

PAPER DETAILS

TITLE: Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Aritmetik ve Cebir Problemleri Hakkındaki İnanışları

AUTHORS: Yasar AKKAN,Mesut ÖZTÜRK,Pinar AKKAN,Betül KÜÇÜK DEMİR

PAGES: 156-176

ORIGINAL PDF URL: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/704100>



Opinions and Beliefs of Middle School Mathematics Teachers about Arithmetic and Algebra Problems

Yaşar AKKAN*, Mesut ÖZTÜRK**, Pınar AKKAN***, Betül KÜÇÜK DEMİR****

Received date: 07.06.2018

Accepted date: 30.03.2019

Abstract

The aim of this study is to determine the opinions and beliefs of secondary school mathematics teachers about the students' competencies to acquire mathematical content in the context of different types of problems and solutions. The study was conducted according to the descriptive research model from the quantitative research design. The sample of the research consists of 32 middle school mathematics teachers. In the data collection phase, literature supported questionnaires consisting of Likert and problem type questions and open-ended questionnaires developed by the researcher were used. Descriptive statistics and analysis methods were used in analysing the data. Teachers have stated that for students, algebraic problems are more difficult than arithmetic problems and verbal problems are more difficult than symbolic ones, the unknown quantities in the problem affect the level of difficulty of the problem and there are more strategies students can use. In addition, most teachers adopt the idea that story problems are more appropriate than symbolic problems in terms of new meanings, and that "algebra is the best" with symbol precedence view.

Keywords: Arithmetic, algebra, problem solving, teachers' beliefs.

* Gümüşhane University, Fac. of Eng. and Nat. Sci., Dept. of Math. Eng. Gümüşhane, Turkey, akkanyasar61@hotmail.com

** Bayburt Üniversitesi University, Faculty of Edu., Dept. of Math. and Sci. Edu., Bayburt, Turkey, mesutozturk@live.com

*** Gümüşhane University, Gümüşhane Voc. Sch., Mechatronics Dept., Gümüşhane, Turkey, p.akkan@gumushane.edu.tr

**** Bayburt University, Faculty of Edu., Dept. of Math. and Sci. Edu., Bayburt, Turkey, betulkucuk@bayburt.edu.tr

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Aritmetik ve Cebir Problemleri Hakkındaki Görüşleri ve İnançları

Yaşar AKKAN*, Mesut ÖZTÜRK**, Pınar AKKAN***, Betül KÜÇÜK DEMİR****

Geliş tarihi: 07.06.2018

Kabul tarihi: 30.03.2019

Öz

Bu çalışmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel içerik edinme yetkinlikleri ile ilgili görüşlerini ve inançlarını (farklı tipteki problemler ve çözümleri bağlamında) belirlemektir. Çalışma, nicel araştırma desenlerinden betimsel araştırma modeline göre yürütülmüştür. Araştırmanın örneklemini otuz iki ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Veri toplama aşamasında, Likert ve problem tipi sorulardan oluşan literatür destekli anketlerden ve araştırmacı tarafından geliştirilen açık uçlu anket sorularından yararlanılmıştır. Verilerin çözümlenmesinde betimsel istatistik ve analiz yöntemleri kullanılmıştır. Öğretmenler, öğrenciler için cebir problemlerinin aritmetik problemlere göre, sözel problemlerin ise sembolik problemlere göre daha zor olduğunu, problemdeki bilinmeyen niceliğin pozisyonunun zorluk düzeylerini etkilediğini ve öğrencilerin birden çok strateji kullanabileceklerini belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmenlerin çoğu, hikâye problemlerinin yeni anlamlar çıkarmada sembolik problemlere göre daha uygun olduğunu ve sembol öncelikli eğilimi ile “cebir en iyidir” görüşünü benimsemektedirler.

Anahtar kelimeler: Aritmetik, cebir, problem çözme, öğretmen inançları.

*  Gümüşhane Üniversitesi, Müh. ve Doğa Bil. Fak., Matematik Müh., Gümüşhane, Türkiye, akkanyasar61@hotmail.com

**  Bayburt Üniversitesi, Eğitim Fak., Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Bayburt, Türkiye, mesutozturk@live.com

***  Gümüşhane Üniversitesi, Gümüşhane MYO, Elektrik-Otomasyon, Gümüşhane, Türkiye, p.akkan@gumushane.edu.tr

****  Bayburt Üniversitesi, Eğitim Fak., Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Bayburt, Türkiye, betulkucuk@bayburt.edu.tr

1. Giriş

Gerçek yaşamda karşılaştığımız problemlerin çözümlerinden farklı disiplinlerdeki problemlerin çözümlerine kadar birçok alanda aritmetik ve cebirsel bilgi kullanılmaktadır. Matematik; en geniş ve en iyi bilinen dalı olan aritmetik; dört temel işlemle bilinmeyi bilinen yola çıkarak bulmayı; sayılarla, sayılar arası ilişkileri ve sayılarla dört işlemi, bu dört işleme dayalı bütün hesaplamaları içerir (Akkan, 2009). Karşılaştırma, sayma ve sayılarla işlem yapma eylemlerini içeren aritmetiğin soyutlanmasıyla matematiğin önemli bir dalı olan cebir doğmuştur (Akgün, 2006). Kieran (1992) ise cebirin, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden matematiğin bir alanı olduğunu ve sadece harf sembolleriyle nicelikleri ve sayıları temsil eden değil, aynı zamanda bu sembollerle hesap da yapabilen bir araç olduğunu belirtmiştir. O halde aritmetiğin temelini sayı kavramının oluşturduğu, cebirin ise güçlü bir aritmetik temele dayandığı; aritmetiğin de sembolleştirme, genelleştirme ve cebirsel düşünme için gerektiğinden fazla fırsatlar sunduğu ve bu nedenle de iki alan arasında yoğun bir ilişki olduğu söylenebilir.

Her ne kadar geleneksel matematik öğretim programlarında aritmetik ve cebir ayrı alanlar olarak düşünülmüşse de, literatürde öğrencilerin cebirle ilgili fikirlerini daha önceki yaşantılarında geliştirdikleri aritmetik fikirlerle ilişkilendirerek yapılandırdıklarına dair (Herscovics ve Linchevski, 1994; Kieran ve Chalouh, 1993) ve cebirsel düşünme becerilerinin ilkokuldan itibaren geliştirilmesi gerektiğini savunan (Carpenter ve Levi, 2000) çalışmalar vardır. Bu iki alan arasındaki bağlantıları kurmada yani aritmetikten cebire geçişte farklı türdeki problemlerin çözümlerinin anlaşılması önemlidir (Kieran, 1992). Bu bağlamda aritmetikten cebire geçiş sürecini inceleyen matematik eğitimcileri çalışmalarında problem çözmeye ayrı bir önem vermişler ve bu süreçinde farklı formatlarda sunulan problem çeşitlerinin çözümü ile ilgili farklı çözüm stratejilerini kullanma becerilerinin öğrencilere kazandırılması gerekliliği üzerine vurgu yapmışlardır (Nathan ve Koedinger, 2000a; Sakellis, 2011). Araştırmacılar bu farklı problem ve çözüm stratejilerinin aritmetik ve cebir arasındaki bağlantıları kurmada önemli olduğunu ifade etmişlerdir (Nathan ve Koedinger, 2000a; Sakellis, 2011). Öğrencilerin problem çözme bağlamında aritmetikten cebire geçiş süreçlerini farklı açılardan inceleyen birçok çalışmaya rehberlik eden bu çalışmalarda, özellikle farklı formatlarda sunulan aritmetik ve cebir problemleri ayrı bir yere sahiptir.

Bir problemin aritmetik veya cebir problemi olarak ayrılması, problem metnindeki bilinmeyen niceliğin pozisyonundan yani konumundan kaynaklanmaktadır. Riley vd. (1983) problemin zorluğunun, problem metni içindeki bilinmeyen niceliğin rolünden veya pozisyonundan güçlü bir şekilde etkilendiğine vurgu yapmıştır. Bu bağlamda literatürde; (1) bilinmeyen niceliğin problemde açıklanan durumların veya matematiksel işlemlerin sonucu olduğu sonuç-bilinmeyen (result-unknown) problemleri ile (2) bilinmeyen değerin bir ilişkiyi belirtmek için gereken niceliği ifade ettiği başlangıç-bilinmeyen (start-unknown) problemleri tanımlanmıştır (Riley vd., 1983). Burada sonuç-bilinmeyen problemler, aritmetik işlemlerin doğrudan uygulanmasıyla çözülebildiğinden, bunlar aritmetik düzey problemler olarak düşünülebilir (Nathan ve Koedinger, 2000a). Yani aritmetik problemlerin çözümlerinde, bilinmeyen nicelik bir problemin sonucudur ve bilinmeyenler hesaplamalar içinde yer almazlar, yani bilinmeyenler son nokta olarak alınırlar. Başlangıç-bilinmeyen problemler ise aritmetik problemlerin basit modelleme ve doğrudan hesaplama yaklaşımlarını yıkma eğilimindedir ve genellikle cebirsel yöntemleri veya daha karmaşık modellemeleri gerektirirler (Nathan ve Koedinger, 2000a). Çünkü bu problemler

standart cebirsel prosedürlerin uygulanmasıyla çözülebildiğinden dolayı cebir seviyesi problemleri olarak düşünülebilir (Nathan ve Koedinger, 2000a). Cebir problemlerinin çözümlerinde ise bilinmeyen nicelik çözüm sürecinin başlangıcından sonuna kadar süreç içerisinde yer alır, yani bilinmeyen çözüm sürecinin başlangıç noktasıdır ve çözüm sürecinde bilinmeyen kendisi işlem yapılan nesnedir. Ayrıca araştırma ile ilişkili olan diğer problem çeşitleri ise, bağlamla birlikte sunulmuş ve sunulmamış sözel problemlerdir. Yani bu problemler belli bir bağlam ya da tema çevresinde kurgulanan problemler olup, problem verileri bir grafikte, bir çizelgede, kısa bir haber metninde veya hikâyede (öyküde) bulunabilir (Van De Walle vd., 2013). Bir problemin bağlamsal olması için; problemin öğrencinin başrolde olduğu veya olmadığı bir hikâye (öykü) durumunu ve bu durumun ise öğrenciyi çözmeye teşvik edecek bir gerekçeyi içermesi gerekmektedir (Benckert, 1997).

