Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi B- Teorik Bilimler
Anadolu University Journal of Science and Technology B- Theoretical Sciences

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

2016 - Cilt: 4 Sayı: 1
Sayfa: 29 - 38
DOI: 10.20290/btdb.11067
Geliş: 22 Ekim 2015 Düzeltme: 25 Aralık 2015 Kabul: 14 Mart 2016

ÜÇGENİN GERGONNE NOKTASI YARDIMIYLA ÜÇGENSEL FUZZY SAYILARI SIRALAMA YÖNTEMİ

Handan AKYAR[1], Emrah AKYAR[2]

Özet

Bu çalışmada, bir üçgenin Gergonne noktası yardımıyla, üçgensel fuzzy sayıları sıralamak için yeni bir sıralama yöntemi sunulmaktadır. Sunulan yöntem literatürdeki mevcut sıralama yöntemlerinin eksikliklerini gidermektedir. Verilen sıralama yöntemi, üçgensel fuzzy sayıların yanında aynı ağırlık merkezine sahip üçgensel fuzzy sayılarla birlikte, gerçel (crisp) sayıları da sıralayabilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Üçgensel fuzzy sayı, Gergonne noktası, Üçgensel fuzzy sayıları sıralama.

A METHOD FOR ORDERING TRIANGULAR FUZZY NUMBERS USING THE GERGONNE POINT OF A TRIANGLE

Abstract

In this paper, a new method for ordering triangular fuzzy numbers using the Gergonne point of a triangle is presented. The proposed method overcomes the drawbacks of the existing methods in the literature. The suggested method can order triangular fuzzy numbers as well as crisp numbers and triangular fuzzy numbers with the same centroid point.

Keywords: Triangular fuzzy number, Gergonne point, Ordering triangular fuzzy numbers

1. GİRİŞ

Fuzzy sayıların sıralanması risk analizi, optimizasyon, sosyal ve ekonomik sistemler, hava tahmini gibi birçok günlük problemde önemli bir yer tutmaktadır (bkz. [1–9]).

Fuzzy sayılarının sıralanması fikrinin ilk olarak 1976 yılında Jain tarafından ortaya atılmasından bugüne, fuzzy sayıları sıralamak için çok çeşitli yöntemler sunulmuştur [10]. Sunulan bu yöntemlerin çoğu üçgensel fuzzy sayıları sıralamak için bir üçgenin ağırlık merkezini kullanmaktadır. Ağırlık merkezinin üçgensel fuzzy sayıları sıralamak için kullanılması ilk olarak Yager tarafından önerilmiştir [11]. Yager'in yöntemi sıralama için üçgenin ağırlık merkezinin sadece apsisini dikkate almakta, Murakami vd. ile sunulan yöntem ise ağırlık merkezinin her iki koordinatını da dikkate almaktadır [7]. Ancak her iki yöntem de aynı ağırlık merkezine sahip üçgensel fuzzy sayıları sıralayamamaktadır. Chen & Chen üçgenin ağırlık merkezi ile birlikte standart sapmayı kullanarak yeni bir yöntem sunmuştur [12]. Lee & Chen farklı şekildeki fuzzy sayılar için yeni bir sıralama yöntemi önermiştir [13]. Abbasbandy vd. uzaklık yöntemiyle fuzzy sayıları sıralamıştır [14]. Ezzati vd. literatürdeki bazı yöntemlerin eksikliklerini gideren yeni bir yöntem sunmuştur [15]. Akyar vd. fuzzy sayıları sıralamak için üçgenin

[1] Sorumlu Yazar: Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü, Eskişehir, Türkiye. E-posta: hakyar@anadolu.edu.tr

[2] Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü, Eskişehir, Türkiye.

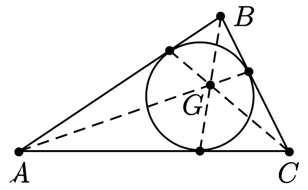
iç teğet çemberini kullanarak yeni bir sıralama yöntemi önermiştir [2], [16]. Düzce üçgenin dokuz nokta çemberini kullanarak bir başka sıralama yöntemi sunmuştur [17].

