

PAPER DETAILS

TITLE: Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler ve Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konularına Ait Kavram İmajlarının İncelenmesi

AUTHORS: Handenur SAHİN, Melek MASAL

PAGES: 74-96

ORIGINAL PDF URL: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/2092987>



The Examination of the Concept Images of 7th Grade Students in Secondary School about Algebraic Expression and First-degree Equations with One Unknown

Handenur Şahin and Melek Masal

Sakarya University, Faculty of Education, Department of Mathematics and Science Education, Sakarya, Turkey

ABSTRACT

The aim of this research is to examine the concept images of 7th grade secondary school students regarding algebraic expressions and first-degree equations with one unknown. The sample of the research consists of 71 secondary school 7th grade students studying in a public school in the Marmara Region. In the research, mixed method research was used in which both quantitative and qualitative data were collected in order to reveal the concept images of the students. The analysis of the collected data was done with the help of descriptive analysis and content analysis. When the findings of the research are examined, it is seen that the images of the students belonging to the concept of algebraic expression are generally; operation containing at least one unknown, unknown and equality, unknown and number categories. In general, the concept images of the students related to the concept of first-degree equation with one unknown, which is the other dimension of the research; finding the unknown, unknown/letter, and an unknown. As a result of the research, it was seen that the 7th grade students of secondary school often used the concepts of algebraic expression and first-degree equation with one unknown interchangeably and they had misconceptions because they formed a wrong or incomplete image of these concepts.

ARTICLE INFO

Article History:

Received:21.11.2021

Received in revised form:29.12.2021

Accepted:29.12.2021

Available online:30.12.2021

Article Type: Standard Paper

Keywords: Concept image, concept definition, algebraic expression, first-degree equation with one unknown

© 2021 JIDE All rights reserved

1. Extended Summary

1.1 Introduction

Conceptual learning is at an important point in mathematics learning and mathematical concepts are highly related to each other. Mathematical concepts are connected to each other like links in a chain. Therefore, in case of any break in the ring, students will have difficulty in learning the mathematical concepts that will come later (Swadener & Soedjadi, 1988). In case of systematic repetition of these difficulties that occur in the process of learning mathematical concepts; misconceptions about the subject will emerge in the students. In order to provide an effective mathematics teaching, first of all, misconceptions that students have should be eliminated. (Ryan & Williams, 2007). Concept definition and concept image theoretical framework developed by Tall and Vinner (1981) is one of the important mathematics education theories (Tall & Vinner, 1981) and one of the reasons why students have difficulties, make mistakes or have misconceptions about a subject is related to the subject of having wrong or incomplete concept images of concepts (Dickerson & Pitman, 2012).

¹ Corresponding author's address: Sakarya Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Sakarya, Türkiye
e-mail: handenur.tombul@ogr.sakarya.edu.tr
DOI: 10.47156/jide.1026709

Algebra, one of the important subject areas in mathematics teaching, opens the doors of abstract thinking and reasoning for students (MacGregor & Stacey, 1997). Abstract reasoning or algebraic reasoning is a very important skill that students should acquire in order to solve problems encountered in daily life (ACT, 2006). With the advancing grade levels, the difficulties faced by the students who start to encounter algebra subjects in learning mathematics also increase (Ersoy & Erbas, 2003). The inadequacies of students' processing skills from arithmetic and their lack of conceptual knowledge cause misconceptions about algebra, and the structural differences between arithmetic and algebra also reveal difficulties in algebra (Akkaya & Durmus, 2006). Knowing the learning difficulties experienced by the students and finding the source of these difficulties is a step which has a critical importance in eliminating the learning difficulties and reaching the mentioned goal (Yetkin, 2003). In this direction, examining the concept images of the subject that the students have difficulty in can provide us with information about the reasons for the difficulties that the students have. When the literature is examined, no research has been found in which the concept images of middle school students on algebra subjects are tried to be examined.

The aim of this research is to examine the concept images of the 7th grade secondary school students regarding algebraic expressions and equations with one unknown in the first degree, and to reveal the reasons for the mistakes and misconceptions of the students about algebra. In line with the purpose of the research, "What are the concept images of the 7th grade students of secondary school regarding algebraic expressions and first-degree equations with one unknown?" An attempt will be made to find an answer to the research problem.

1.2 Method

Mixed methods research was used in this study, which was conducted to examine the concept images of secondary school 7th grade students about algebraic expressions and first-degree equations with one unknown. Mixed methods research is a research approach in which the researcher collects both quantitative and qualitative data in order to answer the research problem and draws meaningful results by integrating the two data sets with each other (Creswell, 2021). The sample of the study consists of 71 secondary school 7th grade students selected by non- random sampling method from a secondary school in a district in the Marmara Region. The schools and students involved in the study were selected according to convenient sampling or easily accessible sampling, which is one of the purposeful sampling methods. In order to seek answers to the research problem and its sub-problems, "7. Grade Algebraic Expression and Equation Concept Image Test" was created by taking expert opinion. In the concept image test created, questions that allow the collection of both qualitative and quantitative data were included. In the "7th Grade Algebraic Expression and Concept Image" test which was developed to seek answer to research problem, the data obtained from the answers to the open-ended questions in the test were analyzed through descriptive and content analysis. In the process of analyzing the data collected in the research, the answers given by the students to each open-ended question were coded. Categories were obtained from these codes, and themes were obtained from the categories.

1.3 Findings

The findings of the study were analyzed in two parts. In the first part, the concept definitions of algebraic expressions and first-degree equations with one unknown of the 7th grade students were analyzed. On the subject of algebraic expressions, 27 out of 71 students presented their concept definitions. When the definitions are analyzed; Operation containing at least one unknown, unknown and equality, and unknown and number categories were created. Regarding the concept of first-degree equation with one unknown, 24 of 71 students presented the concept definitions. The categories that emerged regarding the concept of a first-degree equation with one unknown are; finding the unknown, unknown/letter, an unknown are categories.

When the findings were analyzed, in the second part, the students were asked to choose the examples belonging to the concept of algebraic expressions and first-degree equations with one unknown, according to their state of being sure. The choices made by the students and their reasons are given in detail in the findings section of the research.

1.4 Discussion and Conclusion

The findings of the study show that the concept images of the 7th grade students of secondary school regarding the concepts of algebraic expression and a first-degree unknown are generally incomplete or incorrect. In addition, one of the important findings of the research is that students use the concept of algebraic expression and first-degree equation with one unknown interchangeably. This situation may be one of the important reasons for the difficulties experienced by students in algebra. Ensuring that students form the concept images of these two subjects correctly will be one of the obstacles in front of misconceptions.

Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler ve Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konularına Ait Kavram İmajlarının İncelenmesi

Handenur Şahin  ve Melek Masal 

Sakarya Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Sakarya, Türkiye

ÖZ

Bu araştırmanın amacı ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin kavram imajlarının incelenmesidir. Araştırmanın örneklemini Marmara Bölgesi'nde bulunan bir devlet okulunda öğrenim gören 71 ortaokul 7. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada öğrencilerin kavram imajlarının ortaya çıkarılabilmesi amacıyla hem nicel hem nitel verilerin toplandığı karma yöntem araştırması kullanılmıştır. Toplanan verilerin analizi betimsel analiz ve içerik analizi yardımı ile yapılmıştır. Araştırmanın bulgularına bakıldığında, cebirsel ifade kavramına ait öğrencilerin imajlarının genel olarak; en az bir bilinmeyen içeren işlem, bilinmeyen ve eşitlik, bilinmeyen ve sayı kategorilerinde toplandığı görülmektedir. Araştırmanın diğer boyutu olan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin öğrencilerin kavram imajlarının ise genel olarak; bilinmeyeni bulma, bilinmeyen/harf, bir bilinmeyen kategorilerinde toplandığı görülmektedir. Araştırmanın sonucunda ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramlarını çoğu zaman birbirinin yerine kullandıkları ve bu kavramlara ait yanlış ya da eksik imaj oluşturdıklarından dolayı kavram yanlışlarına düştükleri görülmüştür.

MAKALE BİLGİ

Makale Tarihçesi:

Alındı:21.11.2021

Düzeltilmiş hali alındı:29.12.2021

Kabul edildi:29.12.2021

Çevrimiçi yayınlandı:30.12.2021

Makale Türü: Standart Makale

Anahtar Kelimeler: Kavram imajı, kavram tanımı, cebirsel ifade, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem

© 2021 JIDE Tüm hakları saklıdır

1. Giriş

Matematik kendine ait belirli kuralları olan evrensel bir dildir. Matematik dilinin öğreniminde ve öğretiminde, ilişki kurma ve öğrenme arasında köprü görevi gören kavramlar önemli yere sahiptir. Kavramlar kendilerine özgü bir düzen içinde ardışık ve aşamalı olarak sıralanırlar (Dede & Argün, 2004). Matematiksel kavramlar bir zincirin halkaları gibi birbirlerine bağlı bulunmaktadır. Dolayısıyla halkada oluşabilecek herhangi bir kopma durumunda öğrenciler daha sonraki gelecek olan matematiksel kavramları öğrenme sürecinde zorluk yaşayacaklardır (Swadener & Soedjadi, 1988). Matematiksel kavramları öğrenme sürecinde karşılaşılan bu zorlukların sistemli bir şekilde tekrarlanması sonucu kavram yanlışları ortaya çıkmaktadır. Etkili bir matematik öğretiminin gerçekleştirilebilmesi için öğrenmenin önünde engel olarak görülen kavram yanlışlarının ortadan kaldırılması gerekmektedir (Ryan & Williams, 2007). Dickerson ve Pitman (2012)'a göre, öğrencilerin herhangi bir konuda hata yapmalarının, zorlanmalarının ve kavram yanlışlarına düşmelerinin sebeplerinden biri konuyla ilgili kavramlara ait yanlış ya da eksik kavram imajına sahip olmalarıdır.

Matematik eğitim teorilerinden kavram imajı ve kavram tanımı teorisi, Tall ve Vinner tarafından kuramsal çerçeve olarak şekillendirilip literatüre kazandırılmıştır. Tall ve Vinner (1981)'a göre kavram imajı; kavrama ait olan bireyin zihnindeki özellikler, resimler, işlemler, çağrışımlar gibi bilişsel yapıları ifade ederken kullanılmaktadır. Kavram imajı kişiden kişiye değişiklik gösterebilen bir oluşumdur. Her birey doğru, yanlış veya eksik olarak kendi tecrübesine, kendi düşünce yapısına ait kavram imajına sahiptir (Macit, 2019). Kavram tanımı (concept definition) ise, herhangi bir kavramı ya da kavramın özelliklerini belirtmek için kullanılan kelimeler topluluğudur. Kavram tanımı öğrenci tarafından ezberlenerek öğrenilebilmekte veya ezber yapmadan zihinde anlamlandırarak da öğrenilebilmektedir (Temizöz, 2013). Matematik kesinlik ve doğruluk disiplini olduğundan kavramların tanımlarına dayalı bir matematik öğretiminin yapılması gerektiği düşünülebilmektedir.