O halde aritmetikten cebire geçiş sürecinde ifade edilen farklı problem çeşitleri ile ilgili farklı çözüm stratejilerinin öğrencilere kazandırılması, öğrencilerin ortaokul ile birlikte soyutlaşmaya başlayan matematiği daha iyi kavrayabilmelerine ve cebirsel düşünmelerine katkı sağlayabilir (Riley vd., 1983). Bu nedenle öğretmenlerin aritmetik ile cebir arasındaki matematiksel bağlantıları vurgulaması ve aritmetik dille, cebirin daha teknik dili arasında var olan farklılıkları açıklaması – örneğin, problem çözme ile ilgili aritmetik bir yaklaşımdan cebirsel bir yaklaşıma geçişteki bağlantılar ve farklılıklar – öğrencilerinin matematiği birbirinden bağımsız ayrı parçalar olarak değil de, bu ve benzeri bağlantıların bir düzeni olduğunu görmelerine yardım edebilir. Çünkü öğrenciler genellikle öğretmenleri her şeyi bilen ve tüm sorulara cevap veren kişiler olarak düşünürler (Gomez-Chacon, 2000).

Öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili anlamaları, matematiğe yönelik eğilimleri ve inançları okulda karşılaştıkları öğretmenler tarafından şekillendirilir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Araştırmacılar da son yıllarda öğretmenlerin öğrencilerin öğrenmesinde oynadığı role dikkat çekmişler (Nathan ve Koedinger, 2000a; Sherin, 2004) ve öğretmenlerin bilgi ve inançlarının da öğretim uygulamalarını şekillendirdiğini belirtmişlerdir (Schoenfeld, 1998). Cross'a (2009) göre öğretmenler öğrenme ortamını örgütleyip biçimlendirir; bundan dolayı, öğretmenler öğretilen ve öğrenilen şey üzerinde muazzam bir etkiye sahiptir. Bu nedenle öğretmenler, matematiği bilmenin ve anlamının ne demek olduğunu, öğrencilerinin hangi matematiksel görevleri yapmaları gerektiğini ve bilişsel olarak öğrencilerini zorlayıcı becerilerin nasıl geliştirilmesi ve desteklenmesini de anlamalıdır. Çünkü öğrencilerin nasıl/ne düşündüklerini ve yeteneklerinin ne olduğunu bilmek; öğretmenlerin ders içeriklerine ve sunum stillerine etki etmektedir. Bu anlamda son zamanlarda öğrencilerin matematiksel içerik edinme yetkinliği hakkındaki öğretmen inançları ile ilgili çalışmalar içerisinde aritmetikten cebire geçiş ve cebir üzerine yapılan çalışmalar önemli kabul edilmektedir (Nathan ve Koedinger, 2000a; 2000b). Bu bağlamda çalışma ile aşağıdaki araştırma problemlerine cevap aranmıştır:

1. Ortaokul matematik öğretmenlerinin farklı tipteki problemlerin öğrencilere göre zorluk düzeylerine ilişkin görüşleri ile bu problemlerin zorluk düzeylerini sıralamada etkili olan nedenlere dair görüşleri nelerdir?
2. Öğretmenlerin problemlerin çözümü için ortaokul matematik öğrencilerinin kullanabileceği çözüm stratejilerine ilişkin tahminleri ile bu problem durumlarını içeren bir öğretimin hangi sıralamada tasarlanması konusundaki eğilimleri nelerdir?
3. Farklı tipteki problemler ile bu problemlerin çözümleri bağlamında ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretme ve öğrenmeye yönelik inançları nasıldır?

2. Yöntem

2.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada nicel araştırma desenlerinden betimsel araştırma modeli kullanılmıştır. Nicel araştırma, içinde yaşadığımız dünya hakkında bilgi elde etmek amacıyla sayısal verilerin formel, objektif ve sistematik bir süreçte ele alınmasıdır. Betimsel araştırma ortaya yeni konulan bir durum hakkında bilgi toplamada kullanılan yöntemdir (Büyüköztürk, 2013).

2.2. Örneklem

Araştırma Türkiye'nin Doğu Karadeniz ve Kuzeydoğu Anadolu bölgelerinde yer alan üç farklı ilde gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın örneklemi ortaokullarda görev yapan 32 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Örneklem seçiminde tesadüf olmayan örnekleme yöntemlerinden amaçlı ve uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır (Johnson ve Christensen, 2004). Bu yöntem kapsamında seçilen öğretmenler; ulaşılması kolay, araştırma için uygun ve gönüllü, farklı demografik özelliklere sahip (kıdem yılları ve cinsiyetleri farklı olan, farklı sosyo-ekonomik çevreye sahip okullarda çalışan vb.) öğretmenlerdir.

2.3. Veri Toplama Araçları

Çalışmanın verileri dört bölümden oluşan anket (anket içeriği bulgular bölümünde sunulmuştur) yardımıyla toplanmıştır. Anketin birinci bölümü, öğretmenlerin kişisel bilgilerini elde etmek için tasarlanmıştır.

Anketin ikinci bölümünde yer alan problemler Nathan ve Koedinger (2000a) tarafından geliştirilen problemlerden uyarlanmıştır. Anketin bu soruları, altı farklı tipteki problemin öğrenciler için zorluk düzeylerine göre sıralanmasına ilişkin öğretmen görüşlerini belirlemek için tasarlanmıştır. Buna göre öğretmenlerden öğrenciler için zorluk düzeylerine göre bu uyarlanan altı farklı matematik problemini 6'lı Likert ölçeğe göre (bkz. Tablo 1) sıralamaları istenmiştir. Ankette yer alan matematik problemlerinin üçü aritmetik problemlerden diğer üçü ise cebir problemlerinden oluşmaktadır. Problem türlerine ait açıklamalar çalışmanın giriş kısmında açıklanmış ve problemlerin metinleri bulgular bölümündeki Tablo 2 ve Tablo 3'de verilmiştir.

Anketin üçüncü bölümü ise ikinci bölümü dikkate alınarak araştırmacılar tarafından literatür destekli hazırlanan üç açık uçlu soruyu içermektedir. Bu açık uçlu üç soruyla; öğrenciler için problemlerin zorluk düzeylerini sıralamada etkili olan nedenlere ilişkin öğretmen görüşlerinin, problemlerin çözümü için öğrencilerin kullanabileceği çözüm stratejileriyle ilgili öğretmenlerin tahminlerinin ve altı farklı problem durumunu içeren bir öğretimdeki problemlerin nasıl sıralanması gerektiğine yönelik öğretmen eğilimlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

Anketin son bölümünde ise öğretmenlerin sezgisel öğrenme, öğrenci merkezli eğitim, cebirin (problem çözümlerinde cebirsel yöntemlerin) en iyi olduğu ve sembol önceliği ile ilgili öğretmen inançlarını belirlemek için 29 maddelik bir anket bölümü oluşturulmuştur. Bu bölümdeki anket maddeleri oluşturulurken Nathan ve Koedinger (2000a; 2000b) ve Sakellis (2011) çalışmalarından yararlanılmıştır. Bu görüşlerin belirlenmesinde 6'lı Likert ölçekleri (bkz. Tablo 1) kullanılmıştır. Gerekli izinler alındıktan sonra bu bölümdeki anket maddeleri için "İngilizce-Türkçe Uyumluluk ve Türkçe Anlaşılabilirlik Derecelendirme Formları" kullanılmış ve her iki dil uzmanlarının önerileri dikkate alınarak, maddeler üzerinde gerekli değişiklikler yapılmıştır.