Bu çalışmada, üçgenin Gergonne noktası yardımıyla Akyar vd. ile verilen iç teğet çembere dayalı yöntem geliştirilerek yöntemin eksiklikleri giderilmiştir. Fuzzy sayıların sıralanmasında mevcut yöntemlerin çoğu bir gerçel sayı olan skor belirleyerek sıralama yapmaktadır [16]. Fuzzy sayıya bir gerçel sayı karşılık getirerek sıralama yapmak, fuzzy sayıya ait çoğu verinin kaybolmasına ve mantığa aykırı sıralama sonuçlarının ortaya çıkmasına yol açmaktadır. Bu nedenle çalışmada sunulan yöntemde üçgensel fuzzy sayılara bir gerçel sayı karşılık getirmek yerine bu sayılara bir sıralı üçlü karşılık getirilerek sözlük sıralama kullanılmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde bir üçgenin Gergonne noktası tanımlanarak Gergonne noktasının bazı özellikleri verilmiştir. Üçüncü bölümde ise fuzzy sayılar ve temel özellikleri sunulmuştur. Dördüncü bölümde, üçgensel fuzzy sayıları sıralamak için yeni bir yöntem verilmiş, beşinci bölümde ise sayısal örneklerle önerilen yöntemin mevcut bazı yöntemlerle kıyaslaması yapılmıştır. Sonuç ise yedinci bölümde yer almaktadır.

2. BİR ÜÇGENİN GERGONNE NOKTASI

Literatürde bir üçgenin ağırlık merkezi, iç teğet çemberin merkezi, diklik merkezi (orthocenter), çevrel çemberin merkezi, vb. çok fazla sayıda merkez tanımlanmıştır (bkz. [18]). Fransız matematikçi J. D. Gergonne üçgenin iç teğet çemberi yardımıyla kendi adıyla anılan bir başka merkez daha tanımlamıştır. Bir üçgenin Gergonne noktası, üçgenin iç teğet çemberinin kenarlara değme noktalarını karşı köşe noktalarıyla birleştiren doğru parçalarının kesişim noktası olarak tanımlanır ve genellikle G ile gösterilir (bkz. Şekil 1).

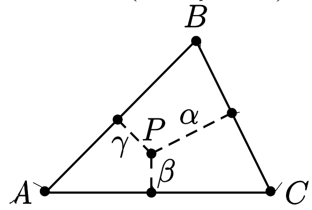


Şekil 1: Bir ABC üçgeninin G Gergonne noktası

Teorem 1 (Martin 1982) Bir üçgenin iç teğet çemberinin üçgenin kenarlarına teğet olduğu noktaları üçgenin karşı köşe noktalarıyla birleştiren üç doğru parçası bir tek noktada kesişir [19].

Ceva Teoremi kullanılarak Teorem 1'in kanıtı kolayca verilebilir.

Bir ABC üçgeni verildiğinde bir P noktasının trilineer koordinatları, P noktasının ABC üçgeninin kenarlarına olan uzaklıkları ile orantılı sıralı üçlü olarak verilir. Bir P noktasının trilineer koordinatları genellikle $\alpha : \beta : \gamma$ biçiminde verilir (bkz. Şekil 2).



Şekil 2: P noktasının ABC üçgenine göre $\alpha : \beta : \gamma$ trilineer koordinatları

Bir ABC üçgeninin G Gergonne noktasının trilineer koordinatları $a = |BC|$, $b = |CA|$ ve $c = |AB|$ olmak üzere

$$\sec^2\left(\frac{\widehat{BAC}}{2}\right):\sec^2\left(\frac{\widehat{ABC}}{2}\right):\sec^2\left(\frac{\widehat{ACB}}{2}\right)$$

ya da

$$\frac{bc}{b+c-a}:\frac{ca}{c+a-b}:\frac{ab}{a+b-c} \tag{1}$$

şeklinde tanımlanır [20].

Bir ABC üçgenine göre bir P noktasının $\alpha:\beta:\gamma$ trilineer koordinatları verildiğinde bu koordinatlara karşılık gelen Kartezyen koordinatları

$$P=\frac{a\alpha}{a\alpha+b\beta+c\gamma}A+\frac{b\beta}{a\alpha+b\beta+c\gamma}B+\frac{c\gamma}{a\alpha+b\beta+c\gamma}C \tag{2}$$

ile hesaplanır.

3. FUZZY SAYILAR

Bu bölümde fuzzy sayılar ile ilgili sonraki bölümler için gerekli olan temel tanım ve gösterimler ile fuzzy sayıların bazı özellikleri verilecektir. Fuzzy sayılar ile ilgili daha kapsamlı bilgi için [21] ve [22] incelenebilir.

Bir X kümesi üzerinde $\tilde{A}$ fuzzy kümesi, $\tilde{A}: X \to [0,1]$ fonksiyonu olarak tanımlanır. $\tilde{A}$ fonksiyonu için genellikle $\mu_{\tilde{A}}$ simgesi kullanılır ve $\tilde{A}$ fuzzy kümesi her $x \in X$ öğesini $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$ ile eşleyen $\mu_{\tilde{A}}(\cdot): X \to [0,1]$ üyelik fonksiyonu ile karakterize edilir. Burada $\mu_{\tilde{A}}(x)$ değeri $x \in X$ öğesinin $\tilde{A}$ fuzzy kümesine ait olma derecesini gösterir.