Fakat matematiksel kavramların tanımları öğretilmesine rağmen bir problem çözümünde öğrencilerin kavram imajları ön plana çıkmaktadır (Bingölbali, 2016).

Vinner (1983) her kavram için bilişsel sistemde iki farklı hücrenin olduğunu varsaymakta ve hücrelerden birinin kavram tanımı ya da tanımlarını temsil ederken diğerinin kavram imajını temsil ettiğini belirtmektedir. Vinner (1983) kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri arasında oluşabilecek etkileşimleri iki durum üzerinde açıklamaktadır. İlk durumda öğrenci kavrama ait belirli bir zihinsel imaj oluşturmakta ve sonrasında öğretmen bu kavrama ilişkin tanımı vermektedir. Öğrenci kavramın tanımını öğrendikten sonra üç farklı senaryo gerçekleşmektedir. Birincisi, öğrenci bu tanımı da içine alacak şekilde daha önce sahip olduğu kavram imajını değiştirebilmektedir. İkincisi, kavram imajı aynı şekilde kalıp, öğretmenin verdiği tanım unutulana ya da kavram imajına benzeyecek şekilde çarpıtılana kadar tanım hücresinde yer alabilmekte ve öğrencinden bu kavramı tanımlanması istenildiğinde öğrenci kendi kavram imajını temsil eden bir tanım yapmaktadır. Üçüncüsü, iki hücre de olduğu gibi kalır, öğrenci kendisine sorulduğunda kavram tanımını öğretmenin verdiği şekilde söylemekte fakat diğer durumlarda kavram imajını kullanmaktadır. Bu durum küme kavramı üzerinde açıklanırsa; öğrenciler küme kavramına ilişkin başlangıçta “elemanları arasında ortak özellik olan bir topluluk” şeklinde bir imaj geliştirebilmektedir. Daha sonra öğretmen küme kavramının genel tanımını öğrenciye verdiğinde öğrenci ortak özellikte olmayan elemanların da küme belirtebileceğini düşünerek imajında değişikliğe gidebilmektedir. Diğer senaryoda, öğrenci küme kavramına ait imajını tanımını öğrendikten sonra değiştirmekte fakat belli bir süre geçtikten sonra tanımını unutmakta ve başta sahip olduğu imajı kullanmaya devam etmektedir. Son senaryoda ise öğrenci küme kavramı sorulduğunda öğretmenin verdiği küme tanımını kullanmakta ancak diğer durumlarda kendi kavram imajını kullanmaya devam etmektedir (Bingölbali, 2016). İkinci durum da ise, öğrencinin bir kavramla herhangi bir tanışıklığı yoktur ve kavram imajı hücresi başlangıçta boştur. Öğrenci ilk olarak kavramın tanımıyla karşılaşmaktadır. Kavram tanımıyla etkileşime geçerek yapılan açıklamalar ve örneklerle birlikte kavram imajı hücresi şekillenmeye başlamaktadır. Kavram imajı ve kavram tanımı arasında tek yönlü bir etkileşim yoktur. Kavram imajı geliştikçe tanımdan da yeni çıktılar elde edilmeye başlanmaktadır. Bilişsel bir etkinlik sürecinde kavram imajı ve tanımının etkileşiminin ve kullanımının üç şekilde olduğu düşünülmektedir. Birincisinde öğrenci etkinlik sürecinde bir durumla karşılaştığında kavram imajı ile de etkileşim halinde olsa da kavram tanımı odaklı bir sonuçta bulunmaktadır. İkincisinde kavram imajı tamamen pasiftir ve sadece tanım odaklı bir çıkarımda bulunur. Üçüncüsünde ise kavram tanımıyla da etkileşimde olarak kavram imajı odaklı bir çıkarımda bulunur. Ancak Vinner (1983), matematiksel tanımların bilişsel etkinlikler süresince kullanılmasının gerekli olmadığını belirtmektedir. Ayrıca bu üç , süreçten farklı olarak en çok karşılaşılan sürecin, kavram tanımının pasif olduğu ve tamamen kavram imajına dayalı çıkarımların yapıldığı durum olduğunu belirtmiştir. Bu açıklama ele alındığında öğrencilerin matematiksel işlemlerde ve matematiksel çıkarımlarda kavram tanımlarından ziyade kavram imajlarını kullandıklarını vurgulamaktadır (Macit, 2019).

Matematik öğretiminde önemli konu alanlarından biri olan cebir, öğrenciler tarafından genellikle zor bulunan, sevilmeyen konuların başında gelmektedir (Okşan, 2014). Alan yazın incelendiğinde matematik öğretiminde öğrencilerin en fazla kavram yanlışlarına sahip olduğu öğrenme alanlarından birinin cebir öğrenme alanı olduğu görülmektedir (Akkan & Baki, 2016; Akkaya & Durmuş, 2006; Sarımanoğlu, 2019). Öğrenciler cebir öncesi dönemde yani aritmetikte yaşadığı güçlükleri cebir öğretimine de yansıtmaktadırlar. Sayı ve işlemlerle ilgili kavram eksikliklerine sahip öğrencilerin cebir konularına başladıklarında öğrenme güçlüklerinin katlanarak arttığı görülmektedir. Cebire giriş konularında öğrencilerin sıkıntı yaşadıkları kavramların tam öğrenilmesi ve yapılan yanlışların sebep olduğu kavram yanlışlarının iyi belirlenmesi gerekmektedir (Ersoy & Erbaş, 2003). Öğrenciler bir problem durumu ile karşılaştıklarında ilk olarak kavram imajlarına başvurumaktadırlar. Bu durumda yanlış veya eksik bir kavram imajı, öğrencinin konuyla ilgili kavram yanlışısına düşmesine sebep olacaktır.

1.2. Araştırmanın Önemi ve Amacı

Cebir, doğası gereği soyut olan matematiğin en soyut kalan öğrenme alanlarından bir tanesidir ve ilköğretimden itibaren öğrencilerin hayatları boyunca karşısına çıkmaktadır. Cebirin alt dallarından olan cebirsel ifade ve denklem konuları ise birçok matematik konusunun (fonksiyon, polinom, oran orantı gibi) temelini oluşturmaktadır. Dolayısıyla cebirsel ifade ve denklem konusunda ortaya çıkabilecek olan hata ve kavram yanlışları diğer birçok matematik konusunda da yanlış öğrenmelere ve kavram yanlışlarına yol açacaktır. Bu bağlamda cebirsel ifade ve denklem konularında karşılaşılabilecek olan kavram yanlışlarının nedenlerinin tespit edilmesi ve bu yanlışların önüne geçilmesi büyük önem taşımaktadır. Kavram yanlışlarının oluşmasının engellenmesinin yollarından bir tanesi öğrencilerin konuyla ilgili doğru kavram imajı oluşturmalarını sağlamaktır. Çünkü kavram imajı, zihinde herhangi bir kavramla ilgili oluşan tüm yapıları (çağırışım, özellik, şekil vb.) kapsadığından kavram imajlarının yanlış oluşması kavram yanlışlarını da beraberinde getirecektir.

Güler (2013) yapmış olduğu doktora tezinde matematik öğretmeni adaylarının cebir öğrenme alanındaki ispat süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır ve bu doğrultuda öğretmen adaylarının kavram imajlarını ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgularda öğretmen adaylarının matematiksel ispata yönelik olumlu tutuma sahip oldukları fakat öğretmen adaylarının ispat süreçlerinde kavram imajı oluşturmaları konusunda literatürdeki güçlüklerle paralel güçlüklerle sahip oldukları ortaya koyulmuştur. Önmez (2015) lineer denklemlerle ilgili olarak öğretmen adaylarının kavram imajlarını incelediği yüksek lisans tezinde, öğretmen adaylarının lineer denklemlerin farklı uzaylardaki temsillerini gösterebilmede zorlandıklarını ortaya koymuştur. Sitrava (2017), ise cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna yönelik olarak matematik öğretmeni adaylarının kavram imajlarını incelemiştir. İnceleme sonucunda öğrencilerin cebirsel ifadeye ilişkin kavram tanımlarına ait genel olarak; bilinmeyen, bilinmeyen ve sayılar, bilinmeyen ve işlem olmak üzere 3 kategoride cevap verdikleri görülmektedir. Diğer taraftan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin kavram tanımlarının ise genel olarak; bilinmeyen, cebirsel ifadeler ve eşit durumlar olmak üzere 3 kategoride cevap verdikleri görülmektedir. Ortaokul öğrencilerinin örneklemine oluşturduğu, cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri temele alan bir araştırma yapılmamış olması literatürdeki boşluğu ortaya koymaktadır. Ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ait kavram imajlarının incelenmesinin literatürdeki boşluğu kapatarak alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda; bu çalışmada, ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konularına ait kavram imajlarının incelenmesi amaçlanmaktadır. Araştırmada Tall ve Vinner (1981), tarafından ortaya koyulan kavram tanımı ve kavram imajı teorik çerçevesinden yararlanılacaktır. Çalışmanın amacı doğrultusunda aşağıda yer alan iki probleme cevap aranacaktır:

- Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelere ilişkin kavram imajları nasıldır?
- Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin kavram imajları nasıldır?

2. Yöntem

Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere ilişkin kavram imajlarını incelemek amacıyla yürütülen bu çalışmada karma yöntem araştırması kullanılmıştır. Karma yöntem araştırmaları, araştırmacının araştırma problemine cevap aramak amacıyla hem nicel hem de nitel veriler topladığı ve iki veri setini birbiriyle bütünleştirerek anlamlı sonuçlar çıkardığı bir araştırma yaklaşımıdır (Creswell, 2021). Nicel araştırma ve nitel araştırma birbirinden farklı bakış açılarını ortaya çıkarırken her ikisinin de belirli sınırlılıkları vardır. Karma yöntem araştırmacılara, bir yöntemde karşılaşılan sınırlılıkların diğer yöntemin güçlü yanları ile telafi edebilme olanağı sağlamaktadır. Nitel ve nicel verilerin bir arada kullanılması, birleştirilmesi bu yaklaşımların ayrı ayrı kullanılmasından daha fazla yarar sağlamaktadır (Dede ve Demir, 2020).