Anketin geçerliğini sağlamak için matematik eğitimi alanında uzman üç öğretim üyesine maddeler sunulmuş ve çalışmanın amacı hakkında bilgi verilmiştir. Uzmanlardan alınan görüşler doğrultusunda ankette yer alan maddelerin amaca uygun olduğuna karar verilmiştir. Uygulama sonucunda anketin güvenilirlik değerinin hesaplanmasında farklı boyutlar için farklı güvenilirlik hesaplama teknikleri kullanılmıştır. Anketin birinci bölümü demografik değişkenlerden oluştuğu için bu bölüme güvenilirlik analizi yapılmamıştır. Anketin ikinci bölümünün güvenilirlik değeri test tekrar test tekniği ile hesaplanmıştır. Bu güvenilirlik değerinde katılımcıların ilk ve ikinci durumda maddelere verdikleri cevapların kararlılığı incelenmiştir. Bu incelemede eğer aynı sıralama korunmuşsa 1, sıralama farklılık göstermişse 0 olarak puanlama yapılmıştır. Aritmetik problemleri için güvenilirlik değeri ,88, cebir problemleri için ,78 olarak hesaplanmıştır. Başol (2015) bu değer en az ,70 olması gerektiğini ifade etmiştir. Buna göre ölçme aracının ikinci boyutu için kararlı ölçümler yapıldığı söylenebilir. Ölçme aracının üçüncü bölümü açık uçlu sorulardan oluştuğundan bu bölümde kodlayıcılar arası güvenilirlik değeri hesaplanmıştır. Kodlayıcılar arası güvenilirlik ,85 olarak bulunmuştur. Anketin son bölümünde ise Cronbach Alpha güvenilirlik katsayısı ,78 olarak hesaplanmıştır. Başol'a (2015) göre bu değerlerin uygun olduğu söylenebilir.

2.4. Verilerin Analizi

Çalışmadan elde edilen verilerin sunumunda betimsel istatistik kullanılmıştır. Bu bağlamda öğretmenlerin her bir soruya vermiş oldukları cevapların frekans (f), yüzde (%) ve aritmetik ortalama değerleri ($\bar{x}$) tablolarla betimsel olarak verilmiştir. Ayrıca açık uçlu sorulardan elde edilen veriler ise hem betimsel hem de içerik analiz yöntemiyle analiz edilmiş ve yorumlanmıştır. Anket sorularına verilen cevapların değerlendirilmesinde Tablo 1'de verilen aralıklar kullanılmıştır.

Tablo 1. Aritmetik Ortalamaların Değerlendirme Aralığı

Aralık	Seçenek	Seçenek
1,00-1,83	Çok kolay	Kesinlikle katılmıyorum (KeK ⁻)
1,84-2,67	Kolay	Katılmıyorum (K ⁻)
2,67-3,50	Biraz kolay	Kısmen katılmıyorum (KıK ⁻)
3,50-4,33	Biraz zor	Kısmen katılıyorum (KıK ⁺)
4,33-5,16	Zor	Katılıyorum (K ⁺)
5,17-6,00	Çok zor	Kesinlikle katılıyorum (KeK ⁺)

3. Bulgular

3.1. Araştırmanın Birinci Problemine Ait Bulgular

Araştırmanın bu probleminden elde edilen veriler sırasıyla aşağıda sunulmuştur.

3.1.1. Problemlerinin Zorluk Düzeyleri ile İlgili Öğretmen İnançları

Öğretmenler tarafında aritmetik problemlerinin öğrenciler açısından zorluk düzeylerine göre sıralamasına dair bulgular Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. Aritmetik Problemlerinin Zorluk Düzeyleri ile İlgili Veriler

Aritmetik Problemler		Sözel problem			Sembolik problem		
		Hikâye	Kelime				
Problemlerin İçeriği		Ocakbaşı lokantasında garsonluk yapan Ali, Pazartesi günü 6 saat çalışıp eve geldiğinde, o gün 123,90 TL kazandığını gördü. Bu paranın 66,00 TL si bahşiş olduğuna göre, Ali'nin Pazartesi günkü bir saatlik çalışma ücretini bulunuz.	123,90 sayısından 66 çıkarılıp elde edilen sonuç 6'ya bölünürse hangi sayı elde edilir.		(123,90 - 66):6 = x		
	Okul türü	İlkokul	Ortaokul	İlkokul	Ortaokul	İlkokul	Ortaokul
	Frekans(Yüzde)	f (%)	f (%)	f (%)	f (%)	f (%)	f (%)
Zorluk Düzeyleri	Çok zor	5 (%16)	1 (%3)	3 (%9)	1 (%3)	-	-
	Zor	7 (%22)	4 (%12)	5 (%16)	3 (%9)	2 (%6)	1 (%3)
	Biraz zor	9 (%28)	6 (%19)	10 (%31)	5 (%16)	4 (%12)	2 (%6)
	Biraz kolay	7 (%22)	12 (%37)	9 (%28)	14 (%44)	9 (%28)	4 (512)
	Kolay	3 (%9)	7 (%22)	4 (%12)	8 (%25)	13 (%40)	10 (%31)
	Çok kolay	1 (%3)	2 (%6)	1 (%3)	1 (%3)	4 (%12)	15 (%47)
	$\bar{x}$	4,03	3,19	3,72	3,13	2,59	1,88
Değerlendirme		Biraz zor	Biraz kolay	Biraz zor	Biraz kolay	Kolay	Kolay

Tablo 2 incelendiğinde öğretmenler, ilkokulda öğrenim gören öğrenciler açısından; bağlamla birlikte sunulan aritmetik hikâye ($\bar{x} = 4,03$) ve bağlamla birlikte sunulmamış aritmetik kelime ($\bar{x} = 3,72$) problemlerinin, aritmetik sembolik ($\bar{x} = 2,59$) probleminden daha zor olduğunu, bağlamla birlikte sunulan aritmetik hikâye probleminin ise bağlamla birlikte sunulmamış aritmetik kelime problemine göre kısmen daha zor olduğunu ifade etmişlerdir. Benzer şekilde öğretmenler, ortaokulda öğrenim gören öğrenciler açısından; bağlam tabanlı aritmetik hikâye ($\bar{x} = 3,19$) ve bağlam tabanlı olmayan aritmetik kelime ($\bar{x} = 3,13$) problemlerinin, aritmetik sembolik ($\bar{x} = 31,88$) probleminden daha zor olduğunu, bağlam tabanlı aritmetik hikâye probleminin ise bağlam tabanlı olmayan aritmetik kelime problemine göre kısmen daha zor olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmenler, her iki okul türünde öğrenim gören öğrenciler açısından; sözel problemlerin, aritmetik sembolik probleminden daha zor olduğunu, bağlamla birlikte sunulan aritmetik hikâye probleminin ise bağlamla birlikte sunulmamış aritmetik kelime problemine göre kısmen daha zor olduğunu ifade etmişlerdir.

Öğretmenlerden üç farklı tipteki cebir problemini öğrenciler açısından zorluk düzeylerine göre sıralamaları istenmiş ve elde edilen veriler Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Cebir Problemlerinin Zorluk Düzeyleri İle İlgili Veriler

Cebir Problemleri		Sözel problem			Sembolik problem		
		Hikâye	Kelime				
Problemlerin İçeriği	Ocakbaşı lokantasında garsonluk yapan Ali, Pazartesi günü 6 saat çalışıp eve geldiğinde o günkü bir saatlik çalışma ücretini 6 ile çarptı, daha sonra bu paraya o günkü 66TL olan bahşiş parasını ekledi ve o gün 123,90 TL kazandığını gördü. Buna göre Ali'nin Pazartesi günkü bir saatlik çalışma ücretini bulunuz.		Bir sayının 6 katının 66 fazlası 123,90 eşit ise, bu sayı kaçtır.		$x.6 + 66 = 123,90$		
	Okul türü	İlkokul	Ortaokul	İlkokul	Ortaokul	İlkokul	Ortaokul
Frekans(Yüzde)		f (%)	f (%)	f (%)	f (%)	f (%)	f (%)
Zorluk Düzeyleri	Çok zor	14 (%44)	7 (%22)	9 (%28)	4 (%12)	8 (%26)	2 (%6)
	Zor	10 (%31)	11 (%34)	11 (%34)	10 (%31)	10 (%31)	5 (%13)
	Biraz zor	5 (%16)	5 (%16)	6 (%20)	10 (%31)	7 (%22)	12 (%37)
	Biraz kolay	2 (%6)	6 (%19)	3 (%9)	5 (%13)	4 (%12)	7 (%22)
	Kolay	1 (%3)	2 (%6)	2 (%6)	2 (%6)	2 (%6)	4 (%12)
	Çok kolay	-	1 (%3)	1 (%3)	1 (%3)	1 (%3)	2 (%6)
$\bar{x}$		5,06	4,38	4,75	4,19	4,56	3,62
Değerlendirme		Zor	Zor	Zor	Biraz zor	Zor	Biraz zor

Tablo 3 incelendiğinde öğretmenler, ilkökulda öğrenim gören öğrenciler açısından; bağlamla birlikte sunulan cebir hikâye ($\bar{x} = 5,06$) ve bağlamla birlikte sunulmamış cebir kelime ($\bar{x} = 4,75$) problemlerinin, cebir sembolik ($\bar{x} = 4,56$) probleminden daha zor olduğunu, bağlamla birlikte sunulan cebir hikâye probleminin ise bağlamla birlikte sunulmamış cebir kelime problemine göre kısmen daha zor olduğunu ifade etmişlerdir. Benzer şekilde öğretmenler, ortaokulda öğrenim gören öğrenciler açısından; bağlam tabanlı cebir hikâye ($\bar{x} = 4,38$) ve bağlam tabanlı olmayan cebir kelime ($\bar{x} = 4,19$) problemlerinin, cebir sembolik ($\bar{x} = 3,62$) probleminden daha zor olduğunu, bağlam tabanlı cebir hikâye probleminin ise bağlam tabanlı olmayan cebir kelime problemine göre biraz daha zor olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmenler genel olarak, öğrenciler için sözel cebir (hikâye ve kelime) problemlerin, cebir sembolik probleminden daha zor olduğu, bağlam tabanlı olmayan cebir kelime probleminin ise bağlam tabanlı cebir hikâye problemine göre biraz daha kolay olduğuna inanmaktadırlar.