$\tilde{A}$, X kümesi üzerinde tanımlı bir fuzzy küme olsun. Bu durumda $\tilde{A}$ fuzzy kümesinin desteği (support'u)

$$S(\tilde{A})=\{x\in X:\mu_{\tilde{A}}(x)>0\}$$

şeklinde tanımlanır. $\tilde{A}$ fuzzy kümesinin yüksekliği ise

$$h(\tilde{A})=\sup_{x\in X}\mu_{\tilde{A}}(x)$$

olarak verilir. Eğer $h(\tilde{A})=1$ ise $\tilde{A}$ fuzzy kümesine normal fuzzy küme denir.

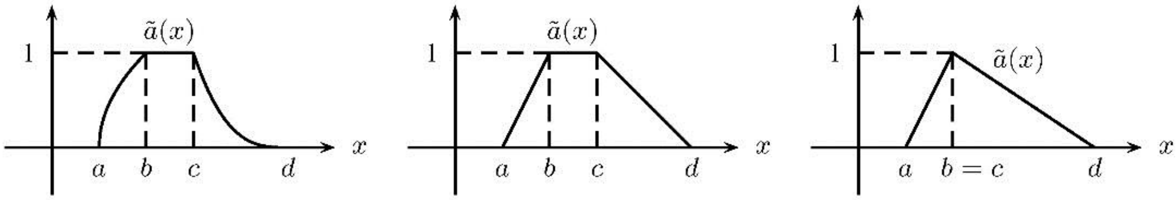
$\alpha \in [0,1]$ ve $\tilde{A}$, X kümesi üzerinde bir fuzzy küme olsun. Bu durumda

$$[\tilde{A}]^\alpha=\begin{cases}\{x\in X:\mu_{\tilde{A}}(x)\ge\alpha\} & , \quad \alpha\in(0,1] \text{ ise}\\ \operatorname{cl} S(\tilde{A}) & , \quad \alpha=0 \text{ ise}\end{cases}$$

kümesine $\tilde{A}$ fuzzy kümesinin α-kesmesi denir. Burada $\operatorname{cl} S(\tilde{A})$ ile $S(\tilde{A})$ kümesinin kapanışı gösterilmektedir.

$\tilde{A}$ fuzzy kümesi $\mathbb{R}^n$ kümesi üzerinde tanımlı olsun. Eğer her $\alpha \in [0,1]$ için $[\tilde{A}]^\alpha$ α-kesmeleri konveks küme ise $\tilde{A}$ fuzzy kümesine konveks fuzzy küme denir.

$\mathbb{R}$ üzerinde tanımlı bir $\tilde{A}$ fuzzy kümesi, konveks, normal, $\mu_{\tilde{A}}$ üyelik fonksiyonu üst yarı sürekli ve $S(\tilde{A})$ destek (support) kümesi sınırlı ise $\tilde{A}$ fuzzy kümesine bir fuzzy sayı denir.



Şekil 3: Sırasıyla LR, yamuk ve üçgensel fuzzy sayılar

Bundan sonraki kesimlerde fuzzy sayılar büyük harf yerine $\tilde{a}$ gibi küçük harflerle gösterilecektir.

Uygulamalarda çoğunlukla genel fuzzy sayılar yerine üçgensel, yamuk, LR-fuzzy sayılar gibi özel tipteki fuzzy sayılar kullanılmaktadır. $L, R: [0,1] \to [0,1]$ sürekli, artan ve $L(0) = R(0) = 0$, $L(1) = R(1) = 1$ koşullarını sağlayan iki fonksiyon olsun. Ayrıca $a \le b \le c \le d$ gerçel sayıları verilsin. Bu durumda

$$\tilde{a}: \mathbb{R} \to [0,1], \quad \tilde{a}(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < a \\ L\left(\dfrac{x-a}{b-a}\right) & , \quad a \le x < b \\ 1 & , \quad b \le x < c \\ R\left(\dfrac{d-x}{d-c}\right) & , \quad c \le x < d \\ 0 & , \quad d \le x \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan $\tilde{a}$ fuzzy sayısına LR-fuzzy sayı denir. Özel olarak L ve R fonksiyonları lineer ise $\tilde{a}$ fuzzy sayısına yamuk fuzzy sayı, eğer

$$\tilde{a}(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & , \quad a \le x < b \\ \dfrac{d-x}{d-b} & , \quad b \le x < d \\ 0 & , \quad d \le x \end{cases}$$

ise $\tilde{a}$ fuzzy sayısına üçgensel fuzzy sayı denir. O halde bir $\tilde{a}$ üçgensel fuzzy sayısı $a_l \le a_m \le a_r$ olmak üzere, (a_l, a_m, a_r) üçlüsü ile gösterilebileceğinden $\tilde{a} := (a_l, a_m, a_r)$ şeklinde yazılabilir.