Araştırmanın örneklemini, Marmara Bölgesinde bulunan bir ilçedeki bir ortaokuldan seçkisiz olmayan örnekleme yöntemi ile seçilen 71 ortaokul 7. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada yer alan okul ve öğrenciler uygun örnekleme ya da kolay ulaşılabilir durum örneklemesine göre seçilmiştir. Uygun örnekleme yöntemi ile araştırmacı kendisine yakın olan ve erişilmesi kolay olan örneklem grubunu seçmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2018). Ayrıca uygun örnekleme yöntemi araştırmaya hız ve pratiklik kazandırdığından bu araştırmada uygun örnekleme yöntemi tercih edilmiştir.

Araştırmada güvenilirlik ve geçerliği sağlamak amacıyla bazı önlemler alınmıştır. Uzman görüşünün alınması, doğrudan alıntı yapılması ve katılımcı gönüllüğünün alınması iç geçerliğin sağlanması için yapılmış çalışmalar, veri toplama aracı ve sürecinin açıklanması, çalışma grubunun seçim şeklinin belirlenmesi gibi çalışmalar dış geçerliği sağlamak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Güvenirliğin sağlanması amacıyla ise bulgular yorum yapılmadan sunulmuş ve veriler sonuç kısmında uzman kontrolünde tartışılmıştır.

Veri toplama aracının geliştirilmesinde, 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramlarına yönelik olarak, kavram tanımlarının ve kavram imajlarının nasıl olduğunu, bu iki kavramın öğrenciler tarafından birbirinin yerine kullanıp kullanılmadığının, bu iki kavramla alakalı eksik veya hatalı kavram imajına sahip olan öğrencilerin bu sebepten dolayı yaşadığı kavram yanlışlarının ve anlama güçlüklerinin neler olduğunu ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramlarına ilişkin kavram imajlarının ortaya çıkarılması amacıyla iki aşamadan oluşan bir “7. Sınıf Cebirsel İfade ve Denklem Kavram İmajı Testi” uzman görüşü de alınarak hazırlanmıştır. Kavram imajı testinin hazırlık aşamasında literatürde yer alan cebirsel ifade ve denklem konularına ait çalışmalardan yararlanarak sorular seçilmeye çalışılmıştır. Literatür taraması sonucu cebirsel ifadeye ait 10, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait seçilen 8 soru ile bir taslak hazırlanmıştır. Hazırlanan taslak sonucunda cebirsel ifade ve denklem kavramlarına ait öğrencilerin kavram imajlarını ortaya koymalarını daha iyi sağlayacak olan, cebirsel ifadeye ait 6, birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleme ait 5 soru, toplamda 11 soru iki uzman görüşü yardımıyla seçilmiştir. Testin ilk bölümünde öğrencilerin cebirsel ifade ve denklem kavramlarına ilişkin sahip oldukları kavram tanımlarına ve kavram imajlarına, “Nasıl?” ve “Neden?” soru kalıplarını içeren açık uçlu sorular yardımıyla ulaşılmaya çalışılmıştır. Seçilen bu açık uçlu sorular araştırma alt problemlerine paralel olup şu şekildedir:

1. Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşünceleriniz ile açıklayarak, bir örnek veriniz.
2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşüncelerinizle açıklayarak, bir örnek veriniz.

Testin ikinci bölümü kendi içinde iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda öğrencilere cebirsel ifade ve denklem örnekleri karışık olarak verilmiş ve öğrencilerden cebirsel ifadeye uygun örneklerin seçilmesiyle ilgili tercihleri belirlenmiştir. Daha sonra neden bu tercihi yaptıkları ile ilgili soru yöneltilip seçimlerinin sebepleri öğrenilmeye çalışılmıştır. Testin ikinci bölümünün diğer kısmında ise ilk kısımda yer alan sorulara benzer olacak şekilde bu sefer öğrencilerden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere uygun olan örneklerin seçimiyle ilgili tercihleri belirlenmeye çalışılmıştır. İlk kısma benzer olacak şekilde neden bu tercihi yaptıkları öğrencilere sorulmuştur.

Veriler toplanırken geliştirilen testin ilk bölümü için 15 dakika ve ikinci bölümü için 15 dakika olmak üzere öğrencilere toplam 30 dakika süre verilmiştir. Veri toplama sürecine ilk olarak testin birinci bölümü ile başlanmış bitiren öğrenciler testin ikinci bölümüne geçmişlerdir. Araştırmacı toplanacak verilerin güvenilirliğini etkilememek amacıyla veri toplama ortamında bulunmamıştır.

Araştırma problemine cevap aramak amacıyla geliştirilen “7. Sınıf Cebirsel İfade ve Kavram İmajı” testinde açık uçlu sorulara verilen cevaplar elde edilen veriler betimsel ve içerik analizi yoluyla çözümlenmiştir. İçerik analizinde asıl amaç, toplanan verileri açıklayacak kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. Bu amaç doğrultusunda içerik analizi dört aşamadan gerçekleştirilmektedir ve bu aşamalar; verilerin kodlanması, temaların bulunması, kodların ve temaların düzenlenmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanması şeklindedir (Yıldırım & Şimşek, 2016). Betimleyici analizde ise amaç, araştırma verilerinin betimlenip temel özelliklerinin açıklanmasıdır. Betimsel analiz sonucu araştırma verileri daha anlamlı hale getirilir ve temel özelliklerin okuyucular tarafından da kolayca anlaşılabilmesi sağlanmaktadır (Aypay, 2020). Araştırmada toplanan verileri analiz etme sürecinde öğrencilerin açık uçlu her bir soruya verdikleri cevaplar kodlanmıştır. Elde edilen bu kodlardan kategoriler, kategorilerden de temalar elde edilmiştir.

3. Bulgular

Araştırmanın bulguları, araştırma problemine ve alt problemlerine cevap aramak amacıyla hazırlanmış olan kavram imajı testi sonucunda elde edilen verilerin analiz edilmesi sonucu ortaya çıkarılmıştır.

3.1. Cebirsel İfade ve Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denkleme İlişkin Öğrencilerin Kavram Tanımları

Bu kısımda, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade kavramına ilişkin sahip oldukları kavram tanımlarını ve kavram imajlarını ortaya çıkarmak amacıyla sorulan “Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşünceleriniz ile açıklayarak bir örnek veriniz.” sorusuna verilen cevaplarla ilgili bulgular yer almaktadır.

“Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız?” sorusunu araştırmaya katılan öğrencilerin bir kısmı boş geçerken, cevap veren öğrencilerin bir kısmı ise konuyla alakasız kavram tanımları yapmış oldukları görülmüştür.

Tablo 1. “Cebirsel ifade kavramını nasıl tanımlarsınız?” sorusuna verilen cevapların yüzde frekans dağılımları

	f	%
Doğru	19	27
Yanlış	9	13
Alakasız	9	13
Boş	34	47
Toplam	71	100

71 öğrenciden 34 tanesi cebirsel ifade kavramının tanımını yapamazken, geri kalan 37 öğrenciden 9’u konuyla alakasız kavram tanımlarını, 28 tanesi ise cebirsel ifade kavramıyla ilgili sahip oldukları kavram tanımlarını ortaya koymuşlardır. Cebirsel ifade kavramına ait yanlış tanım yapan öğrenciler genel olarak “Cebirsel ifadeyi bilinmeyeni bulma olarak düşünüyorum”, “Cebirsel ifade x, y, b, a gibi harflerin yerine sayıları bulmaktır”, “Cebirsel ifadede bence bir bilinmeyen ve eşittir işareti vardır” cevaplarını vermişlerdir. Cevaplardan anlaşıldığı üzere öğrencilerde cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış bir kavram imajı oluşmuştur ve bu yanlış imaj tanımlarını etkilemiştir. Öğrencilerin yaptıkları tanımlar cebirsel ifadeye ait olmayıp denklem kavramına ait tanımlardır. Öğrencilerin bu iki kavramı birbirine karıştırdığı görülmektedir.

Cebirsel ifade kavramının tanımını yapan 27 öğrencinin yaptıkları tanımlardan üretilen kodlar ve bu kodlar yardımı ile oluşturulan kategoriler ve frekans-yüzdelik dağılımları Tablo 2. de verilmiştir.

Tablo 2. “Cebirsel İfade Kavramını Nasıl Tanımlarsınız?” sorusuna verilen cevaplardan elde edilen kod ve kategoriler

Kodlar	Kategoriler	f	%
K1: İçinde en az bir bilinmeyen, katsayı, terim, sabit terim, benzer terim ve bilinmeyen içeren işlemler	En az bir bilinmeyen içeren işlem	11	42
K2: Çarpma, bölme, çıkarma ve toplamadan oluşur ve en az bir harf			
K3: İşlem içinde harf ya da sayı bulunması			
K4: Bilinmeyeni Bulma	Bilinmeyen ve Eşitlik	9	35
K5: x, y, b, a gibi harflerin yerine sayıları bulmak			
K6: Bilinmeyen ve eşittir işareti var			
K7: Harf ve sayı	Bilinmeyen ve Sayı	6	23
K8: Herhangi bir sayının yanında x, y, z, a gibi harf olması			

En az bir bilinmeyen içeren işlem kategorisinde yer alan öğrenci cevaplarından 3 tanesi doğrudan alıntılanarak aşağıda verilmiştir.

- *İçinde en az bir bilinmeyen, katsayı, terim, sabit terim, benzer terim ve bilinmeyen içeren işlemlere cebirsel ifade denir.*
- *Cebirsel ifade çarpma, bölme, çıkarma ve toplamadan oluşur ve en az bir harf vardır.*
- *Bir işlemde harf ya da sayı varsa bu bir cebirsel ifadedir.*

En az bir bilinmeyen içeren işlem kategorisinde cevap veren öğrencilerin yanıtlarından görüldüğü üzere cebirsel ifadeye ilişkin oldukça doğru kavram tanımı ve kavram imajı oluşturmuşlardır. Cebirsel ifade kavramını sadece bilinmeyen olarak düşünmeyip bilinmeyenlerle oluşturulan işlem olarak tanımlamaları cebirsel ifadeye ait doğru bir imaj oluşturduklarının göstergesidir.

Bilinmeyen ve eşitlik kategorisinde yer alan öğrenci cevaplarından 3 tanesi doğrudan alıntılanarak aşağıda verilmiştir.

