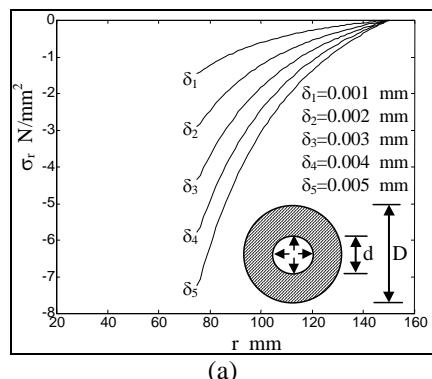
(b)

Şekil 8a, b. İç çaptaki farklı yer değiştirmelere göre (σ_r) ve (σ_θ) gerilmeleri. ($d = 100$ mm, $D = 300$ mm)

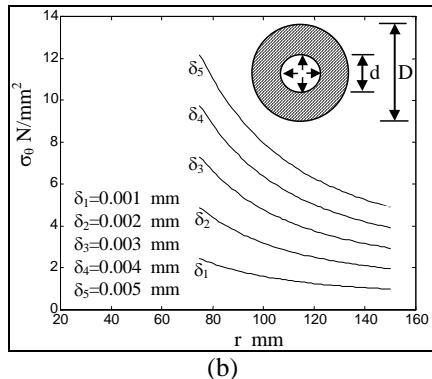


(b)

Şekil 10a, b. İç çaptaki farklı yer değiştirmelere göre (σ_r) ve (σ_θ) gerilmeleri. ($d = 150$ mm, $D = 300$ mm)



(a)



(b)

Şekil 9a, b. İç çaptaki farklı yer değiştirmelere göre (σ_r) ve (σ_θ) gerilmeleri. ($d = 150$ mm, $D = 300$ mm)

Şekil 8a,b, 9a,b ve 10a,b'de sırasıyla $d = 100$ mm, $d = 150$ mm, $d = 200$ mm için farklı sıkılık değerlerinde yarıçap boyunca elde edilen gerilme dağılımları grafik olarak gözükmemektedir.

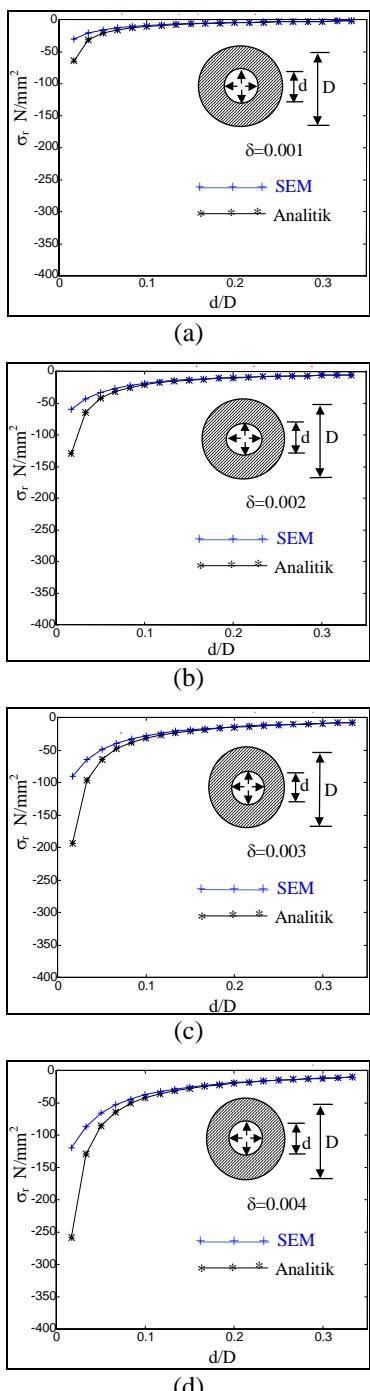
Tablo 3. $\delta = 0.001$ mm İçin İç Çaptaki (σ_r) Gerilmesinin d / D Oranına Bağlı Değişimi

d/D	Analitik		SEM	
	σ_r N/mm ²	σ_r N/mm ²	% hata	
0.016	-64.588	-30.051	53.5	
0.033	-32.253	-21.705	32.7	
0.050	-21.456	-16.598	22.6	
0.067	-16.044	-13.322	17	
0.083	-12.786	-11.079	13.4	
0.1	-10.604	-9.446	10.9	
0.133	-7.8581	-7.247	7.78	
0.167	-6.1895	-5.829	5.82	
0.2	-5.0602	-4.835	4.45	
0.233	-4.2398	-4.095	3.42	
0.25	-3.907	-3.791	2.97	
0.3	-3.1157	-3.058	1.85	
0.333	-2.7097	-2.677	1.21	

Sonlu Elemanlar Metodu ile yapılan hesaplamalarda Tablo 3'de görüldüğü gibi d / D oranının 0.1'den

küçük olduğu durumlarda hatanın çok büyük çıkması, eleman boyutlarının büyük olmasından kaynaklanmaktadır. d/D oranı 5/300'den iç çapı 5'er mm büyülerek 100/300'e kadar alındı.