Bu çalışmada sadece üçgensel fuzzy sayılar ele alınacaktır. Tüm üçgensel fuzzy sayılar kümesi $\mathbb{T}$ ile gösterilecektir.

4. GERGONNE NOKTASI YARDIMIYLA ÜÇGENSEL FUZZY SAYILARIN SIRALANMASI

Keyfi $\tilde{a} = (a_l, a_m, a_r)$ üçgensel fuzzy sayısı verildiğinde bu üçgensel fuzzy sayıya karşılık köşe noktalarının koordinatları $A = (a_l, 0)$, $B = (a_m, 1)$ ve $C = (a_r, 0)$ olan bir ABC üçgeni karşılık getirilebilir. Bu durumda

$$a = |BC| = \sqrt{(a_m - a_r)^2 + 1}, \tag{3}$$

$$b = |AC| = a_r - a_l, \tag{4}$$

$$c = |AB| = \sqrt{(a_m - a_l)^2 + 1} \tag{5}$$

olur. (1) ve (3)-(5) kullanılırsa, ABC üçgenine göre G Gergonne noktasının $\alpha{:}\,\beta{:}\,\gamma$ trilineer koordinatları

$$\alpha = \frac{(a_r - a_l)\sqrt{(a_m - a_l)^2 + 1}}{a_r - a_l + \sqrt{(a_m - a_l)^2 + 1} - \sqrt{(a_m - a_r)^2 + 1}}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{(a_m - a_l)^2 + 1}\sqrt{(a_m - a_r)^2 + 1}}{a_l - a_r + \sqrt{(a_m - a_l)^2 + 1} + \sqrt{(a_m - a_r)^2 + 1}}$$

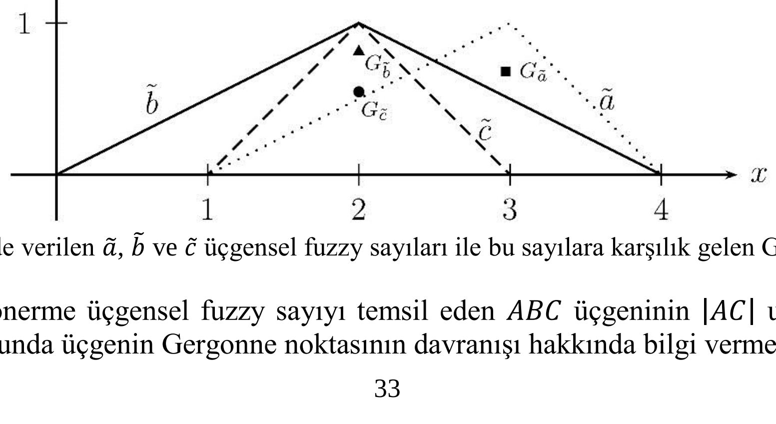
$$\gamma = \frac{(a_r - a_l)\sqrt{(a_m - a_r)^2 + 1}}{a_r - a_l + \sqrt{(a_m - a_r)^2 + 1} - \sqrt{(a_m - a_l)^2 + 1}}$$

elde edilir. Böylece verilen her $\tilde{a} \in \mathbb{T}$ üçgensel fuzzy sayısına karşılık trilineer koordinatları $\alpha{:}\,\beta{:}\,\gamma$ olan bir G Gergonne noktası elde edilebilir. (2) ifadesi kullanılarak bu trilineer koordinatlara karşılık gelen Kartezyen koordinatlar ise

$$G_{\tilde{a}} = (x_{\tilde{a}}, y_{\tilde{a}}) = \left(\frac{\alpha a a_l + \beta b a_m + \gamma c a_r}{\alpha a + \beta b + \gamma c}, \frac{\beta b}{\alpha a + \beta b + \gamma c}\right) \tag{6}$$

şeklinde elde edilir.

