Bayazit, İ., Koçyiğit, N. (2017). Üstün Zekâlı ve Normal Zekâlı Öğrencilerin Rutin Olmayan Problemler Konusundaki Başarılarının Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17* (3), 1172-1200.

Geliş Tarihi: 02/01/2017 Kabul Tarihi: 15/08/2017

ÜSTÜN ZEKÂLI VE NORMAL ZEKÂLI ÖĞRENCİLERİN RUTİN OLMAYAN PROBLEMLER KONUSUNDAKİ BAŞARILARININ KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ*

İbrahim BAYAZIT**
Nihat KOÇYİĞİT***

ÖZET
Bu çalışmada üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümündeki başarıları incelenmektedir. Örnek olay yönteminin kullanıldığı bu çalışma 72 ortaokul öğrencisinin (36 üstün zekâlı, 36 normal zekâlı) katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Yazılı sınav ve mülakatlardan elde edilen veriler içerik ve söylem analizi metotları kullanılarak analiz edilmiştir. Bulgular, rutin olmayan problemlerin çözümünde üstün zekâlı öğrencilerin akranlarına kıyasla çok daha esnek düşünebildiklerini, farklı yaklaşım ve özgün yöntemler kullandıklarını göstermektedir. Kullanılan stratejilerin çeşitliliği ve etkinliği noktasında da üstün zekâlı öğrencilerin daha başarılı oldukları görülmüştür. Üstün zekâlı öğrenciler liste yapma, şekil çizme, problemi basitleştirme, geriye doğru çalışma ve örüntü arama/bağıntı bulma stratejilerini başarılı bir şekilde kullanırken normal zekâlıların deneme-yanılma, işlem seçme ve denklem kurma türünden geçmişten aşina oldukları rutin stratejileri tercih ettikleri görülmüştür. Bu durum, içerdiği düşünce derinliği ve gerektirdiği zihinsel gayretler açısından problem çözme stratejileri arasında hiyerarşik bir yapının olduğuna işaret etmektedir.
Anahtar Kelimler: Üstün zekâlı öğrenciler, normal zekâlı öğrenciler, rutin olmayan problemler, problem çözme stratejileri.

A COMPARATIVE ANALYSIS OF GIFTED AND NON-GIFTED STUDENTS' ACHIEVEMENTS IN THE CONTETX OF NON-ROUTINE PROBLEMS

ABSTRACT
This study examines gifted and non-gifted elementary school students' achievements in solving non-routine problems. The research employed a qualitative case study method, and it was carried out with 72 participants (36 gifted and 36 non-gifted students). Data were obtained from written exam and semi-structured interviews, and they were analysed using content and discourse analysis methods. The results indicated that gifted students achieved much better than their counterparts. Non-gifted students were inclined to use routine strategies including trial and error, writing algebraic equations or arithmetic expressions. They preferred, to some extent, strategies of drawing a picture and making a list; yet, they manipulated them as part of the routine. In contrast, gifted students made use of cognitively demanding strategies such as working backwards and pattern searching. They utilised making a list, drawing a picture and simplifying a problem strategies as cognitive tools to find out relationships between the variables and to produce general rules for the solution of the problems. Our evidence suggest that there is a hierarchy between problem-solving strategies in terms of cognitive demands that they request.
Key Words: Gifted students, non-gifted students, non-routine problems, problem solving strategies.

**Bu çalışma Nihat KOÇYİĞİT'in yüksek lisans tezinden üretilmiştir.*
*** Erciyes Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, ibayazit@erciyes.edu.tr*
**** Hikmet Kozan Ortaokulu, Melikgazi, KAYSERİ, nihat_kocyigit@hotmail.com*

1.GİRİŞ

Problem çözme, zihinsel çaba gerektiren en önemli bilişsel etkinlikler sürecidir (Jonassen, 2000). Matematik öğretiminde, problem çözme sürecinde kullanılan mantık ve stratejilerden temel bir yaklaşım olarak yararlanılması önerilmektedir (NCTM, 1989). Uluslararası çalışmalar matematik ders programlarını ve sınıf içi öğretimleri problem çözme merkezli planlayıp uygulayan ülke öğrencilerinin matematik başarılarının diğer ülke öğrencilerine kıyasla daha üst seviyede olduğunu göstermektedir (Cai, 2003; Cai ve Nie, 2007; Clarke, Breed ve Fraser, 2004). Türkiye'de okutulan yeni matematik ders programı problem çözme sürecinin nasıl işletilmesi gerektiğine ilişkin öneriler getirmekte ve hedefler ortaya koymaktadır (Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB], 2013). Söz konusu kaynakta, problem çözmenin süreç eksenli bir aktivite olduğunun altı çizilmekte; elde edilen yanıtın doğruluğundan ziyade bu süreçte sergilenen düşünce ve yaklaşımların, kullanılan stratejilerin ve eldeki problemi matematikselleştirme sürecinin (model oluşturma, problemi cebirsel dille yeniden yazma, vs.) önemine vurgu yapılmaktadır. Özgün çözüm yolları ve uygun stratejiler geliştirip kullanabilmeleri öğrencilerin bu alanda edinmeleri gereken temel kazanımlar arasında sayılmaktadır.

Literatürde *problem* kavramının farklı şekillerde tanımlandığını görmekteyiz. Schoenfeld (1992) şaşırtıcı ve zor olan, yaratıcı düşünmeyi gerektiren durumları problem olarak nitelendirmektedir. Krulik ve Rudnick (1985) problemi, başlangıçta bilinen bir çözüm yolu olmayan nicel veya nitel yapıdaki sorunsallar olarak ifade etmektedir. Orton ve Wain'e (1994) göre problem bireyin ilgisini çeken, zihnini zorlayan ve çözüme ulaşmak için araştırma yapmasını gerektiren bir durumdur. Karşılaşılan bir durumun problem olabilmesi için bireyin mevcut bilgisiyle bu durumu anlamlandırmada zorlanması ve bilişsel dengesinin bozulması gerekir (Baki, 2006). Öte yandan, *problem çözme* bilişsel eylemlerin yürütüldüğü dinamik bir süreci ifade eder (Mayer, 1985). Polya'nın (1973) önerdiği dört aşamalı modele göre bu süreçte bireyler problemi anlamlandırırlar, çözüme ilişkin plan yaparlar, bu plan çerçevesinde yöntem ve stratejiler geliştirip uygularlar ve elde ettikleri çözümün doğruluğunu kontrol ederler. Cebirsel ifadeler, algoritmalar, şekil, şema ve grafikler aracılığıyla verilen problemi yeniden ifade edebilirler. Karşılaştıkları sorunsalı anlamlandırmak, yeniden yorumlamak ve çözüme kavuşturmak için matematiksel bilgilerini bir araç olarak kullanırlar ve etkin bir matematikselleştirme süreci yaşarlar (Freudenthal, 1991). Problem çözme sürecinin aşamaları arasında ileri-geri geçişler yapabilirler; her bir aşamada farklı strateji ve teknikler kullanarak bu süreci oldukça esnek ve çok yönlü bir şekilde işletebilirler (Bayazit ve Aksoy, 2008).

Matematiksel problemler *rutin (sıradan)* ve *rutin olmayan (sıra dışı)* problemler diye iki kategoride değerlendirilmektedir (Arslan ve Altun, 2007; Mahlios, 1988). Rutin problemler, bilinen kural, formül ve metotlarla çözülebilen sorulardır. Bu soruların temel amacı geçmişte öğrenilen bilgilerin pekiştirilmesine yöneliktir. Bilinenin dışında farklı metot ve yaklaşımların kullanımını gerektiren, ilk karşılaşıldığında bilişsel dengeyi bozan ve öğrencileri zihinsel olarak zorlayan sorular ise rutin olmayan problemler olarak kabul edilmektedir (Inoue, 2005). Rutin olmayan problemlerin çözümü, veriler arasındaki ilişkileri tespit edebilme, analiz ve sentez yapabilme, soyutlayıcı ve tümevarımcı düşünebilme ve sahip olunan bilgileri sıra dışı yollarla kullanabilme gibisinden beceriler gerektirir (Altun, 2005). Bu tür soruların çözümünde doğru yanıtın elde edilmesinden ziyade çözüm sürecinde sergilenen düşünce ve yaklaşımlar önem arz etmektedir (Mayer, Sims ve Tajika, 1995). Diğer bir ifadeyle sonucun ne olduğu değil nasıl elde edildiği; çözüme giderken takip edilen yaklaşım ve stratejiler, yapılan mantıksal tahminler, oluşturulan modeller ve üretilen çözümün özgünlüğü çok daha önemlidir. Rutin olmayan problemlerin çözümünde üst bilişin işe koşularak öz-takip ve öz-düzenlemelerin yapılması önem arz etmektedir (Hartman, 1998; Nancarrow, 2004). Problem durumundan kaynaklanan özgün koşulları karşılamak için bilginin uyarlanarak kullanılması, disiplin içi ve disiplinler arası bilgi transferlerinin yapılması da gerekebilir.