3.1.2. Problemleri Zorluk Düzeylerini Sıralamada Etkili Olan Nedenlere Dair Görüşler

Öğretmenlerin altı farklı tipteki aritmetik ve cebir problemlerinin öğrenciler açısından zorluk düzeylerini sıralamalarında etkili olan nedenlere ilişkin görüşleri Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. Problemlerin Zorluk Düzeylerini Sıralamada Etkili Olan Nedenler

Öğretmen görüşleri	f (%)
Problemdeki bilinmeyen niceliğin pozisyonu	22 (%34)
Öğretim programında diziliş sırasına göre önceliği olması	16 (%25)
Problemin dilsel sunumu	12 (%19)
Öğretim programında örnek tiplerine benzerliği	10 (%16)
Sezgisel olarak sıraladım veya fikrim yok	4 (%7)

Tablo 4' e göre altı farklı tipteki aritmetik ve cebir problemlerinin öğrenciler açısından zorluk düzeylerini en çok etkileyen nedenlere dair öğretmen görüşleri; problemdeki bilinmeyen niceliğin pozisyonu (%34) ve öğretim programındaki diziliş sırası (%25) şeklindedir. Bununla birlikte 12 (%19) öğretmen problemin dilsel sunumunun zorluk düzeyinin, 10 (%16) öğretmen ise verilen problemlerin öğretim programındaki örnek veya problem tiplerine benzerliğinin zorluk düzeylerine ilişkin sıralamalarını etkilediği ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin üçü (%5) sıralamalarını sezgisel olarak yaptığını ifade etmişken bir öğretmen ise görüş bildirmemiştir.

3.2. Araştırmanın İkinci Problemine Ait Bulgular

Araştırmanın bu probleminden elde edilen bulgular sırasıyla aşağıda sunulmuştur.

3.2.1. Öğrencilerin Kullanabileceği Çözüm Stratejilerine İlişkin Öğretmen Tahminleri

Altı farklı problemin çözümünde öğrencilerin kullanabileceği çözüm stratejilerine ilişkin öğretmenlerin tahminlerine dair görüşleri Tablo 5'te sunulmuş ve yorumlanmıştır.

Tablo 5. Öğrencilerin Kullanabileceği Çözüm Stratejilerine İlişkin Öğretmen Tahminleri

Tahmini stratejiler	Açıklamalar Öğrenciler...	Aritmetik Prob.			Cebir Prob.		
		Hik.	Kel.	Sem.	Hik.	Kel.	Sem.
Formel aritmetik stratejiler	... sadece sayılar ve dört işlem hesaplamalarını içeren aritmetik metotları kullanırlar.	15 (%47)	16 (%50)	13 (%41)	7 (%22)	7 (%22)	6 (%19)
	... eşittir işaretinin işlemsel anlamından yararlanarak denklemleri çözerler.	-	-	5 (%16)	-	-	2 (%6)
Deneme ve yanılma	... her bir denemede bir önceki denemede hatasını dikkate almadan gelişigüzel sayılarla sonuca ulaşmaya çalışırlar.	4 (%13)	4 (%13)	-	3 (%9)	3 (%9)	-
İnformel sembollerin kullanımı	... görsel veya şekil sembollerini kullanarak ya bir matematiksel cümle yazarlar ya da denklem oluşturur ve bunları çözerler.	6 (%19)	5 (%16)	-	6 (%19)	5 (%16)	-
Düşünme ve deneme	... problemde verilenleri ve istenenleri göz önüne alarak mantıksal çıkarımlarla tahminlerde bulunur ve bu tahminleri sayısal işlemleri içeren bilinçli denemelerle test ederler.	2 (%6)	2 (%6)	-	1 (%3)	1 (%3)	-
Geriye doğru çalışma (Ters işlem algoritması)	... problemde verilen kat, fazla, eksik vb. ifadelerden yararlanarak ters işlem algoritması yardımıyla sonuca ulaşmaya çalışırlar.	9 (%28)	13 (%41)	-	7 (%22)	10 (%31)	5 (%16)
Formal cebirsel stratejiler	... problemde verilenleri ve istenenleri göz önüne alarak bilinmeyi içeren denklemler kurar ve çözerler.	10 (%31)	11 (%34)	-	12 (%38)	13 (%41)	-
	... eşittir işaretinin ilişkisel anlamından yararlanarak denklemleri çözerler.	-	-	-	-	-	2 (%6)

Tablo 5 incelendiğinde öğrencilerin sadece sayılar ve dört işlem hesaplamalarını içeren aritmetik metotları üç farklı aritmetik problemin çözümünde kullanabileceği yönünde tahminde bulunan öğretmenler yaklaşık %40 ile %50 arasında iken, bu stratejiyi üç farklı cebir probleminin çözümünde de kullanılabileceği yönünde tahminde bulunan öğretmenler yaklaşık %19 ile %22 arasındadır. Öğrencilerin eşittir işaretinin işlemsel anlamından yararlanarak hem aritmetik sembolik hem de cebirsel sembolik problemleri çözebileceği yönünde tahminde bulunan öğretmenlerin yüzdelik değerleri sırasıyla %16 ve %6 dır. Öğretmenler, öğrencilerin hem aritmetik sözel hem de cebir sözel (hikâye veya kelime) problemlerinde deneme–yanılma (%13 ile %9) ile düşünme–deneme (%6 ile %3) stratejilerini kullanabilecekleri yönünde tahminde bulunmuşlardır. İnformel sembollerin kullanımını içeren stratejileri öğrencilerin sadece (aritmetik ve cebir) sözel problemlerinde kullanabileceği yönünde tahminde bulunan öğretmenler aynı kişilerdir (her iki problem tipi içinde %19 ile %16). Bununla birlikte öğrencilerin geriye doğru çalışma stratejisi ile aritmetik sözel problemlerini çözebileceklerini düşünen öğretmenlerin yüzde değerleri sırasıyla %28 ve %41 iken, bu strateji ile cebir sözel problemlerini çözebileceklerini düşünen öğretmenlerin yüzde değerleri sırasıyla %22 ve %31 dir. Ayrıca öğretmenler, öğrencilerin “bilinmeyeni içeren denklemi kurma ve çözmeye” ilişkin formel cebirsel stratejileri hem cebir hem de aritmetik problemlerde kullanabileceği yönünde tahminde bulunmuşlardır. Öğrencilerin bu tür stratejileri aritmetik sözel problemlerin çözümünde kullanabileceği yönünde tahminde bulunan öğretmenlerin yüzde değerleri sırasıyla %31 ve %34 iken, cebir sözel problemlerin çözümünde kullanabileceği yönünde tahminde bulunan öğretmenlerin yüzde değerleri %38 ve %41 dir. Öğrencilerin eşittir işaretinin ilişkisel anlamından yararlanarak cebirsel sembolik problemi çözebileceği yönünde tahminde bulunan öğretmenlerin yüzdelik değeri ise %6 dır.

3.2.1. Altı Farklı Problem Durumunu İçeren Bir Öğretime Dair Öğretmenlerin Eğilimleri

Altı farklı problem durumunu içeren bir öğretimin hangi sıralamada tasarlanması konusundaki öğretmen eğilimleri ile ilgili görüşler Tablo 6’da sunulmuş ve daha sonra yorumlanmıştır.