- *Cebirsel ifadeyi bilinmeyeni bulma olarak düşünüyorum.*
- *Cebirsel ifade x, y, b, a gibi harflerin yerine sayıları bulmaktır.*
- *Cebirsel ifadede bence bir bilinmeyen ve eşittir işareti vardır.*

Bilinmeyen ve eşitlik kategorisinde cevap veren öğrencilerin yanıtlarından görüldüğü üzere cebirsel ifade kavramına ait yanlış veya eksik kavram imajı oluşturmuşlardır. Bu eksik veya yanlış imaj öğrencilerin tanımlarını da etkilemiştir. Öğrenciler cebirsel ifade kavramını denklem kavramı ile karıştırıp bilinmeyeni bulma olarak düşündüklerinden tanımlarını da bu şekilde oluşturmuşlardır.

Son kategori olan bilinmeyen ve sayı kategorisinde tanım yapan öğrencilerin doğrudan alınan cevaplarından örnekler aşağıda verilmiştir.

- *Her cebirsel ifadede olmazsa olmaz olarak harf ve sayı vardır.*
- *Cebirsel ifadede bir bilinmeyen, terim ve sabit terim vardır.*
- *Cebirsel ifade, herhangi bir sayının yanında x, y, z, a gibi harf olmasıdır.*

Bilinmeyen ve sayı kategorisinde cevap veren öğrencilerin yanıtlarından görüldüğü üzere cebirsel ifade kavramına ait imajlarının eksik olduğu görülmektedir. Öğrencilerin cebirsel ifadeyi yalnızca bilinmeyen ya da harf olarak düşünmesi kavram imajlarının eksikliğini göstermektedir ve bu eksiklikten dolayı öğrencilerin cebirsel ifadeye ait kavram tanımları eksik kalmıştır.

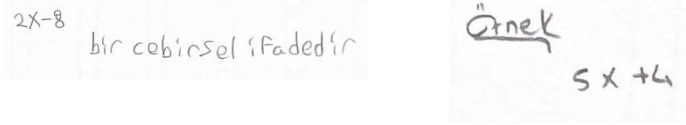
Birinci alt probleme cevap aramak amacıyla öğrencilere yöneltilen açık uçlu sorunun devamında “Kendi düşünceleriniz ile açıklayarak bir örnek veriniz.” şeklinde cebirsel ifade kavramına bir örnek vermeleri istenmiş ve verilen cevapların frekans ve yüzde dağılımları Tablo 3. de verilmiştir.

Tablo 3. “Kendi düşünceleriniz ile açıklayarak bir örnek veriniz.” sorusuna verilen cevapların yüzde frekans dağılımları

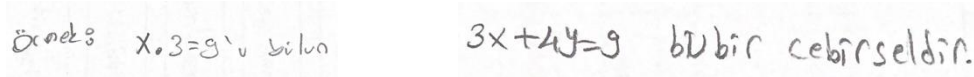
	f	%
Doğru	27	38
Yanlış	15	22
Boş	29	40
Toplam	71	100

Tabloda görüldüğü üzere öğrencilerden 27 tanesi cebirsel ifadeye ilişkin doğru örnek verirken, 15 tanesi yanlış örnek vermiş, 29 ‘u ise soruya yanıt verememiştir.

Cebirsel ifade kavramına ait doğru örnek veren öğrencilerden 2 tanesinin kağıtlarından doğrudan alınan fotoğraflar aşağıda Şekil 1’de verilmiştir. Öğrenciler bilinmeyen ve işlem içeren ifadeler yazdıklarından yazmış oldukları örnekler birer cebirsel ifadedir.

**Şekil 1.** Cebirsel ifadeye ilişkin doğru örnek veren öğrenci cevapları

Ayrıca yanlış örnek veren 15 öğrencinin verdiği örnekler birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin örnekler olup iki tanesi aşağıdaki verilmiştir.

**Şekil 2.** Cebirsel ifadeye ilişkin yanlış örnek veren öğrenci cevapları

Şekil 2’de görüldüğü üzere öğrencilerin yazdığı cebirsel ifade örnekleri aslında birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleme ilişkin örneklerdir. İçerisinde bilinmeyen dışında eşittir işareti de bulunan ifadeleri cebirsel ifade olarak düşünen öğrencilerin cebirsel ifadeye ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleme ait kavram imajlarının karıştığı görülmektedir.

Bulgular bölümünün bu kısmında, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin sahip oldukları kavram tanımlarını ve kavram imajlarını ortaya çıkarmak amacıyla “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını nasıl tanımlarsınız? Kendi düşünceleriniz ile açıklayarak bir örnek veriniz.” sorusuna verilen cevaplarla ilgili bulgular yer almaktadır.

“Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını nasıl tanımlarsınız?” sorusunu araştırmaya katılan öğrencilerin bir kısmı boş geçerken, cevap veren öğrencilerin bir kısmı ise konuyla alakasız kavram tanımları yapmış oldukları görülmüştür, (Tablo 4).

Tablo 4. “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını nasıl tanımlarsınız?” sorusuna verilen cevapların yüzde frekans dağılımları

	f	%
Doğru	18	25
Yanlış	6	9
Boş	47	66
Toplam	71	100

71 öğrenciden 47 tanesi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramının tanımını yapamazken, geri kalan 24 öğrenci birinci dereceden bir bilinmeyenli kavramıyla ilgili sahip oldukları kavram tanımlarını ortaya koymuşlardır.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait yanlış veya eksik tanım yapan öğrenciler genel olarak “İçinde bilinmeyen anlamına gelen x ve y bulunuyor”, “İçinde harf ya da sayı olması gerek”, “ x veya harf bulunmalı” cevaplarını vermişlerdir. Cevaplardan anlaşıldığı üzere öğrencilerde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin eksik ve kısıtlı bir kavram imajı oluşmuştur ve bu oluşturulan imaj tanımlarını etkilemiştir. Öğrencilerin yaptıkları tanımlar birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait eksik yapılmış tanımlardır.

Cebirsel ifade kavramının tanımını yapan 24 öğrencinin yaptıkları tanımlardan üretilen kodlar ve bu kodlar yardımı ile oluşturulan kategoriler ve frekans-yüzdelik dağılımları Tablo 5. de verilmiştir.

Tablo 5. “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını nasıl tanımlarsınız?” sorusuna verilen cevaplardan elde edilen kod ve kategoriler

Kodlar	Kategoriler	f	%
K1: Bir bilinmeyeni bulma K2: İçinde bilinmeyen bulunan çözülmesi istenen ifade K3: Eşittir sembolü	Bilinmeyeni Bulma	12	50
K4: Bilinmeyen olarak bulunan x ve y K5: içinde harf ya da sayı olması	Bilinmeyen/Harf	6	25
K6: Tek bilinmeyen K7: Bir bilinmeyen ve sayı olması	Bir Bilinmeyen	6	25

Bilinmeyeni bulma kategorisinde yer alan öğrenci cevaplarından 3 tanesi doğrudan alıntılanarak aşağıda verilmiştir.

- *Denklemden bir bilinmeyen verilir ve bu bilinmeyeni bulmamız istenir*
- *İçinde bilinmeyen olduğu ve bizden çözmemiz veya kurmamız istenen ifadelerdir*
- *Eğer soruda eşittir sembolü varsa bu bir denklemdir*

Bilinmeyeni bulma kategorisinde tanım yapan öğrencilerin cevaplarından görüldüğü üzere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin doğru tanım yapmışlardır. Öğrencilerin cevaplarında bilinmeyeni bulma, eşittir sembolünün olması gibi ifadeler doğru tanım yaptıklarının göstergesidir.

Bilinmeyen/Harf kategorisine ait öğrencilerden doğrudan alınan cevaplar aşağıda verilmiştir.

- *İçinde bilinmeyen anlamına gelen x ve y bulunuyor*
- *İçinde harf ya da sayı olması gerek*
- *x veya harf bulunmalı*

Bilinmeyen/Harf kategorisinde tanım yapan öğrenciler, cevaplarından görüldüğü üzere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin eksik kavram imajına sahiptirler. Sadece bilinmeyen kavramına odaklanarak tanım yapmaları imajlarının eksikliğini göstermektedir. Öğrencilerin eksik oluşturdukları kavram imajlarının, kavram tanımlarını etkilediği görülmektedir.

Bir bilinmeyen kategorisine ait öğrencilerden doğrudan alınan cevaplar aşağıda verilmiştir.

- *Bir bilinmeyen olmasıdır*
- *Bir bilinmeyen harf vardır*
- *Tek bir bilinmeyen olur*

Bir bilinmeyen kategorisinde tanım yapan öğrencilerin cevaplarından görüldüğü üzere öğrenciler birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramının sadece bir bilinmeyen kısmına odaklanarak tanım yapmışlardır. Bu şekilde tanım yapmalarının altında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait kısıtlı kavram imajı oluşturmaları yatmaktadır.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin öğrencilerin kavram imajlarını ortaya çıkarmak amacıyla öğrencilere yöneltilen açık uçlu sorunun devamında “Kendi düşünceleriniz ile açıklayarak bir örnek veriniz.” şeklinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına bir örnek vermeleri istenmiş ve verilen cevapların frekans ve yüzde dağılımları Tablo 6. da verilmiştir.

Tablo 6. “Kendi düşünceleriniz ile açıklayarak bir örnek veriniz.” sorusuna verilen cevapların yüzde frekans dağılımları

	f	%
Doğru	20	28
Yanlış	17	24
Boş	34	48
Toplam	71	100

Tabloda görüldüğü üzere öğrencilerden 20 tanesi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin doğru örnek verirken, 17 tanesi yanlış örnek vermiş, 34 ‘ü ise soruya yanıt verememiştir.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait doğru örnek veren öğrencilerden 2 tanesinin kağıtlarından doğrudan alınan fotoğraflar aşağıda verilmiştir. Öğrenciler denklem örneklerinde hem birinci dereceden bir bilinmeyen hem de eşittir sembolü kullandıklarından yazmış oldukları örnekler birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleme ait doğru örneklerdir.

$$x + 3 = 8$$

$$41 - 1x = 28$$

Buna göre x kaçtır ?

Şekil 3. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Doğru Örnek Öğrenci Cevapları

Ayrıca yanlış örnek veren 17 öğrencinin verdiği örneklerden iki tanesi aşağıdaki verilmiştir.

$$3x - 21$$

$$3x + 4y = 9$$

Şekil 4. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Yanlış Örnek Öğrenci Cevapları

Şekil 4’te görüldüğü üzere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin yanlış örnek veren öğrencilerden bazıları iki bilinmeyenden oluşan bir denklem örneği yazarken bazı öğrenciler ise denklem yerine cebirsel ifade kavramına yönelik örnek vermiştir. Öğrencilerin denklem kavramına ait yanlış kavram imajına sahip oldukları görülmektedir.