Literatürde yapılan tanımların büyük çoğunluğunda *üstün zekâ* kavramının problem çözme (burada sıra dışı problemler kastedilmektedir) yeteneğiyle neredeyse özdeşleştirildiği görülmektedir. Maker (2003) üstün zekâlı bireyin ayırt edici özelliğinin problem çözme gücü ve problem çözme sürecindeki esnek ve etkili yaklaşımları olduğunu belirtmektedir. Yaratıcı ve eleştirel düşünebilme, olasılıklı düşünebilme, bir problemi farklı yollardan çözebilme, öz-denetim ve öz-düzenleme yapabilme, tümevarımsal ve tümdengelimsel düşünebilme ve parça bütün ilişkisini kurabilme türünden zihinsel yetenekler üstün zekâlılığın göstergeleri olarak kabul edilmektedir (Jackson ve Klein, 1997; Marland, 1972; Renzulli, 1977; Silverman, 2002). Krutetskii'nin (1976) üstün zekâlı öğrencilerde gözlemlediği zihinsel yetenekler ise şunları içermektedir: matematiksel materyali şekillendirebilme, matematiksel materyali genelleştirebilme, zihinsel işlemleri geri çevirebilme, mantıksal ve esnek düşünebilme. Sharma (2013) üstün zekâlılığın göstergesi olarak literatürde kaydedilen özellikleri üç ana başlıkta özetlemektedir: i) Eski bilgileri yeni durumlara uyarlayabilme, ii) Problemin muhtevasını matematiksel dille ifade edebilme (modelleme yapabilme, vs.), iii) Problemlerin çözümünde birden çok yöntem ve strateji kullanabilme. Benito (1995) ise üstün zekâlılığın göstergesi olarak esnek, etkili ve hızlı düşünebilme yeteneğinin altını çizmektedir. Dikkat edilecek olursa araştırmacılar tarafından kaydedilen bu özellikler daha önce belirtmiş olduğumuz rutin olmayan problemlerin çözümü için gerekli olan bilişsel becerilerle neredeyse bire-bir eşleşmektedir. Örneğin, Krutetskii'nin (1976) ifade ettiği '*matematiksel materyali şekillendirebilme*' yeteneği rutin olmayan soruların çözümünde sıklıkla kullanılan *model oluşturma* (şekil, şema ve grafik çizme) stratejisiyle eşleşirken '*matematiksel materyali genelleştirme*' becerisinin *örüntü arama/bağıntı bulma* stratejisini de kapsadığı söylenebilir.

Öğrencilerin problem çözme konusundaki başarı durumlarını inceleyen çok sayıda çalışma yapılmıştır. Bu çalışmaların sonuçları rutin olmayan problemlerin çözümünde öğrencilerin ciddi zorluklar yaşadıklarını göstermektedir (Elia, Heuvel-Panhuizen ve Kolovou, 2009; Schoenfeld, 1992; Verschaffel, De Corte ve Vierstraete, 1999). Arslan ve Altun (2007) bu zorlukların iki alandaki eksiklikten kaynaklandığını belirtilmektedir. Birincisi, problemin çözümü için gerekli olan kavramlar, formüller ve bağıntıları anlama ve kullanmadaki yetersizlikleri içermektedir. İkincisi ise problem çözme sürecinde düşüncenin kullanımıyla alakalı olup farklı yaklaşım ve metotlarının geliştirilmesi, strateji seçimi ve kullanımı, üst bilişin işe koşularak çözüm sürecinin kontrollü bir şekilde yürütülmesinde yaşanan zorlukları içermektedir. Burada eldeki çalışmanın konusuyla ilişkili olması nedeniyle üstün zekâlı öğrencilerin problem çözme yeterliliklerini konu edinen araştırma sonuçlarının kısa bir özeti sunulacaktır.

Krutetskii'nin (1976) yapmış olduğu deneysel çalışmanın sonuçları, üstün zekâlı öğrencilerin problem hikâyesinde sunulan verileri tasnif etmede, eksik ve fazla bilgileri tespit etmede ve problemin çözümü için hangi bilgilerin öncelik ve önem arz ettiğini anlamada normal zekâlılara kıyasla daha isabetli kararlar verdiklerini göstermektedir.

Çözüm sürecinin gerektirdiği işlem basamaklarını kısaltmaları, kavram ve düşünceleri daha hızlı uygulayabilmeleri, tümevarımcı yaklaşımlar sergileyerek genellemeler yapabilmeleri ve kendilerini geçmişten bildikleri metotlara kısıtlamadan eldeki problem durumunun içeriğiyle anlamsal açıdan uyumlu özgün çözüm yolları ve stratejiler geliştirmeleri üstün zekâlı öğrencilerin sergiledikleri diğer önemli bilişsel özellikleri oluşturmaktadır.

Renzulli (1978) üstün zekâlı öğrencilerin özgün çözüm yolları ve stratejiler geliştirmede başarılı olduklarını belirtirken Benito (1995) bu öğrencilerin karmaşık soruların çözümünde üst bilişsel yeteneklerini işe koşarak süreci kontrollü bir şekilde yürüttüklerini, gerekli hallerde öz-düzenlemeler yaparak daha anlamlı sonuçlara ulaştıklarını rapor etmektedir. Pativisan'ın (2006) çalışması üstün zekâlı öğrencilerin geçmiş bilgilerini problem durumunun özgün koşullarını karşılayacak şekilde uyarlayarak kullanabildiklerini, yürüttükleri kural ve işlemsel süreçlerin mantığına vakıf olmaktan kaynaklanan bir özgüven içinde olduklarını göstermektedir. Aynı çalışmanın ortaya koyduğu bir diğer sonuç ise üstün zekâlı öğrencilerin standart metotların dışında farklı çözüm yolları ve stratejiler üretebildikleri hususudur. English (2007) üstün zekâlıların bir problemin çözümünde farklı stratejiler kullandıklarını rapor etmektedir. Bu yerli araştırmacılar tarafından da gözlemlenmiş bulunmaktadır. Örneğin, Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven (2012) tarafından 8. sınıf öğrencileri üzerinde yapılan çalışmanın sonuçları üstün zekâlıların, normal zekâlılara kıyasla şekil çizme, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme ve örüntü arama türünden farklı bakış açısı ve üst düzey düşünme becerisi gerektiren stratejileri daha sık ve başarılı bir şekilde kullandıklarını göstermektedir.

1.1. Araştırmanın Amacı

Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümündeki başarılarının ve bu süreçte kullandıkları stratejilerin karşılaştırmalı olarak incelenmesi eldeki çalışmanın temel amacını oluşturmaktadır. Bu amaç doğrultusunda çalışma kapsamında aşağıdaki araştırma problemlerine yanıt aranmıştır:

1- Rutin olmayan problemlerin çözümünde üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasında başarı farkı var mıdır?
2- Kullandıkları stratejilerin çeşitliliği bakımından üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasında fark var mıdır?
3- İçerdiği düşünce derinliği ve gerektirdiği zihinsel gayret açısından problem çözme stratejileri belli bir sınıflandırmaya tabi tutulabilir mi?