Tablo 6. Öğretmenlerin Sahip Olduğu Eğilimlere İlişkin Veriler

Eğilim	Eğilimle ilgili özet açıklamalar	Eğilimin başlangıç noktası	f (%)
Sembol Öncelikli Görüş	Bu eğilime göre ilk olarak sembolik akıl yürütme becerileri geliştirilir daha sonra ise diğer yeterlikler (sözel problem çözme becerilerinin) geliştirilir.	Sembolik aritmetik ↓ ... ↓ Sembolik cebir ↓	27 (%84,4)
Sözel Öncelikli Görüş	Bu eğilime göre ilk önce sözel akıl yürütme becerileri, daha sonra bu sözel beceriler üzerinden sembolik akıl yürütme becerileri geliştirilir.	Sözel aritmetik ↓ ... ↓ Sözel cebir ↓	5 (%15,6)

Sonuç olarak öğretmenlerin büyük çoğunluğu (%84.4) sembol öncelikli eğilime sahiptirler. Yani öğretmenlere göre öğrenciler ilk olarak bilinmeyeninin çözüm sonunda elde edildiği problemlerle aritmetikteki sembolik becerilerini geliştirmeli, daha sonra öğrenciler sözel (hikâye veya kelime) olarak sunulan aritmetik problemlere bu becerilerini uygulayarak ve genişleterek öğrenmelerini gerçekleştirmelidirler. Bununla birlikte öğretmenlerin % 15,6 ise sembolik cebirin zorluğu

nedeniyle alternatif bir eğilim olan sözel öncelikli eğilimi desteklemişlerdir. Öğretmenler hangi problem tipi olursa olsun sembol manipülasyon becerilerinden önce öğrencilerin sözel yeterliliklerinin geliştirilmesinin gerekliliğine inanmaktadırlar.

3.3. Araştırmanın Üçüncü Problemine Ait Bulgular

3.3.1. Sezgisel Öğrenme ile İlgili Öğretmen İnançları

Öğretmenlerin sezgisel öğrenme ile ilgili inançlarından elde edilen veriler Tablo 7’de sunulmuştur.

Tablo 7. Öğretmenlerin Sezgisel Öğrenme İle İlgili İnançlarına Dair Veriler

Maddeler	KeK ⁻ f(%)	K ⁻ f(%)	KıK ⁻ f(%)	KıK ⁺ f(%)	K ⁺ f(%)	KeK ⁺ f(%)	$\bar{x}$
Öğretmenlerden çok az yardım alarak veya hiç yardım almadan bireysel olarak öğrencilerin bir problemi kendi başlarına çözmeye çalışmaları problem çözme öğrenmenin en iyi yoludur.	1 (%3)	4 (%13)	9 (%28)	12 (%37)	5 (%16)	1 (%3)	3,59
Öğrenciler, cebirsel hikâye problemlerinin çözümü için gerekli sezgisel yöntemlere sahip olarak cebir derslerine giriş yapar.	1 (%3)	4 (%13)	13 (%40)	10 (%31)	3 (%10)	1 (%3)	3,41
Öğrenciler, temel becerileri öğrenmemiş olsalar dahi problemlerin çözümü için uygun ve başarıya götürecek yöntemlere sahip olabilirler.	3 (%10)	5 (%16)	6 (%19)	10 (%31)	6 (%19)	2 (%6)	3,53
Öğrenciler cebir problemlerini çözmeye yarayan yöntemlerin çoğunu ders kitaplarından ve öğretmenlerden öğrenmelidirler.	2 (%6)	4 (%13)	14 (%43)	7 (%22)	4 (%13)	1 (%3)	3,31
Çözümler öğretilenlerden farklı olsa bile sezgisel olarak matematiksel akıl yürütüme, cebirsel problemlere geçerli çözümler sağlayabilir.	1 (%3)	6 (%19)	10 (%31)	9 (%28)	5 (%16)	1 (%3)	3,44
Öğrencilere matematiksel düşünme için biraz özgürlük verilirse, onların problem çözme yöntemleri daha iyi gelişir.	-	-	3 (%10)	8 (%25)	12 (%37)	9 (%28)	4,56

Tablo 7 incelendiğinde öğretmenlerin yaklaşık % 65’i (K⁺ ve KeK⁺ ait yüzde değerleri toplamı), öğrencilere matematiksel düşünme için biraz özgürlük verildiğinde onların problem çözme stratejilerinin daha iyi gelişeceğine inanmaktadır ($\bar{x} = 4,56$). Ancak öğretmenler, öğrencilerin hiçbir destek almadan bireysel olarak kendi başlarına problemleri çözebilecekleri konusunda tereddütte sahiptirler ($\bar{x} = 3,59$). Ayrıca öğretmenler, temel becerilere sahip olmayan öğrencilerin bile problem çözmede başarıya götürecek yöntemlere sahip olabileceğine kısmen katılmaktadır ($\bar{x} = 3,53$). Benzer şekilde öğretmenler, cebir problemlerini çözmeye yarayan yöntemlerin çoğunu ders kitaplarından ve öğretmenlerden öğrenilmesi yönündeki görüşe kısmen katılmaktadır ($\bar{x} = 3,31$). Öğretmenler, sezgisel matematiksel akıl yürütmenin her zaman cebirsel problemlere geçerli çözümler sağlayabileceği ($\bar{x} = 3,44$) ve öğrencilerin cebirsel hikâye problemlerinin çözümü için gerekli sezgisel yöntemlere sahip olabileceği ($\bar{x} = 3,41$) görüşlerinde ise çekimser kalmışlardır.

3.3.2. Öğrenci Merkezli Eğitimle İle İlgili Öğretmen İnançları

Öğretmenlerin öğrenci merkezli eğitimle ilgili inançlarına ilişkin veriler Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. Öğretmenlerin Öğrenci Merkezli Eğitimle İle İlgili İnançlarına Dair Veriler

Maddeler	KeK ⁻ f (%)	K ⁻ f (%)	KıK ⁻ f (%)	KıK ⁺ f (%)	K ⁺ f (%)	KeK ⁺ f (%)	$\bar{x}$
Öğrenciler karmaşık cebir hikâye problemlerinin üstesinden gelebilmek için açık yönergelerle ihtiyaç duyar.	1 (%3)	3 (%16)	7 (%25)	9 (%31)	9 (%22)	3 (%3)	3,96
Cebire geçiş yapamayan (cebir öncesi) öğrenciler daha etkili bir öğretime ihtiyaç duyar.	-	2 (%6)	5 (%16)	9 (%28)	12 (%37)	4 (%13)	4,35
Doğru cevapları ödüllendirme, yanlış cevapları ise düzeltme öğretimin önemli bir parçasıdır.	-	2 (%6)	6 (%19)	12 (%37)	9 (%28)	3 (%10)	4,16
Öğrencilere problemleri çözmek için spesifik yöntemler öğretildiği zaman matematiksel bilgiyi en iyi şekilde kazanırlar.	2 (%6)	4 (%13)	12 (%37)	9 (%28)	4 (%13)	1 (%3)	3,38
Öğretmenler, çözümleri yetersiz olsa dahi öğrencilerini cebirsel problemlerin çözümleri ile ilgili kendi stratejilerini oluşturmaya cesaretlendirmelidir.	-	1 (%2)	6 (%19)	10 (%31)	11 (%34)	4 (%13)	4,34
Öğrenciler bir problemin doğru yolunu bulmaya çalışmadan önce öğretmenler problemin doğru yolunu örneklerle göstermelidir.	4 (%16)	12 (%37)	10 (%31)	4 (%16)	2 (%6)	-	2,62
Öğrencilerin problemlerin çözümünde kendi stratejilerini oluşturması matematik öğretimi ile ilgili hedeflere ulaşmada önemlidir.	-	1 (%2)	5 (%16)	9 (%28)	12 (%37)	5 (%16)	4,47

Tablo 8 incelendiğinde öğretmenlerin yarıdan fazlası (%53), öğrencilerin problemlerin çözümünde kendi yöntemlerini oluşturmasının matematik öğretimi ile ilgili hedeflere ulaşmada önemli olduğunu ($\bar{x} = 4.47$) belirtmişlerdir. “Öğrenciler bir problemin doğru yolunu bulmaya çalışmadan önce, öğretmenler problemin doğru yolunu örneklerle göstermelidir” şeklindeki anket maddesinden elde edilen sonuçlar da (öğretmenlerin %53’ü bu görüşe katılmıyor ($\bar{x} = 2.62$)) bir önceki görüşü destekler niteliktedir. Öğretmenlerin %50’si, cebire geçiş yapamayan (cebir öncesi) öğrencilerin daha etkili bir öğretim alması gerektiğini ($\bar{x} = 4.35$) savunmaktadır. Ayrıca öğretmenlerin yaklaşık yarısı (%47), çözümleri yetersiz olsa dahi öğrencilerin cebirsel problemlerin çözümleri ile ilgili kendi yaklaşımlarını oluşturmaya cesaretlendirilmesi gerektiğini ($\bar{x} = 4.34$) belirtmişler, ancak öğretmenler (%25’ i KıK⁺ ve %31’i KıK⁺) karmaşık cebir hikâye problemlerinin üstesinden gelebilmede öğrencilere açık yönergeler verilmesi konusunda tereddütte kalmışlardır ($\bar{x} = 3.96$). Öğretmenler, “öğrencilere problemleri çözmek için spesifik yöntemler öğretildiği zaman matematiksel bilgiyi en iyi şekilde kazanır” görüşünü ise az desteklemişlerdir ($\bar{x} = 3.38$). Öğretmenler doğru cevapları ödüllendirmenin, yanlış cevapları ise düzeltmenin öğretimin önemli bir parçası olduğu fikrine ise kısmen katılmaktadır ($\bar{x} = 4.16$).

3.3.3. Cebir'in En İyi Olduğu ile İlgili Öğretmen İnançları

Öğretmenlerin cebirin (cebirsal yaklaşımın) en iyi olduğu ile ilgili görüşlerinden elde edilen veriler Tablo 9'da sunulmuştur.