Örnek 1. $\tilde{a} = (1,3,4)$, $\tilde{b} = (0,2,4)$ ve $\tilde{c} = (1,2,3)$ üçgensel fuzzy sayıları verilsin. Bu üçgensel fuzzy sayılara karşılık gelen üçgenler ve bu üçgenlerin Gergonne noktaları Şekil 4'teki gibi olur. Gergonne noktalarının koordinatları ise (6) ifadesi yardımıyla sırasıyla $G_{\tilde{a}} = (2.9716, 0.6809)$, $G_{\tilde{b}} = (2, 0.8090)$ ve $G_c = (2, 0.5469)$ olarak hesaplanır.



Şekil 4: Örnek 1'de verilen $\tilde{a}$, $\tilde{b}$ ve $\tilde{c}$ üçgensel fuzzy sayıları ile bu sayılara karşılık gelen Gergonne noktaları

Aşağıdaki önerme üçgensel fuzzy sayıyı temsil eden ABC üçgeninin $|AC|$ uzunluğunun sıfıra yaklaşması durumunda üçgenin Gergonne noktasının davranışı hakkında bilgi vermektedir.

Önerme 1. δ_1 ve δ_2 keyfi pozitif gerçel sayılar olmak üzere, $\tilde{a} = (a_m - \delta_1, a_m, a_m + \delta_2)$ üçgensel fuzzy sayısı verilsin. Bu $\tilde{a}$ üçgensel fuzzy sayısına karşılık gelen üçgenin Gergonne noktası $G_{\tilde{a}}$ olsun. Bu durumda $\lim_{\delta_1,\delta_2 \to 0^+} G_{\tilde{a}} = (a_m, 0)$ olur.

Kanıt. $\delta_1, \delta_2 \to 0^+$ ise $a, c \to 1$, $a_l, a_r \to a_m$ ve $b \to 0$ olur. Burada a, b ve c sırasıyla (3), (4) ve (5) eşitlikleriyle tanımlanmıştır. Bu ifadeler (6) eşitliğinde yerine yazılacak olursa,

$$\begin{aligned} G_{\tilde{a}} &= \left(\frac{\alpha a a_l + \beta b a_m + \gamma c a_r}{\alpha a + \beta b + \gamma c}, \frac{\beta b}{\alpha a + \beta b + \gamma c}\right) \\ &= \left(\frac{\alpha a_m + \gamma a_m}{\alpha + \gamma}, 0\right) \\ &= (a_m, 0) \end{aligned}$$

olur.

Önerme 1 yardımıyla $\tilde{a} = (a_l, a_m, a_r)$ üçgensel fuzzy sayısı gerçel sayı (crisp number) yani $a_l = a_m = a_r$ olduğunda Gergonne noktasının koordinatları $G_{\tilde{a}} = (a_m, 0)$ olarak alınabilir.

Diğer taraftan, farklı üçgenlerin Gergonne noktası aynı olabileceğinden üçgensel fuzzy sayılar ile bu üçgensel fuzzy sayılara karşılık gelen üçgenlerin Gergonne noktaları arasındaki eşleme birebir değildir. Ancak $\tilde{a} = (a_l, a_m, a_r)$ ve $G_{\tilde{a}} = (x_{\tilde{a}}, y_{\tilde{a}})$ olmak üzere,

$$\mathcal{G}(\cdot): \mathbb{T} \to \{((x, y, z) \in \mathbb{R}^3: 0 < y < 1\}, \qquad \mathcal{G}(\tilde{a}) = (x_{\tilde{a}}, 1 - y_{\tilde{a}}, a_m) \tag{7}$$

dönüşümü birebir olur. Şimdi sözlük sıralama (lexicographical order) yöntemi ve (7) ile verilen dönüşüm kullanılarak üçgensel fuzzy sayılar sıralanabilir. Yani $\tilde{a} = (a_l, a_m, a_r)$ ve $\tilde{b} = (b_l, b_m, b_r)$ üçgensel fuzzy sayıları için,

$$\tilde{a} \prec \tilde{b} \Leftrightarrow \mathcal{G}(\tilde{a}) <_L \mathcal{G}(\tilde{b}) \tag{8}$$

biçiminde tanımlanarak bir sıralama verilebilir. Burada $<_L$ simgesi sözlük sıralamayı göstermektedir ve

$$(x_1, x_2, x_3) <_L (y_1, y_2, y_3) \Leftrightarrow (\exists m = 1,2,3)(\forall i < m)(x_i = y_i) \wedge (x_m < y_m)$$

şeklinde tanımlanır.