1.2. Araştırmanın Önemi

Uygarlığın gelişiminde öncü rol üstlenen üstün zekâlı bireylerin tespiti ve eğitimi oldukça önemlidir (Boran ve Aslaner, 2008). Sosyo-ekonomik açıdan gelişmiş ülkelerde üstün zekâlı öğrencilerin eğitimine 1960'lı yıllardan itibaren hız verilmiş iken Türkiye'de bu konu ancak 1990'lı yılların başlarında gündeme alınmıştır (Karabulut, 2010). Ülkemizde üstün zekâlı öğrenciler üzerinde yapılan çalışmaların sınırlı kaldığı, dolayısıyla eldeki çalışmanın bu bağlamda ulusal literatüre bir katkı sunduğu söylenebilir. Çalışma kapsamında üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerden elde edilen bulgular karşılaştırmalı olarak incelenmekte; üretilen çözümlerin özgünlüğü, strateji çeşitliliği, içerdiği düşünce derinliği itibariyle stratejiler arasında hiyerarşik bir ilişkinin var olup olmadığına ilişkin özgün saptamalarda bulunulmaktır. Bu açılardan da eldeki çalışmanın sonuçları bu alandaki mevcut bilgi birikimine katkı sağlayacaktır. Ayrıca, araştırma sonuçlarının Milli Eğitim Bakanlığına bağlı Bilim Sanat Merkezlerinde üstün zekâlı öğrencilere yaptırılan problem çözme etkinliklerinin içerik ve yöntemlerinin nasıl olması gerektiği konularında öğretmenlere ışık tutacağını söyleyebiliriz.

2. YÖNTEM

Problem çözme bilişsel bir süreç olup bireylerin bu süreci nasıl işleteceğini öngörmek mümkün değildir. Bu nedenle, eldeki çalışmada, araştırma konusunu kendi doğal ortamında ve katılımcıların perspektifinden anlamak, meseleyi derinlemesine incelemek, '*neden*', '*niçin*' ve '*nasıl*' sorularına yanıt oluşturabilecek nitelikte bilgi ve bulgulara ulaşabilmek için örnek olay (durum çalışması) metodu kullanılmıştır (Yin, 2003). Araştırmanın katılımcıları 36'sı üstün zekâlı ve 36'sı normal zekâlı olmak üzere toplam 72 öğrenciden oluşmaktadır. Verilerin toplandığı tarih itibariyle katılımcılar ortaokul 7. ve 8. sınıfta öğrenim görmekte idiler. Üstün zekâlı grup Kayseri'de Milli Eğitim Bakanlığına bağlı Bilim Sanat Merkezinde destek eğitimi alan öğrencilerden oluşmaktadır. Bu gruptakiler Rehberlik Araştırma Merkezindeki (RAM) uzmanlar tarafından uygulanan Wisc-R testi sonuçlarına göre ilgili kuruma kabul edildikleri için bu öğrencilere tekrardan bir zekâ testi uygulanmamıştır. Normal zekâlı öğrenciler ise uzman görüşleri doğrultusunda Kayseri'de oldukça başarılı olarak bilinen iki farklı okulda öğrenim gören ve matematik başarıları itibariyle ortalamanın üzerinde olan öğrenciler arasından seçilmiştir. Bu öğrencilerin geçmişte Wisc-R türü bir zekâ tanılama testine tabi tutulup tutulmadığına ilişkin araştırma kapsamında veri toplanmamıştır. Bu durum eldeki çalışmanın bir sınırlılığı olarak belirtilebilir.

2.1. Veri Toplama Araçları

Veriler toplam 10 adet rutin olmayan problem içeren yazılı sınav ve akabinde uygulanan yarı-yapılandırılmış mülakatlardan elde edilmiştir. Problemlerden üç tanesi literatürden alınmış; geri kalanlar ise araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir (Tablo 1). Bu çerçevede soruların deneme-yanılma ve denklem kurma türünden rutin diyebileceğimiz stratejilerin yanı sıra problemi basitleştirme ve örüntü arama/bağıntı bulma türünden üst düzey düşünce gerektiren stratejilerle çözülebilecek şekilde tasarlanmasına özen gösterilmiştir. Örneğin, sınavda kullanılan köstebek sorusu, problem hikâyesindeki veriler listelenerek veya şekle dökülerek (modellenerek) çözülebilir. Şekil çizme veya liste yapma stratejileriyle veriler organize edilebilir, bunlar arasındaki ilişkiler keşfedilip buradan genel bağıntılar üretilerek de çözüm yapılabilir. Problemi basitleştirerek çözüm yapmakta mümkündür – örneğin, 3 farklı çıkış için çözüm yöntemi geliştirilir; sonrasında ise bu yöntem uygulanarak 7 farklı çıkış içeren ana problemin çözümü yapılabilir.

Güvenirlik ve geçerliliğin tesisi için bir grup 8. sınıf öğrencisi üzerinde pilot çalışma yapılmış; ayrıca, problemlerin araştırmanın amaçlarıyla uygunluğu konusunda uzman görüşlerine başvurulmuştur. Her iki kaynaktan gelen dönütler dikkate alınarak sorular üzerinde dil ve içerik açılardan gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Ana çalışma kapsamında katılımcılara ilk olarak yazılı sınav uygulanmıştır. Sınavda öğrencilerden her bir soruyu farklı yollardan ve en az üç farklı strateji kullanarak çözmeleri istenmiştir. Bununla, öğrencilerin hangi stratejileri kullandıkları, önceliklerinin ne olduğu, özgün çözümler üretmedeki yeterlikleri gibisinden hususların tespiti amaçlanmıştır. Yazılı sınav iki oturumda gerçekleştirilmiş ve her bir oturum yaklaşık bir saatte tamamlanmıştır. İlk oturumda ilk 5 soru, ikinci oturumda ise son 5 sorudan oluşan kısım uygulanmıştır.

Tablo 1.
Araştırmada Kullanılan Problemler

Kısa Adı	Problem
Köstebek	Bir köstebek kendisine 7 farklı çıkışın olduğu bir yuva hazırlamıştır. Her bir çıkışı birbirine bağlayan diğerlerinden bağımsız sadece bir adet tünel bulunmaktadır. Buna göre köstebeğin kaç tünel kazdığını bulunuz.
Bilgi yarışması	Her 3 doğru cevap için fazladan bir soru hakkının kazanıldığı bir bilgi yarışmasında her soru 10 puan değerindedir. Yarışma sonunda bütün soruları doğru cevaplayan bir yarışmacı 400 puan aldığına göre bu yarışmacı ekstra kaç soru kazanmıştır bulunuz?
Bakteri	Bölünerek çoğalan bir bakteri bir ortamda 3 saatte bir bölünmektedir. Bölünme sonucu 2 bakteri oluşmaktadır. Oluşan 2 bakteride yine 3 saat sonra bölünebilmektedir. Bu şekilde 24 saat sonra ortamda kaç adet bakteri oluşacağını bulunuz.
Çiftlik	Bir çiftlikte sadece tavuk ve keçiler bulunmaktadır. Çiftlikteki hayvanların ayakları sayısı toplamı 96, kafaları sayısı toplamı ise 34 tür. Buna göre çiftlikte kaç tane keçi olduğunu bulunuz. (Fortunato, Hecht, Tittle ve Alvarez'den (1991) uyarlanmıştır).
Terazi	Bir manav meyvelerin ağırlığını ölçmek için iki kefeli terazi kullanmaktadır. Manavın elinde sadece 1 kg, 3 kg ve 5 kg'lık ağırlıklar vardır. Müşteri manavdan 2 kg meyve istediğinde manav kefelerden birine 1 kg'lık ağırlığı ve meyveyi diğer kefeye ise 3 kg'lık ağırlığı koymakta ve bu sayede ölçmektedir. Buna göre bu manav elindeki ağırlıkları kullanarak kaç farklı ağırlıkta meyve ölçebilir?
Bayram harçlığı	Bir baba farklı yaştaki 5 çocuğuna sırasıyla 5, 10, 15, 20 ve 25 TL harçlık vermiştir. Çocuklar da babalarına özenerek bir oyun oynamaya karar verirler. İlk olarak bir çocuğun elindeki paranın bir kısmını diğer kardeşlerine eşit olarak dağıtmasıyla oyun başlar. Her bir turda bir çocuk elindeki harçlığın bir kısmını tüm kardeşlerine eşit olarak dağıtmıştır. Buna göre çocuklar herkesin elinde eşit para olması için bu oyunu en az kaç tur oynamalıdır? (TÜBİTAK, 2011).
Temizlikçi	Dış yüzeyi camlarla kaplı bir binanın temizliği için binanın dış cephesine bir asansör sistemi kurulmuştur. 15 katlı binanın 3. katından işe başlayan temizlik işçisi asansörün bozulduğunu fark etmiştir. Temizlik işçisi yukarı çıkmak istediğinde asansör 2 kat çıkmakta, aşağı inmek istediğinde ise asansör 5 kat inmektedir. Eğer çıkılacak ya da inilecek kadar kat kalmamışsa asansör ilerlememektedir. Buna göre işçi hangi katları temizleyemez bulunuz.
Kitap	Ali her gün önceki günlerde okuduğu toplam sayfa sayısı kadar sayfa okuyarak bir kitabı 8 günde bitiriyor. Buna göre kitabın yarısını okuması kaç gün sürmüştür, bulunuz.
Dörtgen sayısı	Ali kibrit çöplerini birleştirerek şekildeki gibi bir dörtgen oluşturmuştur. Buna göre, bu şekilde kaç farklı dörtgen olduğunu bulunuz (Yazgan, 2007; s. 256).