Tablo 9. Öğretmenlerin Cebirin En İyi Olduğu ile İlgili Görüşlerinden Elde Edilen Veriler

Maddeler	KeK ⁻ f (%)	K ⁻ f (%)	KıK ⁻ f (%)	KıK ⁺ f (%)	K ⁺ f (%)	KeK ⁺ f (%)	$\bar{x}$
Cebir hikâye problemlerini çözmeye yönelik geçerli birçok yaklaşım vardır ve sembollerle işlem yapma bu yaklaşımlardan sadece birisidir.	-	1 (%3)	4 (%13)	9 (%28)	11 (%34)	7 (%22)	4,59
Formel cebir öğretiminin öncesinde öğrenciler problem çözme için farklı ve geçerli yöntemlere sahip olabilirler.	1 (%3)	4 (%13)	9 (%28)	12 (%37)	5 (%16)	1 (%3)	3,59
Cebir öğretiminde öğretmenler, informal yaklaşımlar kullanarak doğru cevap üretebilen öğrencilerini cesaretlendirmelidirler.	-	2 (%6)	4 (%13)	6 (%19)	14 (%43)	6 (%19)	4,38
Tüm cebir hikâye problemleri cebir kullanılmadan çözülebilir.	1 (%3)	5 (%16)	10 (%31)	9 (%28)	6 (%19)	1 (%3)	3,53
Öğrencilere her zaman sembollerle işlem yapılabilmesini gerektiren cebir problemleri verilmelidir.	4 (%13)	4 (%13)	13 (%40)	9 (%28)	2 (%6)	-	3,03
Hikâye probleminin çözümünde cebirsal denklemlerin kullanılması en etkili yaklaşımdır.	1 (%3)	2 (%6)	5 (%16)	7 (%22)	10 (%31)	7 (%22)	4,38
Öğrenciler karmaşık hikâye problemlerini çözmeye başlamadan önce, cebirsal prosedürleri içeren pratikleri yapmalıdır.	-	1 (%2)	4 (%13)	10 (%31)	12 (%37)	5 (%16)	4,50
Karmaşık hikâye problemlerinin çözümünde uzmanlaşma, sembolik manipülasyonlarda yeterliliği gerektirir.	-	3 (%10)	8 (%25)	11 (%34)	6 (%19)	4 (%13)	4,00
Karmaşık bir hikâye problemini çözmek için en etkili yöntem, problemi cebirsal denklemlere çevirmektir.	-	5 (%16)	2 (%6)	8 (%25)	11 (%34)	6 (%19)	4,34

Tablo 9'a göre öğretmenlerin çoğunluğu, cebirsal (hikâye) problemlerin çözümünde farklı birçok yaklaşım olduğu ve bunlardan sadece birinin sembolik yaklaşım olduğunu (%56 ve $\bar{x} = 4,59$), karmaşık hikâye problem çözümlerine geçmeden cebirsal prosedürleri içeren pratikler yapılması gerektiğini (%53 ve $\bar{x} = 4,50$) ve informal çözüm stratejilerine öğrencilerin cesaretlendirmenin gerektiğini (%62 ve $\bar{x} = 4,38$) ifade etmişlerdir. Benzer şekilde öğretmenlerin yaklaşık yarıdan fazlası, hikâye problemlerinin çözümünde cebirsal denklemlerin kullanılmasını en etkili yaklaşım (% 53 ve $\bar{x} = 4,38$) ve karmaşık bir hikâye problemini çözmek için en etkili yöntemin ise problemin içerdiği bilgiyi cebirsal denkleme çevirme (%53 ve $\bar{x} = 4,34$) olduğuna inanmaktadırlar. Ayrıca öğretmenler karmaşık hikâye problemlerinin çözümünde uzmanlaşmanın sembollerle işlem yapma yeterliliğine ($\bar{x} = 4,00$ bağlı olduğunu düşünmektedirler. Bununla birlikte öğretmenler, tüm cebir hikâye problemlerinin cebir

kullanılmadan çözülebileceği ($\bar{x} = 3,53$), öğrencilerin formel cebir öğretimi öncesinde problem çözme için farklı ve etkili yöntemlere sahip olabileceği ($\bar{x} = 3,59$) ve öğrencilere her zaman sembollerle işlem yapılabilmesini gerektiren cebir problemleri verilmemesi gerektiği ($\bar{x} = 3,03$) ile ilgili görüşlerde tereddütte kalmışlardır.

3.3.4. Sembol Önceliği ile İlgili Öğretmen İnançları

Öğretmenlerin sembol önceliği ile ilgili inançlarından elde edilen değerler Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10. Öğretmenlerin Sembol Önceliği İle İlgili İnançlarına Dair Veriler

Maddeler	KeK ⁻ f (%)	K ⁻ f (%)	KıK ⁻ f (%)	KıK ⁺ f (%)	K ⁺ f (%)	KeK ⁺ f (%)	$\bar{x}$
Hikâye problemleri öğrencileri (düşünüp) yeni anlamlar çıkarmaya sevk etmek için sembolik denklemlere göre daha uygundur.	-	2 (%6)	4 (%13)	7 (%22)	11 (%34)	8 (%25)	4,60
Öğrenciler cebir hikâye problemine karşılık gelen eşdeğer cebirsel sembolik denklemleri çözemezse bile cebir hikâye problemlerini çözebilirler.	1 (%3)	1 (%3)	5 (%16)	7 (%22)	10 (%31)	8 (%25)	4,50
Öğrenciler cebir hikâye problemlerini çözmeden önce ilk olarak sembolik denklem kurarak çözüm oluşturmalıdır.	2 (%6)	5 (%16)	6 (%19)	11 (%34)	6 (%19)	2 (%6)	3,62
Cebirsel notasyonlarla ilgili zayıf anlamalar, öğrencilerin problem çözmedeki hatalarının önemli bir nedenidir.	2 (%6)	4 (%13)	10 (%31)	8 (%25)	6 (%19)	2 (%6)	3,56
Hikâye problemleri cebirde öğrencileri kaygılandırır.	5 (%16)	5 (%16)	11 (%34)	9 (%28)	2 (%6)	-	3,09
Öğrenciler için kelimelerle sunulan eşdeğer problemler, sembolik olarak sunulan eşdeğer problemlere göre daha zordur.	1 (%3)	1 (%3)	7 (%22)	9 (%28)	10 (%31)	4 (%13)	4,19
Öğrenciler için hikâye problemlerini çözmek, sembolik olarak sunulan aynı eşdeğer problemleri çözmekten daha zordur.	1 (%3)	4 (%13)	2 (%6)	9 (%28)	12 (%37)	4 (%13)	4,22

Tablo 10'a göre öğretmenlerin yarıdan fazlası, hikâye problemlerinin sembolik denklemlere göre öğrencileri yeni anlamlar çıkarmaya sevk etmede daha uygun olduğuna (%59 ve $\bar{x} = 4,60$) ve öğrencilerin eşdeğer cebirsel denklemleri çözemezse bile cebir hikâye problemlerini çözebileceğine (%56 ve $\bar{x} = 4,50$) inanmaktadır. Öğretmenler azda olsa, cebir hikâye problemlerini çözmeden önce denklem kurarak çözüm oluşturma'nın önemli olduğunu ($\bar{x} = 3,62$), cebirsel notasyonlarla ilgili zayıf anlamaların problem çözmede hatalara neden olabileceğini ($\bar{x} = 3,56$) düşünmektedirler. Bununla birlikte öğretmenler, öğrenciler için kelimelerle sunulan problemlerin sembolik olarak sunulan problemlere göre ($\bar{x} = 4,19$) ve hikâye problemlerini çözmenin ise sembolik denklem olarak sunulan eşdeğer problemleri çözmeye göre ($\bar{x} = 4,22$) daha zor olduğu görüşüne kısmen katılmaktadır. Ancak öğretmenler cebirsel hikâye problemlerinin öğrencileri kaygılandırıp kaygılandırmayacağı konusunda çekimser kalmışlardır ($\bar{x} = 3,09$).