3.2. Cebirsel İfade ve Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kavramına İlişkin Öğrencilerin Kavram İmajları

Cebirsel ifade ve denklem kavram imajı testinin ikinci kısmında, öğrencilerden onlara verilen cebirsel ifade ve denklem örneklerinden cebirsel ifadeye uygun olanını tercih etmeleri ayrıca tercihlerini emin olma durumlarına uygun olacak şekilde; kesinlikle cebirsel ifadedir, cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum, emin değilim, cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum ve kesinlikle cebirsel ifade değildir seçenekleri üzerinden yapmaları istenmiştir. Son olarak öğrencilerin seçimlerini detaylı bir şekilde analiz edebilmek amacıyla tercihlerinin nedenlerini de yazmaları beklenmiştir. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların dağılımları Tablo 7.de verilmiştir.

Tablo 7. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların emin olma durumlarına göre yüzde ve frekans dağılımları

	Kesinlikle cebirsel ifadedir.		Cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum		Emin Değilim		Cebirsel İfade Olduğunu Düşünmüyorum		Kesinlikle cebirsel ifade değildir	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Soru 1	24	35	21	31	10	14	1	1	11	16
Soru 2	18	26	11	16	21	30	9	13	9	13
Soru 3	21	31	14	20	15	22	13	19	4	5
Soru 4	18	27	4	6	19	29	12	18	12	18
Soru 5	8	13	6	9	14	22	12	19	25	40
Soru 6	21	31	17	25	12	17	6	8	11	16

Soru 1, " $x + 4 = 11$ " örneği olup bu örneğe araştırmaya katılan 71 öğrenciden 67 öğrenci cevap vermiş ve 11 tanesi kendilerinden emin bir şekilde " $x + 4 = 11$ " örneği için kesinlikle cebirsel ifade değildir tercihinin yaparken 1 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum tercihinin yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 12 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifadedir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinin yapan toplam 45 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğu söylenebilir. Tercihle bulunan kalan 10 öğrenci ise emin değilim cevabını vermiştir.

Soru 2, " $a-5$ " örneği olup bu örneğe araştırmaya katılan 71 öğrenciden 68 öğrenci tercihte bulunmuştur. Öğrencilerden 18 tanesi kendilerinden emin bir şekilde " $a-5$ " örneği için kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinin yaparken 11 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinin yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 29 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifade değildir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum seçimini yapan toplam 18 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihle bulunan kalan 21 öğrenci ise emin değilim şeklinde tercihte bulunmuşlardır.

Soru 3, " $e - 3 + f$ " olup 71 öğrenciden 67 tanesi bu örnek ile ilgili bir seçimde bulunmuşlardır. Öğrencilerden 21 tanesi kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinin yaparken 15 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinin yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 36 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifade değildir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum seçimini yapan toplam 16 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihle bulunan kalan 15 öğrenci ise emin değilim şeklinde tercihte bulunmuşlardır.

Soru 4, " $2xy = 240$ " olup 71 öğrenciden 65 tanesi bu örnek ile ilgili bir seçimde bulunmuşlardır. Öğrencilerden 18 tanesi kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinin yaparken 4 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinin yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 22 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde yanlış ya da eksik bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifade değildir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum seçimini yapan toplam 24 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin doğru

bir kavram imajının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihle bulunan kalan 19 öğrenci ise emin değilim şeklinde tercihte bulunmuşlardır.

Soru 5, “b” örneği olup 71 öğrenciden 65 tanesi bu örnek ile ilgili bir seçimde bulunmuşlardır. Öğrencilerden 8 tanesi kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinin yaparken 5 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinin yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 14 öğrencinin cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifade değildir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum seçimini yapan toplam 37 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin yanlış ya da eksik bir kavram imajının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihle bulunan kalan 14 öğrenci ise emin değilim şeklinde tercihte bulunmuşlardır.

Soru 6, “ $K + m - 4 = 3$ ” olup 71 öğrenciden 67 tanesi bu örnek ile ilgili bir seçimde bulunmuşlardır. Öğrencilerden 21 tanesi kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifadedir tercihinin yaparken 16 öğrenci de daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünüyorum tercihinin yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 38 öğrencinin cebirsel ifade kavramı ile denklem kavramını karıştırdıkları, cebirsel ifade kavramına ilişkin zihinlerinde yanlış ya da eksik bir kavram imajı oluşturduklarını görülmektedir. Bu kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle cebirsel ifade değildir ve daha az emin olarak cebirsel ifade olduğunu düşünmüyorum seçimini yapan toplam 16 öğrencinin zihninde cebirsel ifade kavramına ilişkin doğru bir kavram imajının oluştuğunu söylemek mümkündür. Tercihle bulunan kalan 12 öğrenci ise emin değilim şeklinde seçimde bulunmuşlardır.

Soru 1, Soru 4 ve Soru 6 birer denklem örneği olduğu halde öğrencilerden toplam 63 tanesi bu sorular için “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihinde bulunmuştur. Öğrencilerden bazıları tercihleri hakkında herhangi bir neden belirtmezken bazı öğrenciler seçimleriyle ilgili açıklamalarda bulunmuştur. “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihiyle ilgili neden belirten öğrencilerin cevaplarından literatüre paralel olarak iki kategori oluşturulmuştur. Oluşturulan bu kategoriler aşağıda Tablo 8.de verilmiştir.

Tablo 8. “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihiyle ilgili öğrenci nedenlerinden oluşturulan kategorilerin yüzde ve frekans dağılımları

Kodlar	Kategoriler	f	%
K1: Harf var	Bilinmeyen/Harf	10	38
K2: Harf ve işlem var			
K3: Bilinmeyen var			
K4: Eşitlik sembolü	Bilinmeyen ve Eşitlik	16	62
K5: Bilinmeyen ve eşittir işareti			
K6: Bilinmeyi bulma			
K7: Sonuç var			

Öğrencilere yöneltilen sorular birer denklem olduğu halde 26 öğrencinin çeşitli nedenlerle bu sorular için “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihinde bulunmuştur. Bilinmeyen/Harf kategorisinde açıklamada bulunan öğrencilerin yanlış tercihlerinin altında yatan sebepleri anlayabilmek için seçimleri hakkında belirttikleri nedenlere bakıldığında “İçerisinde harf var”, “Bilinmeyen olarak x bulunuyor” veya “İfadenin içerisinde harf ve işlem verilmiş” şeklinde cevaplar verdikleri görülmektedir. Öğrencilerin ifadenin içinde sadece bilinmeyen/harf olup olmamasına odaklanması ve ifadede yer alan eşittir sembolünü göz ardı ederek bu ifadeyi cebirsel ifade olarak adlandırmalarının temelinde öğrencilerin cebirsel ifadeye ait eksik kavram imajına sahip olmaları yatmaktadır. Sahip oldukları bu eksik imajdan ötürü öğrenciler yanlış tercihte bulunmuştur. Bilinmeyen ve Eşitlik kategorisinde neden belirten diğer öğrencilerin açıklamalarına bakıldığında ise “Çünkü sonuç belirtmiş”, “Çünkü x yerine 7 koyarsak $7+4=11$ olduğu için kesinlikle cebirsel ifadedir”, “Bir bilinmeyen ve = (eşittir) işareti var” şeklinde cevap verdikleri görülmüştür. Öğrenciler belirttikleri nedenlerde ifadenin denklem olma özelliklerine değinmişlerdir. Açıklama olarak denkleme uygun cevaplar verip tercihlerinde

“Kesinlikle Cebirsel İfadedir” seçimini yapmaları öğrencilerin cebirsel ifade ile denklem kavramını karıştırdıklarını ortaya koymaktadır.

Soru 1, Soru 4 ve Soru 6 için ayrıca 34 öğrenci doğru tercih olan “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihinde bulunmuştur. Öğrencilerden bazıları tercihleri hakkında herhangi bir neden belirtmezken bazı öğrenciler seçimleriyle ilgili açıklamalarda bulunmuştur. “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihiyle ilgili neden belirten öğrencilerin cevaplarından literatüre paralel olarak iki kategori oluşturulmuştur. Oluşturulan bu kategoriler aşağıda Tablo 9.da verilmiştir.

Tablo 9. “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihiyle ilgili öğrenci nedenlerinden oluşturulan kategorilerin yüzde ve frekans dağılımları

Kodlar	Kategoriler	f	%
K1: Sonuç varsa denklemdir K2: Sonuç verilmeseydi cebirsel ifade olurdu	Sonuç	9	37
K3: Eşitlik sembolü K4: Bilinmeyen ve eşittir işareti K5: Eşitleme varsa denklemdir	Eşitlik	15	63

Öğrencilere yöneltilen Soru 1, Soru 4 ve Soru 6 birer denklem örneği olup 24 öğrenci çeşitli nedenlerle bu sorular için “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihinde bulunmuştur. Sonuç kategorisinde neden belirten 9 öğrenci genel olarak “Sonuç verildiği için cebirsel ifade değil, denklem olduğunu düşünüyorum”, “Bence sonuç olmasaydı cebirsel ifadeydi ama sonuç olduğu için denklemdir”, “Sonuç verilmiş denklemdir” cümleleriyle seçimleri hakkında açıklamalar yapmışlardır. Öğrencilerin sonuç verilmesine dikkat etmeleri, bilinmeyen olmasının dışında bu bilinmeyen bir sonuca eşitlenmiş olmasını göz ardı etmemeleri onların hem cebirsel ifade hem de denklem kavramıyla ilgili doğru bir kavram imajına sahip olduklarının göstergesidir. Bunun dışında eşitlik kategorisinde neden belirten diğer öğrencilerin açıklamalarına bakıldığında “Eşittir işareti olduğu için cebirsel ifade değildir”, “Çünkü cebirsel ifadede eşittir işareti yoktur”, “Eşitleme varsa denklemdir” şeklinde cevaplar verdikleri görülmüştür. Öğrencilerin eşittir sembolünün olmasını göz önüne alarak bu ifadeyi cebirsel ifade olarak değil denklem olarak belirtmeleri yine öğrencilerin hem cebirsel ifade hem de denklem için doğru bir kavram imajına sahip olduklarının göstergesidir.