Tablo 1. devamı

Kısa Adı	Problem
Arkeolog	Ünlü bir arkeolog olduğunuzu hayal edin. Bir kral mezarını incelerken mezar taşında kralla ilgili şu bilgiler olduğunu görüyorsunuz. Hayatının ilk 6 da 1 i çocukluğuydu. Çocukluğundan 19 yıl sonra evlendi. Evlendikten 5 yıl sonra oğlu doğdu. Oğlu onun yarısı kadar zaman yaşadı. Oğlundan 4 yıl sonra vefat etti. Buna göre kralın ne kadar yaşadığını bulabilir misiniz?

Yazılı sınavdan sonra üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenci gruplarının her birinden 5 öğrenci olmak üzere toplam 10 öğrenciyle yarı-yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler yazılı sınav kâğıtlarının ön analiz sonuçları dikkate alınarak seçilmiştir. Bu aşamada çözüm yollarının özgünlüğü, alternatif çözümler üretmedeki başarıları, kaç farklı strateji kullanabildikleri ve bu stratejilerin gerektirdiği düşünce düzeyleri gibisinden hususlar dikkate alınmıştır. Mülakatlarda yazılı sınavda kullanılan sorular öğrencilere teker teker yöneltilerek çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerden gelen yanıtlara göre yeni sorular yöneltilmiş ve konuşmanın akışı bu şekilde gelişmiştir. Klinik mülakat (Gingsburg, 1981) tekniğinin öngörüleri doğrultusunda *neden, niçin* ve *nasıl* içerikli sorular yöneltilerek öğrencilerin düşünce süreçlerine ulaşılmaya çalışılmıştır. Her bir öğrenciyle mülakat yaklaşık 60-80 dakika sürmüş ve görüşmeler ses kayıt cihazıyla kaydedilmiştir. Buna ilave olarak önemli noktalar mülakat esnasında veya sonrasında araştırmacı tarafından not edilmiştir.

2.2. Veri Analizi ve Kuramsal Çerçeve

Verilerin analizinde üstün zekâlı öğrencilerin matematik başarılarını inceleyen çalışmalardan (English, 2007; Jackson ve Klein, 1997; Marland, 1972; Renzulli, 1978) ve rutin olmayan problemler konusundaki araştırmalardan (Altun ve Arslan, 2006; Lesh ve Harel, 2003; Polya, 1973; Reusser ve Stebler, 1997; Verschaffel, Decorte ve Lasure, 1994) kuramsal çerçeve olarak yararlanılmıştır. Araştırmacılardan kaynaklanması muhtemel sınırlılıkların önüne geçmek için üye kontrolü metodu kullanılmış (Miles ve Huberman, 1994); üretilen kodlar ve kategoriler konunun uzmanı eğitimcilerle tartışılmıştır. Nitel çalışmalarda elde edilen sonuçların genellenebilirliği, dolayısıyla dış güvenirliğin sağlanması temel amaç değildir (Phillips ve Hardy, 2002). Ancak, eldeki çalışmanın dış güvenirlik ve geçerliğinin anlaşılması için ilgili kısımlarda veri toplama ve analiz süreçleri detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Ayrıca, iç geçerliği sağlamak için bulguların sunumu kısmında yazılı sınav ve mülakatlardan direk alıntılara sıkça yer verilmiş; yapılan yorumlar söz konusu alıntıların muhtevasıyla sınırlı tutularak genellemelerden kaçınılmıştır.

Verilerin analizinde içerik ve söylem analizi metotları kullanılmıştır (Miles ve Huberman, 1994; Phillips ve Hardy, 2002). Bu süreç kendi içinde çok yönlü ve katmanlı bir şekilde yürütülmüştür. Öncelikle yazılı sınav kâğıtlarındaki öğrencilerin her bir soru için üretmiş oldukları cevaplar tekraren ve detaylı bir şekilde incelenmiştir. Yapılan çözümün doğruluğu, kullanılan stratejiler, bunlar arasındaki geçişler ve araştırma problemlerinde vurgulanan hususlara ilişkin kısa notlar alınmıştır. Bu işlem yazılı sınav kâğıtları üzerinde birkaç kez tekrar edilmiş ve neticede tespit edilen mana birimleri kısa kodlarla ifade edilmiştir. Problem çözme dinamik ve karmaşık bir süreç olduğu için önceden geliştirilmiş kodlar kullanılmamıştır. Kodlar, yapılan çözümler, bu süreçte sergilenen düşünceler ve kullanılan stratejilerin doğallığını yansıtacak şekilde ortamdan üretilmiştir. Sürecin ileriki aşamalarında ise kodlar arasındaki anlamsal ilişkiler incelenmiş, ana tema olarak yakın olanlar birlikte değerlendirilerek genel kategoriler altında toplanmıştır. Bu kategoriler daha çok çözüm sürecinde kullanılan stratejilerin adlarıyla isimlendirilmiştir; en genel manada da yapılan çözümün doğruluğu gözetilerek '*başarılı*', '*hatalı ve eksik çözüm*' ve '*çözüm yok*' başlıkları altında toplanmıştır. Yazılı sınav kâğıtlarının analizinden üretilen kategoriler nümerik değerlerle eşleştirilerek (Örneğin, *Deneme yanılma stratejisi (DEN-YAN:* ***1)***; *Örüntü arama/Bağıntı bulma stratejisi (ÖRÜN-BAĞ:* ***7***) SPSS programına aktarılmış ve bulgulara ilişkin frekans ve yüzde hesaplamaları yapılmıştır. Bu yöntemle, veri kaybının ve muhtemel hataların önüne geçilerek daha nesnel sonuçlara ulaşılması hedeflenmiştir.

Mülakat verilerinin analizinde, yazılı sınav kâğıtlarının analizinde kullanılan yöntem ve yaklaşımlar takip edilmiştir. Ses kayıt cihazlarına depolanmış olan veriler çözümlenerek analiz işlemleri elde edilen yazılı dokümanlar üzerinden yürütülmüştür. Bu süreçte öğrencilerin mülakat esnasında verdikleri yazılı açıklamalar ile araştırmacının tutmuş olduğu notlardan da yararlanılmıştır. Öğrencilerin her bir sorunun çözümünde sergiledikleri yaklaşım ve düşüncelerin kısa özeti çıkarılmış; çözümün özgünlüğü, kullanılan stratejiler ve bunlar arasındaki geçişlere ilişkin saptamalarda bulunulmuştur. Bu süreç birkaç kez tekrarlandıktan sonra bu özetler kısa kodlarla ifade edilmiştir. Yazılı sınavda olduğu gibi eldeki verilerin doğallığını ve muhtevasını yansıtacak şekilde kodlar ortamdan üretilmiştir. İleriki aşamalarda ise anlamsal açıdan benzer olan kodlar bir arada değerlendirilerek genel kategoriler altında toplanmıştır. Ortaya çıkan ihtilaflar ise alanda uzman eğitimcilerin görüşlerine başvurularak araştırmacılar arasında mutabakatla çözümlenmiştir.