Buna göre Örnek 1'de verilen $\tilde{a} = (1,3,4)$, $\tilde{b} = (0,2,4)$ ve $\tilde{c} = (1,2,3)$ üçgensel fuzzy sayıları için $G_{\tilde{a}} = (2.9716, 0.6809)$, $G_{\tilde{b}} = (2, 0.8090)$ ve $G_c = (2, 0.5469)$ olduğundan (8) kullanılarak

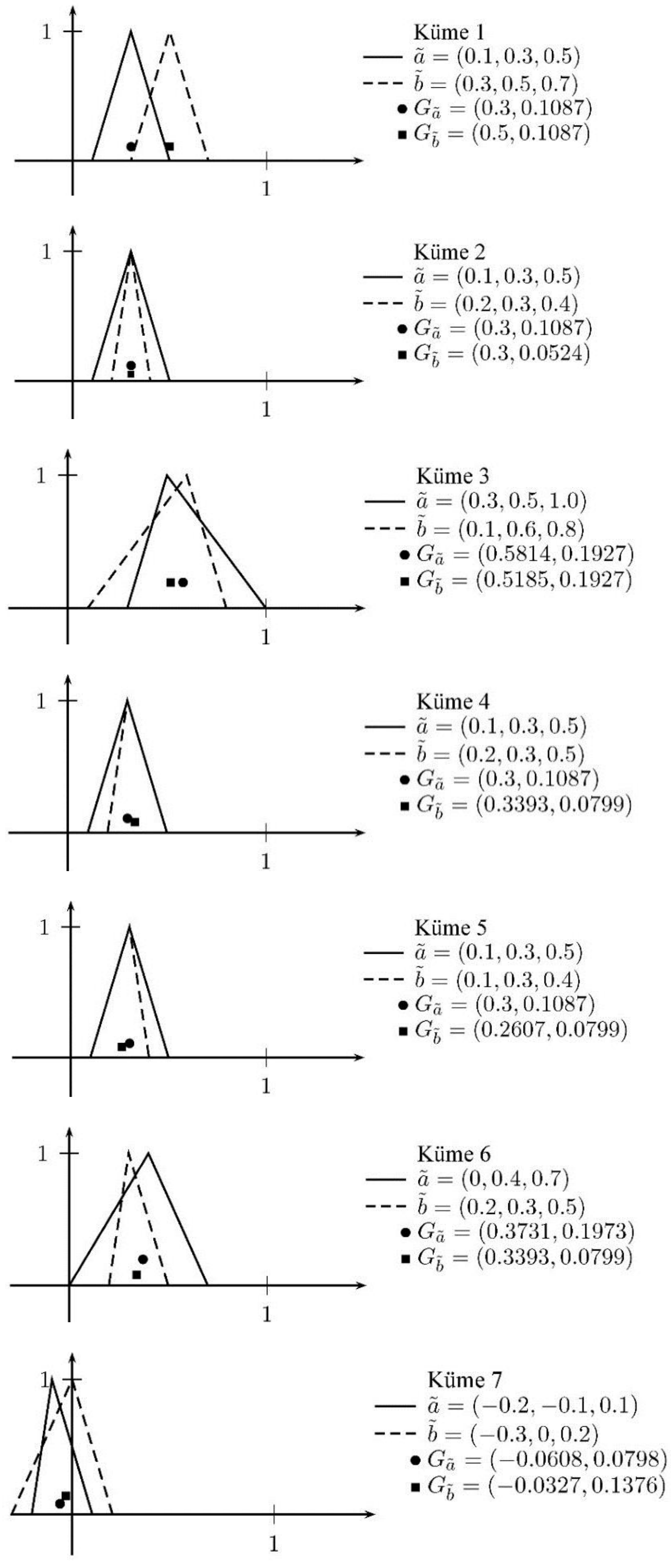
$$(2,1 - 0.8090,2) <_L (2,1 - 0.5469,2) <_L (2.9716,1 - 0.6809,3)$$

elde edilir. Buradan $\tilde{b} \prec \tilde{c} \prec \tilde{a}$ olur.

Sıralı üçlüler üzerinde sözlük sıralama bir tam sıralama bağıntısı olduğundan önerilen sıralama yöntemi ile elde edilen sıralama da üçgensel fuzzy sayılar kümesi $\mathbb{T}$ üzerinde bir tam sıralama bağıntısı olur.

5. SAYISAL ÖRNEKLER

Bu bölümde, sunulan yöntem literatürdeki çeşitli yöntemlerle, üçgensel fuzzy sayıların farklı kümeleri kullanılarak karşılaştırılacaktır. Kullanılan üçgensel fuzzy sayı kümeleri Şekil 5'te gösterilmiştir. Bu üçgensel sayı kümelerinin ilk dördü [12] ve [13] çalışmalarından alınmıştır. Her bir yöntem ile elde edilen sıralama sonucu ise Tablo 1 ile verilmiştir.