Kavram imajı testinde verilen, cebirsel ifade ile ilgili öğrencilerden seçim yapmaları beklenen sorulardan; Soru 2, Soru 3 ve Soru 5 birer cebirsel ifade örneği olup 47 öğrenci bu sorular için “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” seçimini yapmıştır. Öğrencilerden bazıları tercihleri hakkında herhangi bir neden belirtmezken bazı öğrenciler seçimleriyle ilgili açıklamalarda bulunmuştur. “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihiyle ilgili neden belirten öğrencilerin cevaplarından literatüre paralel olarak iki kategori oluşturulmuştur. Oluşturulan bu kategoriler aşağıda Tablo 10.da verilmiştir.

Tablo 10. “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihiyle ilgili öğrenci nedenlerinden oluşturulan kategorilerin yüzde ve frekans dağılımları

Kodlar	Kategoriler	f	%
K1: Bilinmeyen ve sayı K2: Harf var K3: Terim var	Bilinmeyen	10	52
K4: Eşittir sembolü yok K5: Eşitleme yok K6: Eşitlik yok	Eşitlik yok	9	48

Öğrencilere yöneltilen Soru 2, Soru 3 ve Soru 5 birer cebirsel ifade örneği olup 19 öğrenci çeşitli nedenlerle bu sorular için “Kesinlikle Cebirsel İfadedir” tercihinde bulunmuştur. Bilinmeyen kategorisinde neden belirten 10 öğrenci genel olarak, “İçinde bilinmeyen var”, “Bilinmeyen olduğu

için cebirsel ifadedir”, “Harfler cebirsel ifadedir” şeklinde cevap vermiştir. Öğrencilerin cebirsel ifade kavramının tanımında da yer alan içerisinde bilinmeyen olma durumunu göz önüne almaları cebirsel ifade için kısmen de olsa doğru kavram imajı geliştirdiklerinin göstergesidir. Fakat hem bilinmeyen hem de eşitlik bulunan ifadeler de yani denklem örneklerine de aynı cevap vermeleri durumunda kavram imajları yanlış ya da eksik olacaktır. Eşitlik yok kategorisinde cevap veren 9 öğrenci ise genel olarak, “Eşitleme yoksa cebirsel ifadedir”, “Eşitlik yok” şeklinde tercihleri hakkında açıklamalarda bulunmuştur. Öğrencilerin cebirsel ifadeyi denklem kavramından ayıran nokta olan eşitlik olmaması durumunu göz ardı etmemeleri hem cebirsel ifade hem de denklem ile ilgili doğru kavram imajı geliştirdiklerinin göstergesidir.

Soru 2, Soru 3 ve Soru 5 için ayrıca 38 öğrenci yanlış tercih olan “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihinde bulunmuştur. Öğrencilerden bazıları tercihleri hakkında herhangi bir neden belirtmezken bazı öğrenciler seçimleriyle ilgili açıklamalarda bulunmuştur. “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihiyle ilgili neden belirten öğrencilerin cevaplarından literatüre paralel olarak iki kategori oluşturulmuştur. Oluşturulan bu kategoriler aşağıda Tablo 11.de verilmiştir.

Tablo 11. “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihiyle ilgili öğrenci nedenlerinden oluşturulan kategorilerin yüzde ve frekans dağılımları

Kodlar	Kategoriler	f	%
K1: Sadece bilinmeyen var K2: Sayıları ve işlemleri tam değil	Sayı yok	7	46
K3: İşlem yapılamaz K4: Sayı ve eşittir yok K5: Denklemdir	Denklem	8	54

Öğrencilere yöneltilen Soru 2, Soru 3 ve Soru 5 birer cebirsel ifade örneği olup 15 öğrenci çeşitli nedenlerle bu sorular için “Kesinlikle Cebirsel İfade Değildir” tercihinde bulunmuştur. Sayı yok kategorisinde neden belirten 7 öğrenci genel olarak, “Sadece bilinmeyeni olduğu için”, “İçinde sayı olmadığı için cebirsel ifade değildir”, “Çünkü sayıları, harfleri ve işlemleri tam değil” şeklinde cevap vermiştir. Öğrencilerin sadece bilinmeyen olup yanında sayı olmaması durumlarını cebirsel ifade olarak kabul etmemesi cebirsel ifadeye ait zihinlerinde eksik kavram imajı oluşturduklarının göstergesidir. Eksik kavram imajları öğrencilerin yanlış tercih yapmasına sebep olmuştur. Denklem kategorisinde cevap veren 8 öğrenci ise genel olarak, “Denklem olduğunu düşünüyorum”, “Bu bir denklemdir”, “Hem sayıları yok hem eşittir yok” şeklinde tercihleri hakkında açıklamada bulunmuşlardır. Öğrenciler verilen soruları cebirsel ifade olarak düşünemediklerinden bu soruların birer denklem olduğunu düşündükleri görülmektedir. Diğer cevap olan “Hem sayıları yok hem eşittir yok” cevabından görüldüğü üzere öğrencilerin bir ifadeye cebirsel ifade diyebilmeleri için eşittir işaretini aradıkları görülmektedir. Bu sebeple denklem kategorisinde neden belirten öğrencilerin cebirsel ifadeye ait kavram imajlarının eksik ya da yanlış olduğu söylenebilmektedir.

Cebirsel ifade ve denklem kavram imajı testinin devamında öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait kavram imajlarını ortaya çıkarmak amacıyla öğrencilerden onlara verilen cebirsel ifade ve denklem örneklerinden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına uygun olanını tercih etmeleri ayrıca tercihlerini emin olma durumlarına uygun olacak şekilde; kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünüyorum, emin değilim, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünmüyorum ve kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem değildir seçenekleri üzerinden yapmaları istenmiştir. Son olarak öğrencilerin seçimlerini detaylı bir şekilde analiz edebilmek amacıyla tercihlerinin nedenlerini de yazmaları beklenmiştir. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların dağılımları Tablo 12.de verilmiştir.

Tablo 12. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların emin olma durumlarına göre yüzde ve frekans dağılımları

	Kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir		Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünüyorum		Emin Değilim		Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünmüyorum		Kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem değildir	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Soru 1	27	43	15	23	19	30	2	3	1	1
Soru 2	25	42	9	15	17	28	6	10	3	5
Soru 3	14	24	15	25	12	20	8	13	11	18
Soru 4	14	23	11	18	25	42	6	10	4	7
Soru 5	20	32	13	20	11	18	8	13	10	17

Soru 1, " $x + 3 = 8$ " örneği olup bu örneğe araştırmaya katılan 71 öğrenciden 64 öğrenci cevap vermiş ve 27 tanesi kendilerinden emin bir şekilde " $x + 3 = 8$ " örneği için kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir tercihini yaparken 15 öğrenci de daha az emin olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünüyorum tercihini yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 42 öğrencinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem değildir ve daha az emin olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünmüyorum tercihini yapan toplam 3 öğrencinin zihninde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğu söylenebilir. Tercihinde bulunan kalan 19 öğrenci ise emin değilim cevabını vermiştir.

Soru 2, " $3x + 4y = 9$ " örneği olup bu örneğe araştırmaya katılan 71 öğrenciden 60 öğrenci cevap vermiş ve 25 tanesi kendilerinden emin bir şekilde " $3x + 4y = 9$ " örneği için kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir tercihini yaparken 9 öğrenci de daha az emin olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünüyorum tercihini yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 34 öğrencinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem değildir ve daha az emin olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünmüyorum tercihini yapan toplam 9 öğrencinin zihninde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğu söylenebilir. Tercihinde bulunan kalan 17 öğrenci ise emin değilim cevabını vermiştir.

Soru 3, " $3x - 21$ " örneği olup bu örneğe araştırmaya katılan 71 öğrenciden 60 öğrenci cevap vermiş ve 14 tanesi kendilerinden emin bir şekilde " $3x - 21$ " örneği için kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir tercihini yaparken 15 öğrenci de daha az emin olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünüyorum tercihini yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 29 öğrencinin zihninde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğu söylenebilir. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem değildir ve daha az emin olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünmüyorum tercihini yapan toplam 19 öğrencinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturduklarını söylemek mümkündür. Tercihinde bulunan kalan 12 öğrenci ise emin değilim cevabını vermiştir.

Soru 4, " $3t - 4 = 7t - 24$ " örneği olup bu örneğe araştırmaya katılan 71 öğrenciden 60 öğrenci cevap vermiş ve 14 tanesi kendilerinden emin bir şekilde " $3t - 4 = 7t - 24$ " örneği için kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir tercihini yaparken 11 öğrenci de daha az emin olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünüyorum tercihini yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 25 öğrencinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin zihinlerinde doğru

bir kavram imajı oluşturdıklarını söylemek mümkündür. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem değildir ve daha az emin olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünmüyorum tercihini yapan toplam 10 öğrencinin zihninde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğu söylenebilir. Tercihinde bulunan kalan 25 öğrenci ise emin değilim cevabını vermiştir.

Soru 5, " $3X_3 + 4Y = 0$ " örneği olup bu örneğe araştırmaya katılan 71 öğrenciden 62 öğrenci cevap vermiş ve 20 tanesi kendilerinden emin bir şekilde " $3X_3 + 4Y = 0$ " örneği için kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir tercihini yaparken 13 öğrenci de daha az emin olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünüyorum tercihini yapmıştır. Bu iki tercihi yapan toplam 33 öğrencinin zihninde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin yanlış veya eksik kavram imajlarının oluştuğu söylenebilir. Bu doğru kavram imajının aksine kendilerinden emin bir şekilde kesinlikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem değildir ve daha az emin olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşünmüyorum tercihini yapan toplam 18 öğrenci birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin zihinlerinde doğru bir kavram imajı oluşturdıklarını söylemek mümkündür. Tercihinde bulunan kalan 11 öğrenci ise emin değilim cevabını vermiştir.

Soru 1, Soru 2 ve Soru 4 birer birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem örneği olup öğrencilerden toplam 66 tanesi bu sorular için "Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir" tercihinde bulunmuştur. Öğrencilerden bazıları tercihleri hakkında herhangi bir neden belirtmezken bazı öğrenciler seçimleriyle ilgili açıklamalarda bulunmuştur. "Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir" tercihiyle ilgili neden belirten öğrencilerin cevaplarından literatüre paralel olarak iki kategori oluşturulmuştur. Oluşturulan bu kategoriler aşağıda Tablo 13.de verilmiştir.