3. BULGULAR

Bulgular, rutin olmayan problemlerin çözümünde üstün zekâlı öğrencilerin normal zekâlılara kıyasla çok daha başarılı olduklarını göstermektedir. Üstün zekâlı öğrencilerin özgün çözümler ürettikleri, farklı stratejiler kullandıkları, çözüm sürecini sistemli olarak yürüttükleri ve anlaşılır bir şekilde izah ettikleri görülmüştür. Sonuçlar üstün zekâlı öğrencilerin sistematik liste yapma ve şekil çizme stratejilerinden veriler arasındaki ilişkileri tespit etme ve buradan genellemelere ulaşma amacıyla yararlandıklarını göstermektedir. Geriye doğru çalışma ve problemi basitleştirme stratejilerini de yaygın olarak kullanmışlardır. Üstün zekâlıların örüntü arama/bağıntı bulma stratejilerini daha etkili kullandıkları, bu sayede soyutlama ve genellemeler yaparak problemlerin çözümü için genel kurallar elde ettikleri görülmektedir. Normal zekâlı öğrenciler ise ağırlıklı olarak işlem seçme, denklem kurma ve deneme-yanılma türünden geçmişten bildikleri ve daha az zihinsel çaba gerektiren stratejiler kullanmışlardır. Liste yapma ve şekil çizme stratejilerini işlemsel bir süreci yürütür gibi rutinin bir parçası olarak kullandıkları görülmüştür.

Çalışmada kullanılan tüm problemler için üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin problem çözme başarıları ve strateji kullanma yeterlikleri arasındaki farkın benzer olduğu görülmüştür. Bu nedenle, bu kısımda sadece beş soruya ilişkin bulgular paylaşılmıştır. Sonuçların anlaşılmasını kolaylaştırmak maksadıyla her bir problem durumuna ilişkin yazılı sınav ve mülakat bulguları harmanlanarak sunulmuştur. İlk olarak, kombinasyon düşüncesinin farklı stratejiler üzerinden uygulanmasına imkan tanıyan köstebek sorusunun ürettiği sonuçlara baktığımızda üstün zekâlı öğrencilerin %75'inin, normal zekâlıların ise %41'inin bu soruyu doğru yanıtladığını görmekteyiz. Geri kalanlar ise eksik ve hatalı çözümler yapmıştır. Analiz sonuçları gruplar arasındaki başarı farkının strateji kullanımındaki yeterlikleriyle yakından alakalı olduğunu işaret etmektedir.

Tablo 2.
Köstebek Sorusunun Çözümünde Kullanılan Stratejilerin Gruplara Göre Dağılımı

Strateji Adı	Üstün Zekâlı (n)	Normal Zekâlı (n)
İşlem seçme	7	16
Deneme-yanılma	---	2
Şekil çizme	28	29
Sistematik liste	11	---
Örüntü arama/Bağıntı bulma	16	4
Problemi basitleştirme	18	---
Akıl yürütme	1	---

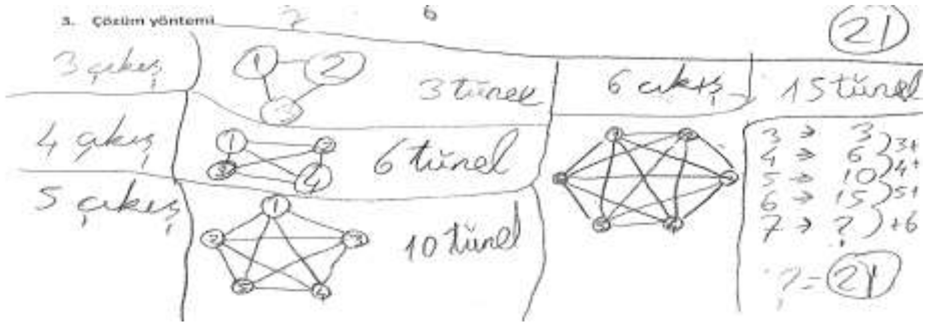
Tabloda-2'de görüldüğü üzere üstün zekâlı öğrenciler 6, normal zekâlılar ise 4 farklı strateji kullanarak çözümler yapmıştır. Gruplar arasındaki asıl farkın strateji tercihinde ortaya çıktığı görülmektedir. Normal zekâlıların 18 tanesi işlem seçme ve deneme-yanılma stratejisini kullanırken üstün zekâlıların 7 tanesi bu stratejileri tercih etmiştir. Çok daha dikkat çekeni ise üstün zekâlı öğrenciler toplam 35 çözümde örüntü arama/bağıntı bulma, problemi basitleştirme ve akıl yürütme stratejilerini kullanırken normal zekâlı öğrenciler sadece 4 çözümde bu stratejilerden yararlanmıştır. Üstün zekâlılardan 11 öğrenci verileri organize etme, aralarındaki ilişkileri keşfetme ve buradan genel bir kural üretmek için liste yapma stratejisinden yararlanırken normal zekâlıların bu stratejiyi tercih etmedikleri görülmektedir.

Öğrenci mülakatları, yazılı sınav sonuçlarını destekler bulgular ortaya koymuştur (Tablo 3). Yapılan analizlerde üstün zekâlı öğrencilerin liste yapma, şekil çizme ve problemi basitleştirme stratejilerini veriler arasındaki ilişkileri inceleme (örüntü arama) ve buradan genel bağıntılara ulaşma amacıyla kullandıkları açıkça görülmüştür. Buna ilişkin örnek bir çözüm Şekil-1'de sunulmuştur.

Tablo 3.
Köstebek Sorusuna İlişkin Mülakat Bulgularının Özeti

	Adı	1. Çözüm	2. Çözüm	3. Çözüm
Üstün Zekâlı	Ahmet[1]	Sis-Lis/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Ayşe	Şek-Çiz/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Melike	Şek-Çiz/Başarılı	İş-Seç / Başarılı	---
	Mustafa	Sis-Lis/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Yusuf	Sis-Lis/Başarılı	İş-Seç/Başarılı	Ben-Pro/Başarılı
Normal Zekâlı	Ali	Şek-Çiz/Başarılı	---	---
	Beyza	Şek-Çiz/Başarılı	İş-Seç / Başarılı	---
	Gül	---	---	---
	Ece	İş-Seç / Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	---
	Hasan	Sis-Lis/Başarısız	İş-Seç/Başarısız	---

Kısaltmalar: Sis-Lis: Sistematik liste yapma; **Şek-Çiz:** Şekil çizme; **Pro-Bas:** Problemi basitleştirme; **Ben-Pro:** Benzer problem çözme; **İş-Seç:** İşlem seçme; **---:** Yanıt yok.



Şekil 1. Ahmet'in Köstebek Sorusuna İlişkin Ürettiği Yazılı Cevap

Yapılan çözümden anlaşıldığı üzere Ahmet problemi basitleştirirken – yani daha küçük sayılar için problemi çözerken – aynı zamanda tünel çıkışları arasındaki bağlantıları modellemektedir. Sağ tarafta ise çıkış sayılarını ve bunları birbirine bağlayan tünel sayılarını iki sütun halinde yazmakta, bu sayı dizileri arasındaki ilişkiyi keşfetmekte ve buradan genelleme yaparak sonuca ulaşmaktadır. Aşağıdaki diyalogda bu husus öğrencinin kendisi tarafında ifade edilmektedir:

Diyalog 1:
Araştırmacı: Burada ne yaptığını bana anlatır mısın?
Ahmet: …Şekilleri kullandım; ama nasıl desem bağıntıyı bulmaya çalıştım. Mesela, eğer 3 çıkış olsaydı kaç tünel olurdu? Dört çıkış olsaydı kaç tünel olurdu? Beş çıkış olsaydı kaç tünel olurdu? Şeklinde örüntü bulup o şekilde yapıyorum…
Araştırmacı: Deneme yoluyla mı çözmeye çalışıyorsun?
Ahmet: … Değil aslında; ben burada rastgele sayılar denemiyorum ki… Ben burada 3 çıkış için, 4 çıkış için…tünel sayılarını ve bunların nasıl arttığını bulmaya çalışıyorum… [sessizlik]…
Araştırmacı: Tamam, devam edelim.