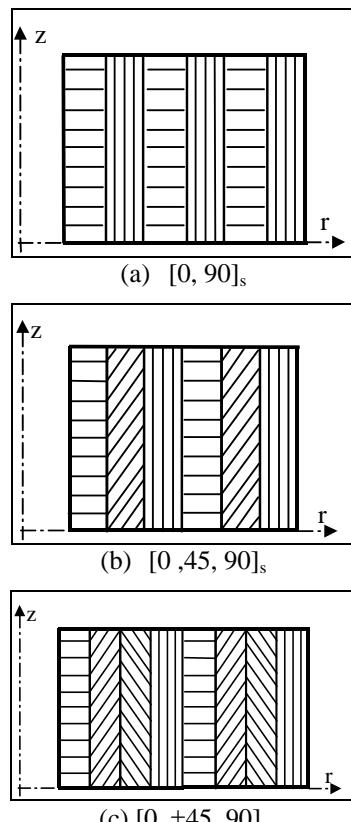
Şekil 11a, b, c, d'de değişik d/D oranları ve farklı sıklık değerleri için iç çapdaki gerilme değişimleri grafik halinde gösterilmiştir.



Şekil 11a, b, c, d. d/D oranına göre (σ_r) gerilmesinin iç çaptaki değişimleri

4. 1. Kompozit Malzeme İçin Çözümler

Tabakalı kompozit malzeme için yapılan çözümlerde kullanılan malzemenin yapısı şematik olarak aşağıda verilmiştir (Şekil 12).

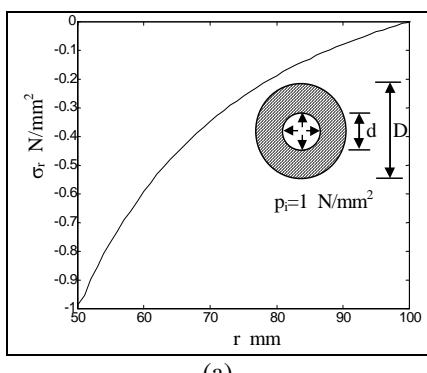


Şekil 12a, b, c. Kompozit takviye şekli

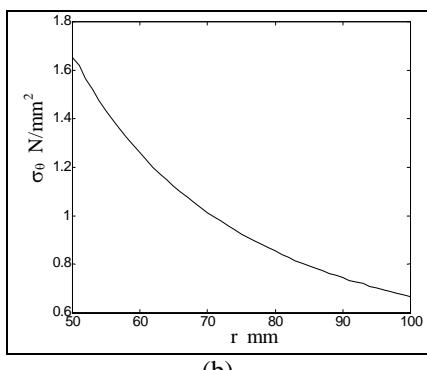
Hesaplamlar SEM'le yapıldı ve kullanılan malzemenin mekanik özellikleri şunlardır: $E_1 = 6147$ MPa, $E_2 = 5365$ MPa, $v_{12} = 0.24$ ve $G_{12} = 2125$ MPa dır. Kompozit malzeme ile izotrop malzemede elde edilen gerilme değerleri aşağıda tablo ve grafik haline getirilmiştir (Tablo 4).

Tablo 4. Kompozit Malzeme İçin (σ_r) ve (σ_θ) Gerilmelerinin Dağılımı $[0, 90]_s$ $p_i = 1$ N/mm $d = 100$ mm, $D = 200$ mm

R Mm	σ_r N/mm ²		σ_θ N/mm ²	
	Komp.	İzotr.	Komp.	İzotr.
50	-0.9849	-0.985	1.6506	1.651
55	-0.7697	-0.769	1.4345	1.435
60	-0.594	-0.593	1.2594	1.259
65	-0.4571	-0.456	1.1217	1.122
70	-0.3482	-0.347	1.0133	1.013
75	-0.2603	-0.259	0.9257	0.926
80	-0.1884	-0.188	0.8539	0.854
85	-0.1287	-0.128	0.7945	0.795
90	-0.0786	-0.078	0.7447	0.745
95	-0.0362	-0.036	0.7025	0.703
100	-0.0019	-0.002	0.6684	0.668