Tablo 13. "Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemdir" tercihiyle ilgili öğrenci nedenlerinden oluşturulan kategorilerin yüzde ve frekans dağılımları

Kodlar	Kategoriler	f	%
K1: Harf var K2: Sayılar ve bilinmeyenler var	Bilinmeyen	11	46
K3: Bilinmeyen ve eşittir var K4: Harfin değerini bulma K5: x, y ve eşittir var K6: Sonuç verilmiş	Bilinmeyen ve Eşitlik	18	54

Öğrencilere yöneltilen Soru 1, Soru 2 ve Soru 4 birer birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem örneği olup öğrencilerden 29 tanesi tercihleri ile alakalı çeşitli nedenler belirtmiştir. Bilinmeyen kategorisinde neden belirten 11 öğrenci yaptığı açıklamalarla ilgili genel olarak, "İçinde bilinmeyi vardır", "Bilinmeyen harf vardır", "Rakamların yanında bilinmeyenler vardır" şeklinde cevap vermişlerdir. Öğrenciler birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını sadece bilinmeyen olması şeklinde düşündüklerinden zihinlerinde denklem kavramına ait eksik kavram imajının olduğu söylenebilmektedir. Ayrıca öğrenciler cebirsel ifade ile denklem arasındaki ayrımı belirleyemediklerinden iki kavramı karıştırdıkları görülmektedir. Bilinmeyen ve eşitlik kategorisinde neden belirten 18 öğrencinin yaptığı açıklamalar ise genel olarak, "Eşittir işareti olduğu için denklemdir", "Hem eşittir hem de bilinmeyen sayı vardır", "Cevabı verdiği için birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir" şeklinde cevap vermişlerdir. Öğrencilerin hem bilinmeyen olmasına hem de eşittir işaretinin bulunmasına dikkat ettikleri görülmektedir. Bu doğrultuda öğrencilerin cebirsel ifade ile denklem arasındaki ayrımın farkında olduğu ve zihinlerinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleme ait doğru kavram imajı geliştirdikleri söylenebilmektedir.

Soru 1, Soru 2 ve Soru 4 birer birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem örneği olup öğrencilerden toplam 8 tanesi bu sorular için “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir” tercihinde bulunmuştur. Öğrencilerden bazıları tercihleri hakkında herhangi bir neden belirtmezken bazı öğrenciler seçimleriyle ilgili açıklamalarda bulunmuştur. “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir” tercihiyle ilgili neden belirten öğrencilerin cevaplarından yalnızca “Cebirsel İfade” kategorisi çıkarılmıştır. Neden belirten toplam 8 öğrenci genel olarak, “Bu bir cebirsel ifadedir”, “Bence bu bir cebirsel ifadedir, çünkü eşittir işareti var”, “Bu direk cebirsel ifadedir” şeklinde açıklama yapmışlardır. Öğrencilerin çoğu sorularda yer alan eşittir işaretini göz ardı ederek ifadelerin cebirsel ifade olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca bir öğrenci eşittir işaretini neden göstererek ifadelerin cebirsel ifade olduğunu söylemiştir. Verilen öğrenci cevaplarından görüldüğü üzere denklem kavramına ilişkin öğrencilerin zihinlerinde oluşan kavram imajları tamamen yanlıştır hatta bu imajlar aslında cebirsel ifadeye aittir.

Kavram imajı testinde verilen, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ile ilgili öğrencilerden seçim yapmaları beklenen sorulardan; Soru 3 bir cebirsel ifade örneği olup 14 öğrenci bu soru için “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem” seçimini yapmıştır. Öğrencilerden 11 tanesi tercihleri hakkında herhangi bir neden belirtmezken 3 öğrenci seçimleriyle ilgili açıklamalarda bulunmuştur. “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem” tercihiyle ilgili neden belirten öğrencilerden 2 tanesi “Bilinmeyen var” şeklinde cevap verirken kalan 1 öğrenci ise “Bu bir cebirsel ifade değildir çünkü x var ama eşittir yok” cevabını vermiştir. Bilinmeyen var şeklinde neden belirten 2 öğrenci denklem kavramını sadece bilinmeyen olarak düşünmektedir. Bu sebeple zihinlerinde denklem kavramına ait eksik kavram imajı oluştuğu söylenebilmektedir. Diğer öğrenci ise eşittir sembolü olmadığı için ifadenin cebirsel ifade olmadığını söylemiştir. Öğrencinin verdiği bu cevapla cebirsel ifade ve denklem kavramına ilişkin kavram imajlarının tamamen karıştığı görülmektedir.

Soru 3 için “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir” tercihinde bulunan 11 öğrenci olup bu öğrencilerden 5 tanesi neden belirtmiştir. Yaptıkları tercihler ile ilgili neden belirten öğrencilerden 2 tanesi, “Eşitlik olması gerekirdi” cevabını vermiştir. Kalan 3 öğrenciden 2 tanesi “Cebirsel ifadedir” ve diğer 1 öğrenci ise “Bilinmeyen olduğu için denklem değildir” cevabını vermiştir. Öğrencilerin yaptıkları seçimlerle ilgili yaptıkları açıklamaların genel olarak doğru olduğu görülmektedir. Fakat 1 öğrencinin yapmış olduğu açıklamaya bakıldığında bilinmeyen olmasından kaynaklı ifadenin denklem olmadığını düşünmektedir. Öğrencinin böyle düşünmesinin sebebi ise denklem kavramı ile cebirsel ifade kavramına ait zihninde yanlış bir imaj oluşturmuş olmasıdır.

Kavram imajı testinde verilen, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ile ilgili öğrencilerden seçim yapmaları beklenen sorulardan; Soru 5 üçüncü dereceden iki bilinmeyenli bir denklem örneği olup 20 öğrenci bu soru için “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem” seçimini yapmıştır. Öğrencilerden 10 tanesi tercihleri hakkında herhangi bir neden belirtmezken 10 öğrenci seçimleriyle ilgili açıklamalarda bulunmuştur. “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem” tercihiyle ilgili neden belirten öğrencilerden 3 tanesi “Bilinmeyen var” şeklinde yaptığı tercihin nedenini belirtirken, diğer 7 öğrenci ise genel olarak “Arasında eşittir işareti olduğu için”, “Çünkü bilinmeyen sayı ve eşittir işareti bulunmaktadır”, “ x ile y bulunmamız istenmiştir” şeklinde açıklamada bulunmuşlardır. “Bilinmeyen var” cevabını veren 3 öğrenci denklem kavramının sadece bilinmeyen bulunması yönüne odaklanmış ve eşitlik olması gerektiğini göz ardı etmiştir. Ayrıca verilen sorunun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu düşündüklerinden dolayı derece ve tek bilinmeyen özelliklerini de dikkate almadıkları görülmektedir. Dolayısıyla 3 öğrencinin zihninde denklem kavramına ait oluşmuş olan kavram imajı eksiktir.

Soru 5 için “Kesinlikle Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Değildir” tercihinde bulunan 10 öğrenci olup bu öğrencilerden 3 tanesi neden belirtmiştir. Yaptıkları tercihler ile ilgili neden belirten öğrencilerden 3 tanesi “Harfin üstünde sayı var”, “Bilinmeyenli denklemler böyle olmaz” şeklinde cevap vermiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan görüldüğü üzere derece kavramını anlamlandıramadıkları görülmektedir. Öğrencilerin yapmış oldukları tercihler doğru olduğu halde

yazdıkları nedenlere bakıldığında ifadeye anlam veremediklerinden bu tercihi yaptıkları görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ile ilgili zihinlerinde eksik kavram imajına sahip olduğu söylenebilmektedir.

4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin imajlarını belirlemek amacıyla öğrencilerden cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramlarını tanımlamaları, bu kavramlarla ilgili örnek yazmaları ve verilen sorulardan bu kavramlara ait olanları emin olma durumlarına göre seçmeleri istenmiştir. Bulgular doğrultusunda aşağıda yer alan sonuçlara ulaşılmıştır.

Çalışmanın amacı doğrultusunda oluşturulan birinci alt problem cebirsel ifade kavramına ilişkin öğrencilerin kavram imajlarının nasıl olduğunun ortaya çıkarılmasıdır. Kavram imajlarının ortaya çıkarılması amacıyla öğrencilerden cebirsel ifade kavramını tanımları ve bu kavrama ait bir örnek vermeleri istenmiştir. Verilerin analiz edilmesi sonucu öğrencilerin cebirsel ifadeye ilişkin kavram imajlarının; en az bir bilinmeyen içeren işlem, bilinmeyen ve sayı, bilinmeyen ve eşitlik, kategorileri etrafında şekillendiği görülmüştür. Millî Eğitim Bakanlığı'nın 2021 yılında yayınlamış olduğu 6. sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifade; "En az bir değişken ve işlem içeren ifadelere cebirsel ifade denir" şeklinde tanımlanmaktadır. Ayrıca Kieran (1992), cebirin harfleri kullanarak hesap yapmayı sağlayan bir araç olduğunu belirtmiştir. En az bir bilinmeyen içeren işlem kategorisinde cevap veren öğrencilerin cebirsel ifade tanımı ile birebir uyuşan tanım yaptıkları görülmektedir. Öğrencilerin yaptıkları tanımlarda bilinmeyen ve işlem arasındaki bağlantıyı kurmuş olmaları cebirsel ifadeye ait doğru kavram imajı oluşturduklarının göstergesidir.

Bilinmeyen ve sayı kategorisinde yanıt veren öğrenciler cebirsel ifade içerisinde işlem bulunmasını tanımlarında belirtmemişlerdir. Fakat cebirsel ifadeye ilişkin bir örnek vermeleri istendiğinde öğrenciler, $(3x + 8)$ gibi içerisinde işlem bulunan ifadeler yazmışlardır. Çalışmada karşılaşılan bu bulgu Sitrava (2017)'nin araştırmasıyla paralellik göstermektedir. Ayrıca Sitrava (2017), tanım ile verilen örnek arasındaki tutarsızlığın öğrencilerin kavram tanımlarında yer alan önemli özellikleri bilmemelerinden kaynaklanabileceğini belirtmiştir.