4. Tartışma ve Sonuçlar

Ortaokul matematik öğretmenlerinin, ilkokul ve ortaokulda öğrenim gören öğrenciler açısından altı farklı tipteki problemi zorluk düzeylerine göre sıralamalarına yönelik görüşleri incelendiğinde dört temel sonuç elde edilmiştir: (a) Matematik öğretmenleri cebir problemlerinin aritmetik problemlere göre daha zor olduğunu düşünmektedirler. (b) Öğretmenler ilkokul öğrencileri için aritmetik hikâye ve kelime problemlerinin biraz zor olduğunu, aritmetik sembol problemlerinin ise kolay olduğunu düşünmektedirler. (c) Öğretmenler cebir problemlerinin (hikâye, kelime ve sembol) ilkokul öğrencileri için zor, aritmetik hikâye ve kelime problemlerinin ortaokul öğrencileri için biraz kolay ve aritmetik sembol problemlerinin kolay olduğunu belirtmişlerdir. (d) Öğretmenler cebir hikâye problemlerinin ortaokul öğrencileri için zor, cebir kelime ve sembol problemlerinin öğrenciler için biraz zor olduğunu düşünmektedirler. Elde edilen bu sonuçların bazıları Sakellis'in (2011) çalışması ile tutarlılık göstermişken, bazıları ise farklılık göstermiştir. Sakellis (2011) öğrenciler için cebir sözel (özellikle de hikâye) problemlerin en zor, aritmetik kelime problemlerin ise en kolay problemler olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada elde edilen cebir sözel (özellikle de hikâye) problemin öğrenciler için en zor problem olduğu sonucu ile Sakellis'in (2011) çalışmasının sonucu tutarlılık göstermiştir. Bu çalışmada ise öğrenciler için en kolay problem türünün sembolik problem olduğu sonucuna ulaşılmış olup bu sonuç Sakellis'in (2011) çalışması ile farklılık göstermiştir. Sakellis (2011) aritmetik ve cebir sembolik problemlerinin ise öğrenciler için zor olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca bu çalışmadan elde edilen sonuçlar ile Nathan ve Koedinger'e (2000a; 2000b) ait çalışmaların sonuçları da benzerlik göstermektedir. Bu çalışmada olduğu gibi ortaokul matematik öğretmenlerinin farklı problemlerin zorluk düzeylerine ilişkin inançlarını elde etmek önemlidir, çünkü bu inançlar öğretmenlerin sınıf içi etkinliklerine ve değerlendirmelerine ilişkin karar verme süreçlerini etkilemektedir (Sakellis, 2011).

Öğretmenler, altı farklı tipteki problemi zorluk düzeylerine göre sıralarken “problemdeki bilinmeyen niceliğin pozisyonunu” en etkili neden olarak ifade etmiştir. Öğretmenlerin zorluk düzeylerine göre sıralanmalarını etkileyen diğer nedenler ise; “öğretim programındaki diziliş sırası, problemin dilsel sunumu, verilen problemlerin öğretim programındaki örnek veya problem tiplerine benzerliği” şeklinde sıralamışlardır. Nitekim Nathan ve Koedinger'de (2000a; 2000b) cebir ve aritmetik problemleri çözme zorluğunu etkileyen en önemli faktörleri, problemdeki bilinmeyen miktarın konumuna ve problemin dilsel sunumuna bağlamıştır. Öğretmenlerin üçü ise sıralamalarını sezgisel olarak yaptığını ifade etmişken, bir öğretmen ise fikir belirtmemiştir.

Farklı problemlerin çözümünde öğrencilerin kullanabilecekleri stratejilerle ilgili öğretmen tahminlerinden elde edilen verilere göre stratejiler; “formel aritmetik stratejiler, deneme-yanılma ve düşünme-deneme stratejiler, informal sembollerin kullanımını içeren stratejiler, geriye doğru çalışma (ters işlem algoritması) stratejisi ve formel cebirsel stratejiler” şeklinde sınıflandırılmıştır. Buna göre öğrencilerin aritmetik kelime problemlerinde sayılar ve dört işlem hesaplamalarını içeren formel aritmetik stratejileri kullanabilecekleri yönünde tahminde bulunan öğretmenlerin sayısı fazladır. Öğretmenlerin çok azı öğrencilerin “deneme-yanılma, düşünme-deneme ve informal sembollerin kullanımını içeren” stratejileri sadece aritmetik ve cebir sözel problemlerde kullanabilecekleri yönünde tahminde bulunmuşlardır. Bununla birlikte öğrencilerin problemde verilen kat, fazla, eksik vb. ifadelerden yararlanarak geriye doğru çalışma stratejisi yardımıyla sonuca ulaşmaya çalışabileceğini ifade eden öğretmenlerin sayısı sembolik problemlere nazaran sözel problemlerde daha fazladır. Ayrıca öğretmenler “bilinmeyeni içeren

denklemleri kurma ve çözmeye" ilişkin formel cebirsel stratejileri öğrencilerin hem cebir hem de aritmetik problemlerde kullanabileceği yönünde tahminde bulunmuşlardır. Öğrencilerin hem eşittir işaretinin işlemsel hem de ilişkisel anlamından yararlanarak sembolik problemleri çözebileceği yönünde tahminde bulunan öğretmenlerin sayısı oldukça azdır. Koedinger ve Nathan (2004) sözel hikâye ve kelime problemlerinin sembolik problemlere göre farklı stratejiler geliştirmeye daha çok imkân sağladığını ifade etmişlerdir. Benzer şekilde Nathan ve Koedinger'e (2000a) göre öğrenciler sözel olarak sunulan hikâye ve kelime problemlerini çözerken daha çok informal stratejilerden yararlanmaktadırlar. Ancak araştırmacılar öğrencilerin sembolik denklem problemlerini çözerken sembolik işlemlerde hata yaptıklarını ve öğrencilerin sembolik olmayan problemlerde daha etkili problem çözme stratejileri geliştirebildiklerine vurgu yapmışlardır. Nitekim araştırmacılar gerçek yaşamla ilişki olan ve bağlamla birlikte sunulan sözel hikâye problemlerinin öğrencilerin problem çözme performanslarını ve farklı strateji üretme potansiyellerini artırmada avantaj sağladığını ifade etmişlerdir (Koedinger ve Nathan, 2004; Nathan ve Koedinger, 2000a). Her ne kadar öğretmenler sembol öncelikli eğilime sahip olsa da özellikle problem çözme stratejilerinde sözel problemlerin birden fazla çözüm stratejisi üretmeye daha fazla imkân tanıyabileceği yönünde tahminler yapmışlardır.

Çalışmadan elde edilen diğer bir sonuç ise öğretmenlerin büyük çoğunluğunun sembol öncelikli eğilime sahip olmalarıdır. Öğretmenlere göre öğrenciler ilk olarak bilinmeyen çözüm sonunda elde edildiği problemlerle aritmetikteki sembolik becerilerini geliştirmeli, daha sonra sözel (hikâye veya kelime) olarak sunulan aritmetik problemlere bu becerilerini uygulayarak ve genişleterek öğrenmelerini gerçekleştirmelidirler. Çalışmada öğretmenlerin sembol öncelikli eğilimle ilgili inançlarının, sözel ve sembolik problemlerin zorluk dereceleriyle ilişkili olduğu ortaya çıkmıştır. Araştırmalarda öğretmenler arasında sembol öncelikli eğilimin daha çok tercih edildiğini ortaya koymaktadır (Nathan ve Koedinger, 2000a; Sakellis, 2011). Bununla birlikte öğretmenlerin çok azı sembolik cebirin zorluğu nedeniyle alternatif bir eğilim olan sözel öncelikli eğilimi desteklemişlerdir. Bu eğilime sahip olan öğretmenler ise hangi problem tipi olursa olsun sembol manipülasyon becerilerinden önce öğrencilerin sözel yeterliliklerinin geliştirilmesinin gerekliliğine inanmaktadırlar. Nathan ve Koedinger'e (2000b) göre sözel problemleri çözebilen öğrenciler eşdeğer olan sembolik problemleri çözemeyebilirken, sembolik problemleri doğru çözebilen öğrencilerin eşdeğer sözel problemleri çözme olasılıkları oldukça yüksektir. Bu sonuç araştırmacıların, öğrencilerin cebirsel gelişim ile ilgili sözel öncelikli modelin izlenmesi gerekliliğini önermesine neden olmuştur (Case ve Okamoto, 1996; Moss ve Case, 1999). Elde edilen bu sonuçlar hem öğrenciler için zorluk derecesine göre altı çeşit matematik probleminin sıralanması ile hem de sembol önceliği ile ilgili anket maddelerinden elde edilen öğretmen inançları ile tutarlılık göstermiştir.

Araştırmadan elde edilen diğer bir sonuç ise öğretmenlerin çoğunun öğrencilere matematiksel düşünme için biraz özgürlük verildiğinde onların problem çözme stratejilerinin daha iyi gelişeceğine inanmalarıdır. Bu sonuç sözel (hikâye/kelime) problemlerde öğrencilerin daha fazla strateji geliştirebilecekleri ile ilgili öğretmen tahminleri ile tutarlıdır. Çünkü sözel hikâye ve kelime problemlerinin sembolik problemlere göre farklı stratejiler geliştirmeye daha çok imkân sağlar (Koedinger ve Nathan, 2004). Ayrıca öğretmenler sezgisel akıl yürütmenin her zaman bu tip cebir problemlerinin çözümünde çok etkili olamayacağını ve bu problemler için öğrencilerin gerekli sezgisel yöntemlere sahip olamayabileceklerini ifade etmişlerdir.

Öğretmenlerin çoğunluğu, öğrencilerin problemlerin çözümünde kendi yöntemlerini oluşturmasının matematik öğretimi ile ilgili hedeflere ulaşmada önemli olduğuna inanmaktadır.