1 *Bilimsel etik gereği öğrencilerin asıl isimleri yerine kod adları kullanılmıştır.*

Ahmet: … Mesela, işte 3 çıkış olsaydı 3 tünel oluyor; 4 çıkış olsaydı 6 tünel oluyor; 5 çıkış olsaydı 10 tünel oluyor. Bunlarda [tünel sayıları] +3, +4, +5 şeklinde artıyor; 6 çıkışta 15 tünel olduğu için 7 çıkışta da 21 tünel olacak; çünkü 15 in üzerine 6 ekleyeceğim… Ya da, işte 1 den 6'ya kadar sayıları topladığımda 7 çıkış için tünel sayısını buluyorum… Bu da işte 6 çarpı 7 bölü 2'dir [(6·7)/2]…

Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arasındaki temel ayrışmanın örüntü arama/bağıntı bulmada ortaya çıktığını göstermek için Ali isimli normal zekâlı öğrenciyle yapılan mülakattan bir alıntı aşağıda sunulmuştur. Ali Köstebek sorusunu şekil çizme stratejisini kullanarak doğru çözmüş; ancak daha büyük sayılar için aynı soruyu çözmesi istendiğinde denklem kurarak çözüm yapabileceğini ifade etmiştir.

Diyalog 2:

Araştırmacı: Burada 7 çıkış dediği için şekil çizmek kolay oluyor; peki 70 çıkış deseydi nasıl çözerdin bu problemi?

Ali: Denklem yazardım; yani büyük şeyleri bulmak için denklem yazarım…

Araştırmacı: Nasıl bir denklem yazarsın mesela 70 çıkış için?

Ali: [Biraz düşündükten sonra] Her bir yuvadan çıkan, mesela 1. yuvadan çıkan tünel sayısı *x* olsa ondan sonra ikinci yuvadan çıkan tüneli bulurum '*x* eksi şu' derim; sonra diğerlerini toplarım…

Araştırmacı: İkinci yuvadan çıkan tünel sayısı '*x eksi kaç olur*'?

Ali: …[Sessizlik]…

Araştırmacı: Sen 70 çıkış olduğunda birinci çıkışı diğerlerine bağlayan kaç tünel çıktığını bilmiyor musun ki '*x*' gibi bir bilinmeyene ihtiyaç duyuyorsun?

Ali: …[Sessizlik]… Bunun bir denkleminin ya da formülünün olması lazım ama…

Araştırmacı: Bu formülü sen bulabilir misin?

Ali: Düşünmem lazım, ama… Hani biz çoğu kez problemleri çözerken denklemler yazıyoruz ya; onun gibi denklem yazarız diye düşünmüştüm…

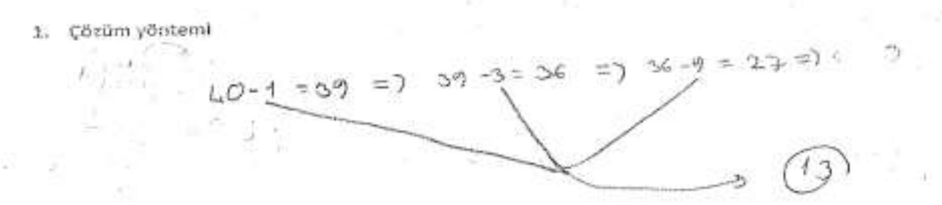
Konuşmanın bütününden 'denklem yazma' önerisiyle Ali'nin veriler arası ilişkileri inceleyerek buradan bir bağıntı bulmayı kastetmediği; bilinmeyen yerine *x* değişkeninin kullanıldığı eşitlik halinde cebirsel bir ifade yazmayı hedeflediği anlaşılmaktadır.

Çalışmada kullanılan *bilgi yarışması problemi,* deneme-yanılma, denklem kurma, geriye doğru çalışma, örüntü arama/bağıntı bulma türünden farklı stratejilerin kullanımına imkân tanımaktadır. Ancak, bu sorunun çözümünde dikkat edilmesi gereken nokta her üç doğru çözüme karşın ilave bir sorunun kazanıldığı ve kazanılan bu sorularında sürece dâhil edilerek çözüme devam edilmesi hususudur. Üstün zekâlı öğrencilerin %67'si (n=24) normal zekâlıların ise %13'ü (n=5) soruyu doğru yanıtlamıştır. Analiz sonuçları bu soruya ilişkin başarısızlığın temel sebebinin problemin özgün koşullarını dikkate almadan orantısal akıl yürütmenin direk olarak uygulanmasından kaynaklandığını göstermektedir. Strateji kullanımı konusunda da öğrenci gruplarının ciddi manada ayrıştığı görülmüştür. Normal zekâlılar toplamda 4 farklı strateji kullanırken üstün zekâlıların muhtemel tüm stratejileri kullandıkları görülmektedir (Tablo 4). Bir diğer önemli bulgu da geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme ve örüntü arama/bağıntı bulma türünden üst düzey bilişsel beceriler gerektiren stratejilerin yalnızca üstün zekâlılar tarafından kullanılmış olmasıdır.

Tablo 4.
Bilgi Yarışması Sorusunun Çözümünde Kullanılan Stratejilerin Gruplara Göre Dağılımı

Strateji Adı	Üstün Zekâlı (n)	Normal Zekâlı (n)
İşlem seçme	10	27
Denklem kurma	10	3
Deneme-yanılma	9	8
Şekil çizme	16	10
Sistematik liste	1	0
Geriye doğru çalışma	5	0
Örüntü arama/Bağıntı bulma	7	0
Problemi basitleştirme	5	0
Akıl yürütme	1	0

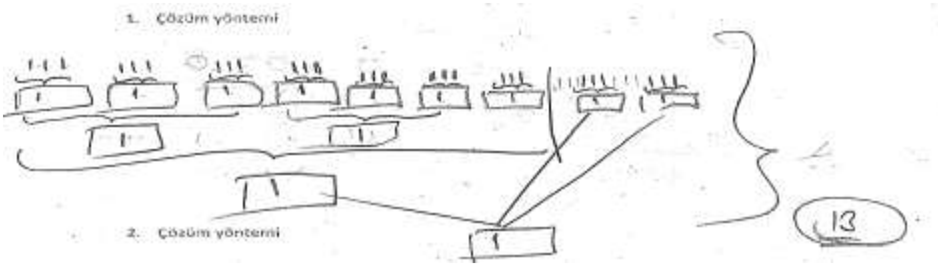
Bu problemin çözümünde geriye doğru çalışma stratejisiyle hızlı ve hatasız bir şekilde sonuca ulaşmak mümkündür. Aşağıda buna ilişkin yazılı sınav kâğıtlarından bir alıntı sunulmuştur. Bu çözümde, sondan başa doğru çözümlenerek uygulanan mantıksal süreç şu şekilde işlemektedir. Eldeki toplam 40 sorudan 1 tanesi kazanılmıştır; bu bir soru ise daha önceki aşamalarda kazanılmış olan 3 sorunun çözümüyle elde edilmiştir; bu nedenle 39'dan 3 çıkarılmıştır. Bu 3 soruda geri kalan 36 soru içerisinde bulunan ve daha önceleri kazanılmış olan 9 sorunun çözümüyle elde edilmiştir; onun için 36'dan 9 çıkarılmıştır. Yarışmada normalde kullanılan 27 soru ve süreç içerisinde doğru çözümlerle kazanılan 13 soru olmak üzere toplam 40 soru çözülmüştür.



Şekil 2. Bilgi Yarışması Probleminin Çözümünde Geriye Doğru Çalışma Stratejisinin Kullanıldığı Örnek Bir Yanıt (ÜZÖ-32[2])

Mülakat sonuçlarına göre (Tablo 5) normal zekâlılar işlem seçme ve denklem kurma stratejilerine yoğunlaşırken üstün zekâlıların geriye doğru çalışma stratejisinin yanı sıra denklem kurma, şekil çizme ve problemi basitleştirme stratejilerini de başarılı bir şekilde kullandıkları görülmektedir. Çizdikleri şekiller yardımıyla veriler arası ilişkileri analiz ettikleri ve buradan hareketle daha anlamlı çözümler yaptıkları görülmüştür. Şekil-3'te Mustafa'nın sayı dizisini kutucuklar yardımıyla üçerli gruplar halinde modellediği, her bir gruptaki soruların çözümünden gelen ilave soruları da aynı şekilde modelleyerek çözüm yaptığı görülmektedir.

2 ÜZÖ-32: Yazılı sınavdaki 32 numaralı üstün zekalı öğrenciyi; NZÖ-X: Yazılı sınavda X numaralı normal zekâlı öğrenciyi temsil etmektedir.