Şekil 5: Üçgensel fuzzy sayı kümeleri

Yöntem	Sıralama Sonuçları Küme 1	Küme 2	Küme 3	Küme 4	Küme 5	Küme 6	Küme 7
Yager (1980), [11]	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	—	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$
Murakami vd. (1983), [7]	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	—	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$
Chen & Chen (2007), [12]	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$
Lee & Chen (2008), [13]	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$
Akyar, vd. (2012), [16]	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$
Abbasbandy vd. (2013), [14]	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$
Düzce (2015), [17]	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	—	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$
Ezzati vd. (2015), [15]	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$
Sunulan Yöntem	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{b} \prec \tilde{a}$	$\tilde{a} \prec \tilde{b}$

Tablo 1: Sunulan yöntemin diğer yöntemlerle karşılaştırması

Tablo 1 yardımıyla, listelenen her bir yöntemin aşağıda verilen bazı eksiklikleri olduğu, ancak sunulan yöntemin ise bu eksikleri giderdiği görülmektedir:

1. Şekil 5 ile verilen küme 1 ve küme 4'te yer alan üçgensel fuzzy sayılar için listelenen tüm yöntemlerin sunulan yöntemle birlikte aynı sıralama sonucunu verdiği görülmektedir.

2. Küme 2 ile verilen üçgensel fuzzy sayılar için (Yager 1980), (Murakami vd. 1983) ve (Düzce 2015) ile verilen yöntemler kullanılamamaktadır. (Abbasbandy 2013) ile verilen sıralama yöntemi bu küme içerisindeki üçgensel fuzzy sayılar için $p = 1$ için kullanılamamakta, $p = 2,3,4$ için ise mantığa aykırı sonuç vermektedir. Bununla birlikte (Lee & Chen 2008), (Chen & Chen 2007), (Akyar vd. 2012), (Ezzati vd. 2015) ile verilen yöntemler ile sunulan sıralama yöntemi aynı sonucu vermektedir.

3. Küme 3 ile verilen üçgensel fuzzy sayılar için (Ezzati vd. 2015) ile verilen yöntem dışında kalan yöntemler ve sunulan yöntem aynı sıralama sonucunu vermektedir.

4. Küme 5 ile verilen üçgensel fuzzy sayılar için (Chen & Chen 2007) hariç sunulan yöntemle birlikte tüm yöntemler aynı sıralama sonucunu vermektedir.

5. Küme 6 ile verilen üçgensel fuzzy sayılar için (Chen & Chen 2007), (Lee & Chen 2008) ve (Akyar vd. 2012) ile verilen yöntemlerin mantığa uygun olmayan bir sıralama sonucu verdiği görülmektedir. Ancak sunulan yöntemin bu eksikliği gidererek diğer yöntemler ile birlikte istenen sıralama sonucunu verdiği görülmektedir.

6. Küme 7 ile verilen üçgensel fuzzy sayılar için (Chen & Chen 2007), (Abbasbandy vd. 2013) ve (Akyar vd. 2012) ile verilen yöntemlerin mantığa uygun olmayan bir sıralama sonucu verdiği görülmekle birlikte sunulan yöntem bu yöntemlerin eksikliğini gidererek diğer yöntemler ile birlikte beklenen sıralama sonucunu vermektedir.

Tablo 2'de incelenen yöntemler ile sunulan yöntemin kısıtları karşılaştırılmaktadır.

Yöntem	**Ayırt Edici**	**Aynı ağırlık merkezine sahip üçgensel fuzzy sayıları doğru sıralar**	**Gerçel (crisp) sayıları sıralar**
Yager (1980), [11]	✗	✗	✗
Murakami vd. (1983), [7]	✗	✗	✗
Chen & Chen (2007),[12]	✗	✓	✓
Lee & Chen (2008), [13]	✓	✓	✓
Akyar vd. (2012), [16]	✓	✓	✓
Abbasbandy vd. (2013), [14]	✗	✗	✓
Düzce (2015), [17]	✗	✗	✓
Ezzati vd. (2015), [15]	✓	✓	✓
Sunulan Yöntem	✓	✓	✓

Tablo 2: Sunulan yöntem ile diğer yöntemlerin kısıtlarının karşılaştırması

Tablo 2'de listelenen yöntemlerin aynı ağırlık merkezine sahip üçgensel fuzzy sayıları için kullanılamaması, gerçel sayıları sıralayamaması, mantığa aykırı sıralama yapması gibi çeşitli eksiklikleri olmasına karşın, sunulan yöntemin bu eksikliklerin ütesinden geldiği görülmektedir.