Elde edilen bu sonuç problem çözme sürecinde öğrencilerin özgür bırakılması yönündeki sonuçla tutarlıdır. Öğretmenlerin yarısı cebire geçiş yapamayan (cebir öncesi) öğrencilerin daha etkili bir öğretim alması ve çözümleri yetersiz olsa dahi öğrencilerin cebirsel problemlerin çözümleri ile ilgili kendi yaklaşımlarını oluşturmaya cesaretlendirilmesi gerektiğini savunmaktadır. Ancak öğretmenler karmaşık cebir hikâye problemlerinin üstesinden gelebilmede öğrencilere açık yönergeler verilmesi konusunda çekimser kalmışlardır.

Öğretmenlerin yaklaşık yarısı, cebirsel sözel problemlerin çözümünde birçok farklı yaklaşım olduğunu ve bunlardan sadece birinin sembolik yaklaşım olduğunu, karmaşık hikâye problem çözümlerine geçmeden cebirsel prosedürleri içeren pratikler yapılması gerektiğini ve informal çözüm stratejilerine öğrencilerin cesaretlendirmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Benzer şekilde öğretmenlerin çoğu hikâye problemlerinin çözümünde cebirsel denklemlerin kullanılmasının en etkili yaklaşım olduğuna ve karmaşık bir hikâye problemini çözmede en etkili yöntemin problemin içerdiği bilgiyi cebirsel denklemlere çevirmek olduğuna inanmaktadır. Bununla birlikte öğretmenler, öğrencilere her zaman sembollerle işlem yapılabilmesini gerektiren cebir problemlerin verilmemesi gerektiği, tüm cebir hikâye problemlerinin cebir kullanılmadan çözülebileceği ve öğrencilerin formel cebir öğretimi öncesinde problem çözme için farklı ve etkili yöntemlere sahip olabileceği ile ilgili konularda genel olarak çekimser kalmışlardır. Sonuç olarak öğretmenler, “cebir en iyidir” görüşünü benimsemekle birlikte her zaman şart olmadığı görüşündedirler. Bu sonuç, öğretmenlerin sembol öncelikli eğilime sahip oldukları görüşü ile tutarlıdır.

Öğretmenler genel olarak hikâye problemlerinin öğrencileri yeni anlamlar çıkarmaya sevk etmede daha uygun olduğunu ve öğrencilerin eşdeğer cebirsel denklemleri çözemezse bile cebir hikâye problemlerini çözebileceklerini ifade etmişlerdir. Öğretmenler azda olsa, cebir hikâye problemlerini çözmeden önce denklem kurarak çözüm oluşturma'nın önemli olduğunu, cebirsel notasyonlarla ilgili zayıf anlamaların problem çözmede hatalara neden olabileceğini düşünmektedirler. Öğretmenler, öğrenciler için kelime problemlerinin sembolik problemlere göre, hikâye problemlerinin ise sembolik olarak sunulan eşdeğer problemleri çözmeye göre daha zor olduğunu ifade etmişlerdir. Nitekim bu sonuçlar öğrencilerin hikâye problemlerinde daha çok strateji üretebilecekleri ve çoğu öğretmenin sembol öncelikli eğilime sahip olduğu sonuçları ile tutarlıdır. Ayrıca öğretmenlerin problemleri zorluk dercesine göre sıralaması ile ilgili sonuçlar ile son iki maddeden elde edilen sonuçlar tutarlıdır. Öğretmenler hikâye problemlerinin öğrencileri kaygılandırıp kaygılandırmayacağı konusunda çekimser kalmışlardır.

Elde edilen bu sonuçlara göre; öğretmenler etkili öğretim uygulamaları için kavramlar, kurallar ve problem çözme arasındaki ilişkileri vurgulamalı ve öğrencilerin problem çözme bağlamında kendi kavramsal anlayışlarını geliştirmelerine izin vermelidir. Özellikle öğretmenler aritmetik ile cebir arasındaki geçiş sürecinde öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirici farklı problem çeşitlerine ve bu problemlerin çözümü için farklı çözüm stratejilerine ön ayak olmalıdır.

Kaynaklar

- Akgün, L. (2006). Cebir ve değişken kavramı üzerine. *Journal of Qafqaz University*, 17(1). 25- 29.
- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye.
- Başol, G. (2015). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*, Ankara: Pegem Akademi

- Benckert, S. (1997). *Context and conversation in physics education*. http://www.nshu.se/download/3018/benckert_sylvia_97.pdf adresinden alınmıştır.
- Büyükköztürk, Ş., Çakmak, E.K., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2013). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. (17. baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Carpenter, T.P. & Levi, L. (2000). *Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades*. 11.08.2008 tarihinde www.wcer.wisc.edu/ncisla/publications/index.html adresinden alınmıştır.
- Case, R. & Okamoto, Y. (1996). The role of central conceptual structures in the development of children's thought, *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61(1-2, Serial No. 246).
- Cross, D. I. (2009). Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' beliefs structures and their influence on instructional practices. *Journal Math Teacher Education*, 12, 325 – 346.
- Gomez-Chacon, I. (2000). Affective influences in the knowledge of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 43, 149-168.
- Hersovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27 (1), 59-78.
- Johnson, B. & Christensen, L. (2004). *Educational research: Quantitative, qualitative and mixed approaches*. Pearson Education, Inc., Second Edition, 562 p, Boston.
- Kieran, C. & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. In P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics*, (pp. 119-139). New York: Macmillan.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Koedinger, K.R., & Nathan, M.J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *The Journal of The Learning Sciences*, 13(2), 129-164.
- Moss, J., & Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 122-147.
- Nathan, M. J., & Koedinger, K. R. (2000a). An investigation of teachers' beliefs of students' algebraic development. *Cognition and Instruction*, 18, 209- 237.
- Nathan, M. J., & Koedinger, K. R. (2000b). Teachers' and researcher's beliefs about the development of algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 168 -190.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.

- Sakellis, F.M. (2011). *Teachers' beliefs about students' cognition from arithmetic to algebraic concepts*. Unpublished doctoral dissertation, Wilmington University, US.
- Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, 4, 1-94.
- Sherin, M. G. (2004). New perspectives on the role of video in teacher education. In J. Brophy (Ed.), *Using video in teacher education* (pp. 1-28). Amsterdam: Elsevier.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams J. M. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği*. S. Durmuş (Çev.). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Extended Summary

1. Introduction

Teachers understand what it means to know math and its meaning, what mathematical tasks students should perform and how to develop and support skills that force students cognitively. In this sense, recently studies on transition from arithmetic to algebra and algebraic thinking have been regarded as important in the study of teacher beliefs about students' ability to acquire mathematical content. The aim of this study is to determine and compare the beliefs of secondary school mathematics teachers about the difficulty levels of different types of problems in terms of students, their opinions about the reasons that are effective in ordering these problems according to difficulty levels, their estimates of solution strategies that students can use, their tendencies regarding the design of the order in which the teaching includes these problem situations and their beliefs about teaching and learning.

2. Method

The study was conducted according to the descriptive research model from the quantitative research design. The sample of the research consists of 32 middle school mathematics teachers. In the selection of the sample, convenience sampling method which is one of the non- probability sampling methods is used. The data of the study were collected using a questionnaire consisting of four parts. Descriptive statistics and descriptive analysis methods were used in analysing the data. In this context, frequency, percentage, and arithmetic mean values of answers that teachers gave to each question were found and presented descriptively with tables.

3. Discussion and Results

By examining secondary school mathematics teachers beliefs regarding the order of six different problems according to difficulty levels in terms of primary and secondary school students, the following results were obtained: (1) Teachers believe that algebraic problems are more difficult than arithmetic problems, (2) Teachers think that arithmetic story and word problems for elementary school students are a little difficult but arithmetic symbol problem is easy, (3) Teachers have stated that all algebra problems (story, word and symbol) are difficult for elementary school students, that arithmetic story and word problems for middle school students are a little easier but arithmetic symbol problem is easy, (4) Teachers think that the algebra story problem is difficult for secondary school students, but algebraic word and symbol problems are a little more difficult. Teachers expressed the "position of the unknown quantity in the problem" as the most effective reason when ranking the six different types of problems (arithmetic and algebraic: story, word and symbolic) according to their difficulty levels. Teachers' estimates of strategies for which students can use different solutions to problems are categorized as follows: "Formal arithmetic strategies, trial-and-error and guess-and-test, strategies involving the use of informal symbols, working backward strategy and formal algebraic strategies". Another result is that the majority of teachers have a tendency of symbol precedence. According to the teachers, students should first develop the symbolic skills related to the arithmetic with the problems that the unknown is obtained at the end of the solution, then they must implement their learning by applying and expanding these skills to the arithmetic (story and word) problems presented verbally. Most of the teachers believe that when students are given some freedom for mathematical thinking, their problem solving strategies will improve and that it is important for students to establish their own methods for solving problems to reach the goals related to teaching mathematics. In addition, although the majority of teachers state that problem solving is

better than algebraic methods, they also believe that non-symbolic approaches can be effective and effective in problem solving. In other words, teachers agree that "algebra is the best" but that it is not always necessary.

Araştırma makalesi: Akkan, Y., Öztürk, M., Akkan, P. & Küçük, Demir, B. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin aritmetik ve cebir problemleri hakkındaki görüşleri ve inançları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21 (1), 156-176.