Şekil 3. Mustafa'nın Bilgi Yarışması Problemi İçin Ürettiği Yazılı Cevap

Tablo 5.
Bilgi Yarışması Problemine İlişkin Mülakat Bulgularının Özeti

	Adı	1. Çözüm	2. Çözüm	3. Çözüm
Üstün Zekâlı	Ahmet	Sis-Lis/ Başarılı	Den-Kur/Başarılı	---
	Ayşe	Şek-Çiz/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı	---
	Melike	Şek-Çiz/Başarılı	Den-Yan/Başarısız	---
	Mustafa	Şek-Çiz/Başarılı	Ger-Çal/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Yusuf	Den-Yan/Başarılı	Den-Kur/Başarılı	---
Normal Zekâlı	Ali	İş-Seç/Başarısız	---	---
	Beyza	Şek-Çiz/Başarılı	---	---
	Gül	İş-Seç/Başarısız	---	---
	Ece	Den-Kur/Başarısız	---	---
	Hasan	Den-Yan/Başarılı	---	---

Kısaltmalar: Sis-Lis: Sistematik liste yapma, **Şek-Çiz:** Şekil çizme, **Pro-Bas:** Problemi basitleştirme, **Ger-Çal:** Geriye doğru çalışma, **Den-Yan:** Deneme-yanılma, **İş-Seç:** İşlem seçme, **Den-Kur:** Denklem kurma, **--:** Yanıt yok.

Normal zekâlılar grubundan Ece ise denklem kurma stratejisini kullanarak problemi aşağıdaki şekilde çözmüş; akabinde ise Diyalog-3'teki açıklamayı yapmıştır:

Şekil 4. Ece'nin Bilgi Yarışması Problemine İlişkin Ürettiği Yanlış Bir Çözüm

Diyalog 3:

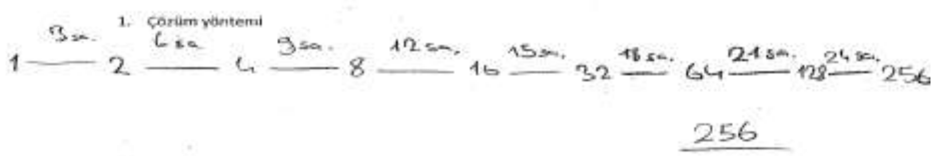
Araştırmacı: Problemi denklem kurarak çözmeyi tercih ettin. Bunu neden ve nasıl yaptığını anlatır mısın?

Ece: Denklem kurmayı tercih ettim… Bu soruda pek şekil deneyebileceğimi sanmıyorum…3x+x olur. Yani her 3 soru artı 1 soru olur ve 3x+x=4x=40 olur. Çünkü 400 puan kazanmış. Soru sayısını bulmak için 10 puana böldüm. Çünkü her soru 10 puan değerinde 4x=40 oldu; x=10 oldu. Zaten x ekstra soru sayısını

> belirtiyordu. Zaten çözdüğü soru sayısı 3x birde x soru kazanıyor; yani ekstradan 10 soru kazanmış olur.

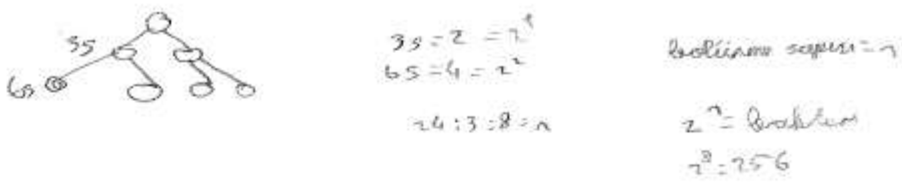
Diyalogdan öğrencinin orantısal akıl yürütmeyi düz bir yaklaşımla ve denklem kurma stratejisi üzerinden uyguladığı ve bu nedenle yanlış çözüm yaptığı anlaşılmaktadır.

Gruplar arasında başarı farkının yanı sıra strateji kullanımı noktasında da ciddi bir ayrışmanın olduğunu ortaya çıkaran bir diğer soruda bakteri problemidir. Bu soruyu üstün zekâlıların %86'sı, normal zekâlıların ise %53'ü doğru yanıtlamıştır. Normal zekâlılar daha çok deneme yanılma (n=17), liste yapma (n=9) ve şekil çizme (n=12) stratejilerini tercih ederken üstün zekâlıların yarıdan fazlasının (n=21) soyutlama ve genelleme gerektiren örüntü arama/bağıntı bulma stratejisini başarıyla kullandığı görülmüştür. Aşağıda yazılı sınavdan iki adet örnek çözüm sunulmuştur. İlkinde sürecin adım adım işletildiği, her üç saatte bir bakteri sayısı ikiye katlanarak çözüme ulaşıldığı görülmektedir. Bir manada öğrencinin verileri yatayına listeleyerek ve işlem yaparak sonuca ulaştığı anlaşılmaktadır.



Şekil 5. Bakteri Problemi İçin Normal Zekâlı Bir Öğrenci Tarafından İşlem Seçme ve Liste Yapma Stratejileri Kullanılarak Yapılmış Bir Çözüm (NZÖ-19)

İkincisinde ise öğrencinin model oluşturduğu; buradan hareketle bakteri artışına ilişkin bir çıkarımda bulunduğu ve bağıntı elde ettiği görülmektedir. Bu örnekte olduğu gibi yazılı sınav ve mülakat bulguları, üstün zekâlıların şekil çizme ve liste yapma stratejilerini problem hikâyesindeki verileri organize ederek aralarındaki ilişkiyi keşfetmek ve buradan genel bağıntı ve kurallar bulmak için yardımcı bir unsur olarak kullandıklarını göstermektedir.



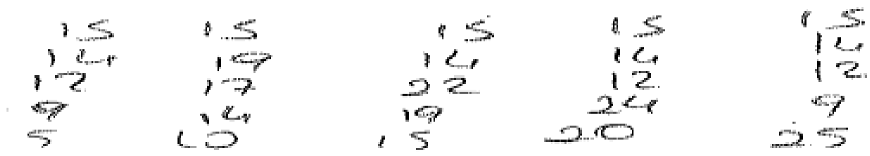
Şekil 6. Bakteri Probleminin Çözümünde Bağıntı Bulma Stratejisinin Kullanımına İlişkin Örnek Bir Yanıt (ÜZÖ-23)

Bayram harçlığı sorusunda 5 farklı değerde para bulunmaktadır; her turda bu miktarların birbirleriyle bağlantılı olarak değişmesi ise sorunun zorluk derecesini artırmaktadır. Sorunun çözümünde kullanılabilecek hazır bir kural yoktur; işlem seçme ve denklem kurma türü rutin stratejilerle sonuca ulaşmakta mümkün değildir. Yazılı sınav sonuçları grupların başarısında bir düşüş olsa da aralarındaki farkın devam ettiğini göstermektedir. Üstün zekâlıların %50'si (n=18) ve normal zekâlıların %11'i (n=4) soruyu doğru yanıtlamıştır. Üstün zekâlı öğrenciler yaptığı çözümlerde 6 farklı strateji kullanırken normal zekâlılar 2 farklı strateji kullanmıştır.

Tablo 6.
Bayram Harçlığı Probleminin Çözümünde Kullanılan Stratejilerin Gruplara Göre Dağılımı

Strateji Adı	Üstün Zekâlı	Normal Zekâlı
Deneme-yanılma	3	5
Sistematik liste	12	4
Geriye doğru çalışma	9	0
Örüntü arama/Bağıntı bulma	4	0
Problemi basitleştirme	4	0
Akıl yürütme	14	0

Aşağıdaki çözümde öğrencinin geriye doğru çalışma stratejisini kullandığı (başlangıçta verilen miktarları en alt satıra yerleştirmiş; miktarları eşitlemek için yukarıya doğru aşama aşama ilerlemiş); bu süreci sağlıklı bir şekilde yürütebilmek için ise liste yapma stratejisinden yardımcı bir unsur olarak yararlandığı görülmektedir.