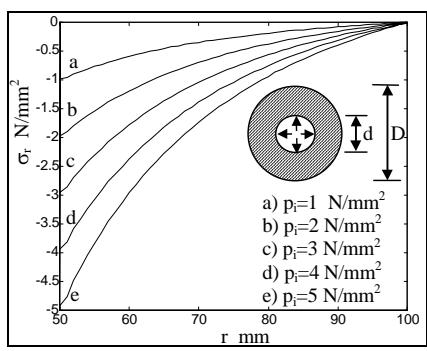


(a)

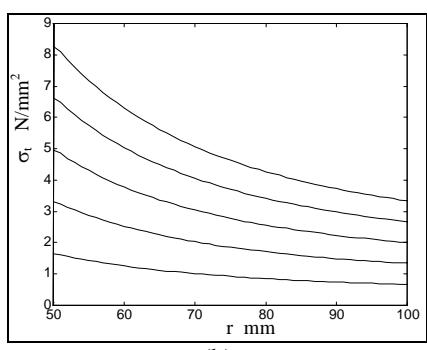


(b)

Şekil 13a, b. $[0, 90]_s$ için (σ_r) ve (σ_θ) gerilme dağılımları ($d = 100$ mm $D = 200$ mm)



(a)



(b)

Şekil 14a, b. $[0, 45, 90]_s$ için (σ_r) ve (σ_θ) gerilme dağılımları ($d = 100$ mm $D = 200$ mm)

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada sıkı geçme durumunda oluşan gerilme dağılımları incelenmiş ve şu sonuçlar çıkarılmıştır:

1. Göbek iç çapında σ_r ve σ_θ maksimum değeri almaktadır.
2. Gerilmeler iç çapa yakın bölgelerde dış çapa yakın bölgelere nazaran çok daha yüksek değerlerde olmaktadır. Bu yüzden göbeğin iç yüzeyi daha kolay hasara uğrayacağından göbek malzemesinin iç yüzeyi daha dikkatli işlenmelidir.
3. Çentik etkisi gerilme yiğilmalarına sebep olmaktadır.
4. Kompozit malzeme ile izotrop malzemenin gerilme değerleri çakışmamakta yada çok az farklılık göstermektedir. Mukavemet/ ağırlık oranının önemli olduğu yerlerde ve diğer bazı avantajlarında (korozyon direnci, ısı ve ses izalasyonu vs) düşünürelerek kompozit malzemeler izotrop malzemelere tercih edilerek sıkı geçmelerde kullanılır.

6. KAYNAKLAR

Cheng, W., Finne, I., Vardar, Ö. 1992. Estimation of Axisymmetric Residual Stresses in Along Cylinder, Jurnal of Engineering Materials and Technology, (114), 137-140.

Dobromitski, J., Smith, I. O. 1986. A Stress Analysis of a Shaft with a Press-Fitted Hub Subjected to Cyclic Axial Loading, Int. J. Mech. Sci. 28, (1), 41-52.

İnan, M. 1969. Düzleme Elastisite Teorisi, Matbaa Teknisyenleri Basımevi, p. 144-171, İstanbul.

Lenkhnitskii, S. G., Tsai, S. W., Cheron, T. 1968. Anisotropic Plates, p. 106-114, New York.

Moini, H., Mitchell, T. P. 1991. Stress Analysis of a Thick-Walled Pressure Vessel Nozzle Junction, Int. J. Press Vess and Piping, Vol, 46, pp. 67-74.

Stark, H. L., Bau, J., Kelley, D. W. 1994. A Desctructive Prosedure to Determine the Residual Stresses in Thick Walled Cylindrical Pressure Vessels, Journal of Strain Analysis, Vol, 29, pp. 57-63.

- Timoshenko, S. ve Goodier, J. 1951. Teory of Elasticity, Mc Graw-Hill, New York.
- Tirupothi, R. C., Ashok, D. B. 1991. Introduction to Finite Elements in Engineering, New Jersey.
- Topcu, M., Tarakçılar, A. R., Taşgetiren, S. 1995. Kompozitten Yapılmış Makina Elemanlarında Gerilme Analizi ve Boyutlandırma, Mühendis ve Makine, 35, (425), 21-27, Denizli.
- Tsai, S. W. 1988. Composites Desing, p. 23.1-23.3, USA.
- Tutuncu, N. 1995. Radial Stressess in Composite Thick Walled Shafts, Journal of Applied Mechanics, Vol, 62, pp. 547-549.
- Zienkiewicz, O. C. 1972. The Finite Eleman Method in Engineering Science, Mc Graw-Hill, London.
-
-