6. SONUÇ

Bu çalışmada üçgensel fuzzy sayıları sıralamak için yeni bir geometrik yöntem verilmiştir. Sunulan yöntem, bir üçgenin Gergonne noktasının koordinatları ve üçgenin tepe noktasını kullanarak sözlük sıralama yardımıyla sıralama yapmaktadır. Önerilen yöntemin, literatürdeki benzer yöntemlerin bazı eksikliklerini de giderdiği örneklerle gösterilmiştir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonunca kabul edilen 1403F077 nolu proje kapsamında desteklenmiştir.

KAYNAKLAR

[1] Akyar E. A Fictitious Play Algorithm for Matrix Games with Fuzzy Payoffs, Abstr. Appl. Anal., Volume 2012, 12 pages, 2012. Article ID 950482.

[2] Akyar E, Akyar H, Düzce, SA. Fuzzy Risk Analysis Based on a Geometric Ranking Method for Generalized Trapezoidal Fuzzy Numbers, J. Intell. Fuzzy Syst., 25(1):209–217, 2013.

[3] Barajas M, Agard B. Improved Fuzzy Ranking Procedure for Decision Making in Product Design, Int. J. Prod. Res., 48(18):5433–5453, 2010.

[4] Björk KM. An Analytical Solution to a Fuzzy Economic Order Quantity Problem, Internat. J. Approx. Reason., 50(3):485–493, 2009.

[5] Chen SJ, Chen SM. A New Method for Handling Multicriteria Fuzzy Decision-Making Problems Using FN-IOWA Operators, Cybernet Syst., 34(2):109–137, 2003.

[6] Marszalek A, Burczynski T. Modeling and Forecasting Financial Time Series with Ordered Fuzzy Candlesticks, Inform. Sci., 273:144–155, 2014.

[7] Murakami S, Maeda S, Imamura S. Fuzzy Decision Analysis on the Development of Centralized Regional Energy Control System, Pergamon; 1983, p. 363–368.

[8] Xie N, Xin J. Interval Grey Numbers Based Multi-Attribute Decision Making Method for Supplier Selection, Kybernetes, 43(7):1064–1078, 2014.

[9] Yue W, Cai Y, Rong Q, Li C, Ren L. A Hybrid Life-Cycle and Fuzzy set-pair Analyses Approach for Comprehensively Evaluating Impacts of Industrial Wastewater Under Uncertainty, J. Clean. Prod., 80:57–68, 2014.

[10] Jain R. Decision-Making in the Presence of Fuzzy Variables, IEEE Trans. Syst. Man Cybern., 10(6):698–703, 1976.

[11] Yager RR. On a General Class of Fuzzy Connectives, Fuzzy Sets and Systems, 4(3):235–242, 1980.

[12] Chen SJ, Chen SM. Fuzzy Risk Analysis Based on the Ranking of Generalized Trapezoidal Fuzzy Numbers, Appl. Intell., 26(1):1–11, 2007.

[13] Lee LW, Chen SM. Fuzzy Risk Analysis Based on Fuzzy Numbers with Different Shapes and Different Deviations, Expert Syst. Appl., 34(4):2763–2771, 2008.

[14] Abbasbandy S, Nuraei R, Ghanbari M. Revision of Sign Distance Method for Ranking of Fuzzy Numbers, Iran. J. Fuzzy Syst., 10(4):101–117, 2013.

[15] Ezzati R, Khezerloo S, Ziari S. Application of Parametric Form for Ranking of Fuzzy Numbers, Iran. J. Fuzzy Syst., 12(1):59–74, 2015.

[16] Akyar E, Akyar H, Düzce SA. A New Method for Ranking Triangular Fuzzy Numbers, Internat. J. Uncertain. Fuzziness Knowledge-Based Systems, 20(5):729–740, 2012.

[17] Düzce SA. A New Ranking Method for Trapezial Fuzzy Numbers and its Application to Fuzzy Risk Analysis, J. Intell. Fuzzy Syst., 28(3):1411–1419, 2015.

[18] Kimberling C. Central Points and Central Lines in the Plane of a Triangle, Math. Mag., 67(3):163–187, 1994.

[19] Martin GE. Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry, New York: Springer-Verlag; 1982.

[20] Gallatly W. Modern Geometry of the Triangle, London, UK: Hodgson; 2nd Edition, 1913.

[21] Bede B. Mathematics of Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, Heidelberg: Springer; 2013.

[22] Lee KH. First Course on Fuzzy Theory and Applications, Heidelberg: Springer; 2005.