Çalışmanın önemli bulgularından bir tanesine bilinmeyen ve eşitlik kategorisinde yer alan öğrenci tanımlarından ulaşılmıştır. Öğrencilerin %35'i bilinmeyen ve eşitlik kategorisinde cevap vermiş olup yaptıkları tanımlar cebirsel ifade kavramına ait olmayıp denklem kavramına ait tanımlardır. Tall (1981)'a göre, kavram imajı bilişsel yapının tamamı olup kavram tanımı da kavram imajının içerisinde yer almaktadır (Bingölbalı, 2016). Dolayısıyla bir kavramın tanımının doğru öğrenilip öğrenilememesi kavramın imajını da doğrudan etkilemektedir. Buradan hareketle bilinmeyen ve eşitlik kategorisinde cevap veren öğrencilerin cebirsel ifade ile denklem kavramını karıştırdıkları ve cebirsel ifade ile ilgili kavram imajı hücrelerinde (Tall ve Vinner, 1981) cebirsel ifade ile denklem kavramlarının aynı hücrede bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin cebir alanında başarılı olabilmeleri için eşitlik ve değişkenleri içeren semboller ile gösterimlerin kavramsal olarak öğrenilmesi büyük önem taşımaktadır (Van De Walle, Karp, & Bay-Williams, 2012). Cebirsel ifade kavramının temelinde değişken kavramı yatarken, denklem kavramının temelinde ise eşitlik kavramı yatmaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin cebir öğrenmelerinin anlamlı gerçekleşebilmesi için cebirsel ifade ve denklem kavramlarını birbirinden ayırt etmeleri ve bu konulara ait temel kavramların farkında olması gerekmektedir.

Araştırmanın diğer boyutunda ortaokul 7. Sınıf öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait kavram imajları ikinci alt problem olarak incelenmeye çalışılmıştır. Birinci alt problemde olduğu gibi öğrencilerden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını tanımları ve bu tanımları doğrultusunda bir örnek vermeleri istenmiştir. Araştırmanın bulguları analiz edildiğinde öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin farklı kavram tanımlarına ve imajlarına sahip oldukları görülmüştür. Verilerin analiz edilmesi sonucu öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ilişkin kavram imajlarının; bilinmeyi bulma,

bilinmeyen/harf ve bir bilinmeyen kategorileri etrafında şekillendiği görülmüştür. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleme ait tanım yapan öğrencilerin %50'si bilinmeyi bulma kategorisinde cevap vermiş olup, "eşittir işareti var", "sonuç verilmiş", "eşitleme var" şeklinde verilen cevaplar da bilinmeyi bulma kategorisi içerisinde yer almaktadır. Eşitlik bağıntısı içeren her açık önermeye denklem denildiğinden (Argün, Arıkan, Bulut, ve Halıcıoğlu, 2020), bilinmeyi bulma kategorisinde öğrencilerin yaptıkları tanımlar kavramın tanımı ile uyumaktadır. Fakat bu kategoride cevap veren öğrencilerin hiçbiri birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramının birinci derece ve bir bilinmeyen özelliğine vurgu yapmamıştır. Öğrencilerin derece kavramını göz ardı etmesi durumu literatüre paralel olup, Çavuş (2013)'ün yapmış olduğu yüksek lisans tezinde aynı bulgu ile karşılaşılmıştır.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bilinmeyen/harf kategorisinde tanımlayan öğrencilerin denklemin oluşabilmesi için gerekli olan eşitlik kavramını göz ardı ettikleri görülmektedir. Willingham (2010), cebirsel denklemleri anlamanın eşittir işaretinin doğru kavramsal anlayışına bağlı olduğunu belirtmiştir. Yaman, Toluk ve Olkun (2003)'ün yaptıkları araştırmada öğrencilerin eşitlik kavramını ve eşittir işaretini kavramsal olarak anlayamadıkları eşittir işaretini sadece bir sembol olarak gördükleri bulgusuna rastlanmış olup araştırmacılar bu durumun öğrencilerin daha sonra göreceği cebir dersleri için önemli bir sorun teşkil ettiğini belirtmişlerdir.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait imajlarının incelenmesinde son karşılaşılan kategori bir bilinmeyen kategorisidir. Tanım yapan öğrencilerin %25'i birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bir bilinmeyen olarak tanımlamış olup yine bilinmeyen/harf kategorisinde olduğu gibi denklemin temel özelliği olan eşitlik kavramını göz ardı ettikleri görülmektedir. Bu kategori içerisinde tanım yapan öğrencileri bilinmeyen/harf kategorisinde tanım yapan öğrencilerden ayıran durumun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin bir bilinmeyenli olması gerektiği yönüne dikkat çekmeleri olmuştur. Fakat yine de öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramına ait imajlarının eksik olduğu görülmektedir.

Sonuç olarak, çalışmaya katılan ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin büyük çoğunluğunun kavram imajları ile cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin formal tanımı arasında bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin çoğunluğunun cebirsel ifade ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramlarına ait imajlarının eksik ya da yanlış olduğu tespit edilmiştir. Çalışmanın önemli bir bulgusu olarak, öğrencilerin pratikte ve teoride çoğu zaman cebirsel ifadenin yerine denklem ya da denklemin yerine cebirsel ifade kavramını kullandıkları ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca çoğu öğrencinin istenen kavramın tanımını yapamaması bile örnek vermeleri istendiğinde örneğini yazabildikleri görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilerin kavram tanımlarına ilişkin yetersizliklerinin olduğu görülmektedir. Halbuki bir kavramın anlaşılabilmesi için öncelikle kavramın tanımının bilinmesi gereklidir. Öğrencilerin kavram imajlarında oluşan eksikliklere ya da hatalara, öğrenilen konuların kavramsal olarak öğrenilmemesi sebep olabilmektedir. Bu bağlamda öğretmenlerin işlemsel bir öğretim yerine kavramsal öğretimi temel almaları öğrencilerin kavram imajlarının geliştirilmesi açısından etkili olacaktır. Ayrıca öğretmenlerin ders süreçlerini kavram öğretimi odaklı hazırlamaları ve kavramların tanımlarına daha fazla önem vererek öğrencilerde doğru imaj geliştirmeye çalışmaları bu araştırmanın bir önerisidir.

Kaynakça

- ACT. (2006). *Ready For College and Ready For Work: Same or Different*. IOWA City.
- Akkan, Y., & Baki, A. (2016). Doğal Sayı Sistemindeki Özellikleri Genelleme Yoluyla Görünür Kılma Bağlamında Ortaokul Öğrencilerinin Cebire Geçişlerinin İncelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(2), 198-230.
- Akkaya, R., & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31), 1-12.

- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2020). *Temel Matematik Kavramların Künyesi*. Ankara: Palme Yayınevi.
- Aypay, A. (2020). Verilerin Analizi ve Yorumlanması. *Araştırma Yöntemleri Desen ve Analiz*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Bingölbalı, E. (2016). Kavram Tanımı ve Kavram İmajı. *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 136-148). Ankara: Pegem Akademi.
- Creswell, J. (2021). Karma Yöntem Araştırmaların Temel Özellikleri. *Karma Yöntem Araştırmalarına Giriş* (s. 1-9). Ankara: Pegem Akademi (3.Baskı).
- Çavuş Erdem, Z., (2013). *Öğrencilerin Denklem Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Bu Hata ve Yanılgıların Nedenleri ve Giderilmesine İlişkin Öğretmen Görüşleri* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 334699).
- Dede, Y., & Argün, Z. (2004). Matematiksel düşüncenin başlangıç noktası: Matematiksel kavramlar. *Educational Administration in Theory & Practice*, 39(39), 338-355.
- Dede, Y., & Demir, S. (2020). Karma Yöntem Araştırmalarının Doğası. Y. Dede, & S. Demir içinde, *Karma Yöntem Araştırmaları Tasarımı ve Yürütülmesi* (s. 1-21). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Ersoy, Y., & Erbaş, A. (2003). Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencinin Genel Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 8-35.
- Güler, G. (2013). *Matematik öğretmeni adaylarının cebir öğrenme alanındaki ispat süreçlerinin incelenmesi* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 331712).
- Küçük, A., & Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. Sınıflarda Matematik Öğretiminde Karşılaşılan Bazı Kavram Yanılgıları Üzerine Bir Çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 7-112.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. D. Grouws (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan Publishing Company.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' Understanding of Algebraic Notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 1-19.
- Macit, E. (2019). İlköğretim Matematik Öğretmenliği Öğrencilerinin Rasyonel Sayı ve Kesir Kavram İmajları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 6(11), 50-62.
- Okşan, E. (2014). *İlköğretim 7. Sınıf Matemataik Öğretim Programında Zor Olarak Algılanan Konular ve Öğretmen, Öğrenci Görüşleri* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanı üzerinden erişildi (Tez No: 395544).
- Önmez, T. (2015). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Lineer Denklemleri Anlamaları Üzerine Nitel Bir Çalışma* (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanı üzerinden erişildi (Tez No: 425156).
- Özmen, H. (2017). Kavram Öğretimi. Z. Tatlı içinde, *Kavram Öğretiminde Web 2.0* (s. 2-12). Ankara: Pegem Akademi.
- Ryan, J., & Williams, J. (2007). Children's Mathmatics. *Learning From Errors and Misconceptions* (s. 4-15). New York: Open University Press.
- Sarımanoğlu, N. (2019). The Investigation of Middle School Students' Misconceptions about Algebraic Equations. *Studies in Educational Research and Development*, 3(1), 93-114.
- Sitrava, R. (2017). Matematik Öğretmeni Adaylarının Cebirsel İfadelere ve Denklemlere İlişkin Kavram İmajları. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 6(2), 49-268.

- Swadener, M., & Soedjadi, R. (1988). Values, Mathematics Education and the Task of Developing Publis' Personalities: An Indonesian Perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 93-208.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition In Mathematics With Particular Reference To Limits and Contiunity.
- Temizöz, Y. (2013). *İlköğretim ve Ortaöğretim Öğrencilerinin Matematiksel Problem Çözme Sürecinde Kavramlar ile İlgili Anlayışlarının ve Kavram-İşlem Kullanımlarının Rolü* (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 330240).
- Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. In *Advanced mathematical thinking*, Springer, Dordrecht, 65-81.
- Vinner, S. (1983). Concept Definition, Concept Image and the Notion of Function *International Journal Mathematics Education Science Technolog*, 12(2), 93-305.
- Van De Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2012). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği: Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim* (S.Durmuş, Çev. Ed.). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Willingham, D. (2010). Is it true that some people just can't do math? *American Educator*, 2009-2010, 4-19.
- Yetkin, E. (2003). Difficulties in Learning Elementary Mathematics. ERIC Clearinghouse for Scince Mathematics and Environmental Education.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). Nitel Araştırmada Geçrlik ve Güvenirlik. A. Yıldırım, & H. Şimşek içinde, *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (10. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). Nitel Araştırmada Örneklem. A. Yıldırım, & H. Şimşek içinde, *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (s. 113-126). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yaman, H., Toluk, Z., & Olkun, S. (2003). İlköğretim Öğrencileri Eşit İşaretini Nasıl Algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 142-151