Şekil 7. Bayram Harçlığı Probleminin Çözümünde Liste Yapma ve Geriye Doğru Çalışma Stratejilerinin Kullanımına İlişkin Örnek Bir Yanıt (ÜZÖ-34)

Aşağıdaki çözümde ise öğrencinin küçük sayılar kullanarak (her ne kadar rakamların seçiminde hata yapsa da) veriler arası ilişkileri incelediği ve sorunun çözümünde kullanabileceği bir kural keşfetmeye çalıştığı görülmektedir. Burada altını çizmek istediğimiz husus öğrencinin, problemi basitleştirme stratejisini, veriler arasındaki örüntüyü anlamak ve buradan da genel bir bağıntıya ulaşılmak için kullanmış olduğu gerçeğidir.

Şekil 8. Bayram Harçlığı Probleminin Çözümünde Problemi Basitleştirme ve Örüntü/Bağıntı Arama Stratejilerinin Kullanımına İlişkin Örnek Bir Yanıt (ÜZÖ-2)

Yapılan mülakatlarda normal zekâlı öğrenciler birer strateji kullanabilmiş (2 öğrenci deneme-yanılma, 2 öğrenci liste yapma, 1 öğrenci işlem seçme) ve bu beş öğrenciden de sadece bir tanesi doğru çözümü elde edebilmiştir. Üstün zekâlı öğrencilerden bir tanesi tek bir strateji kullanmış (liste yapma) ve başarısız olmuştur. Geri kalanlardan iki tanesi 2 farklı strateji ve iki tanesi de 3 farklı strateji kullanarak doğru çözümler üretmiştir. Kullandıkları stratejiler işlem seçme, liste yapma, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme ve akıl yürütme şeklinde çeşitlenmiştir. Yusuf isimli üstün zekâlı öğrenci liste yapma ve geriye doğru çalışma stratejilerini kullanarak soruyu çözdükten sonra üçüncü bir yol olarak Şekil-9'daki yanıtı vermiştir.

Diyalog 4:

Araştırmacı: Bana bu çözüme nasıl ulaştığını anlatır mısın?

Yusuf: Burada mantıklı düşünmeye çalıştım. Şimdi herkesin parası farklı olunca daha az turda eşitlemek istersek parası çok olan verir. Diğer 4 kardeşin bir tanesi ile dağıtanın parası eşit olur bir turda. Her turda eşitlenen kişi bir artar. Bu yüzden en az dört tur sürüyor…

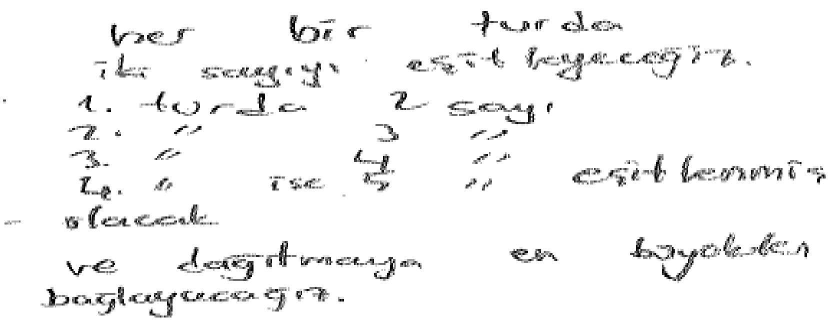
Araştırmacı: Peki bu ilişkiyi soruyu okur okumaz mı gördün yoksa düşünmen gerekti mi?

Yusuf: Biraz düşündüm sonra diğer [önceki] çözümlerimi [liste yapma ve geriye doğru çalışma stratejileriyle yapılan çözümler] inceleyince bunu gördüm.

……………………..

Araştırmacı: Bu üç çözüm yöntemi birbiriyle ilişkili mi demek istiyorsun?

Yusuf: Evet... Bir çözüm yapınca oradan başka şeyler geliyor insanın aklına…



Şekil 9. Yusuf'un Bayram Harçlığı Problemine Verdiği Yanıt

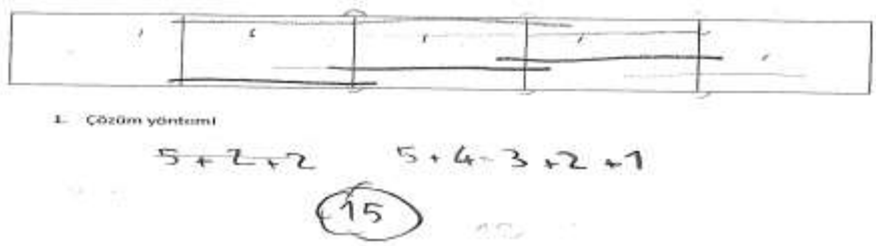
Yusuf liste yapma ve geriye doğru çalışma stratejileriyle yaptığı çözümler üzerinde düşünerek akıl yürütme olarak adlandırdığımız zihinsel bir stratejiye ulaştığını belirtmektedir. Bu husus stratejiler arasında bir hiyerarşinin olduğuna, liste yapma ve şekil çizme stratejilerinin üst düzey zihinsel beceriler gerektiren geriye doğru çalışma ve örüntü arama/bağıntı bulma stratejileri için yardımcı bir unsur olarak kullanılabileceğine işaret etmektedir. Ayrıca, stratejilerin ilişkilendirilerek kullanılması durumunda özgün çözüm yollarının geliştirilebileceğini göstermektedir.

Son olarak, çok sayıda stratejinin kullanımına imkân vermesi dolayısıyla *dörtgen sayısı* problemine ilişkin bulgular paylaşılacaktır. Bu sorunun çözümünde kullanılabilecek temel düşünce kombinasyon kavramıdır. Düzlemde 2 noktadan bir doğru geçer düşüncesinden hareketle yatayına C(6, 2) ve dikeyine C(2, 2) değerleri çarpılarak çözüm elde edilebileceği gibi liste yapma, şekil çizme, problemi basitleştirme ve örüntü arama/bağıntı bulma stratejilerini kullanılarak ta sonuca ulaşmak mümkündür. Yazılı sınav sonuçlarına göre gruplar arasında %30'luk bir başarı farkı söz konusudur (Üstün zekâlılar: %97, Normal zekâlılar: %67). Ancak, sonuçlar gruplar arasında strateji seçimi ve kullanımı noktasında ciddi bir farkın olduğunu göstermektedir (Tablo 7).

Tablo 7.
Dörtgen Sayısı Probleminin Çözümünde Kullanılan Stratejilerin Gruplara Göre Dağılımı

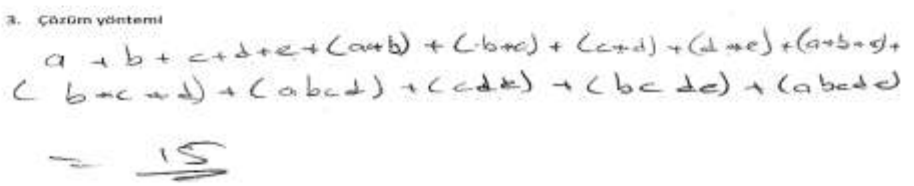
Strateji Adı	Üstün Zekâlı	Normal Zekâlı
İşlem seçme/Deneme-yanılma	27	31
Şekil çizme	7	4
Sistematik liste	18	1
Örüntü arama/Bağıntı bulma	20	2
Problemi basitleştirme	17	0

Tabloda görüldüğü üzere sistematik liste yapma, problemi basitleştirme ve örüntü arama/bağıntı bulma stratejilerinin kullanımında üstün zekâlıların bariz bir üstünlüğü söz konusudur. Normal zekâlıların en çok işlem-seçme/deneme-yanılma stratejilerini kullandıkları görülmektedir. Bu öğrencilerin çözüm sürecinde takip ettikleri sistematik bir yaklaşım söz konusu değildir. İşlem-seçme/deneme-yanılma stratejilerini kullanan öğrenciler soruda verilen dörtgenleri teker teker sayarak sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Aşağıda normal zekâlı bir öğrencinin dörtgen problemi için deneme yanılma yoluyla oluşturduğu çözüm verilmiştir.



Şekil 10. Dörtgen Sayısı Problemi İçin İşlem-Seçme/Deneme-yanılma Stratejisi Kullanılarak Oluşturulmuş Bir Çözüm (NZÖ-18)

Öğrencinin şekil üzerinde olası dörtgenleri tek tek işaretlediği, önce yanlış bir toplama yaptığı, yanıldığını görüp bu toplamın üzerini karaladığı, sonrasında ise doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Deneme yanılma stratejisini liste yapma stratejisinden ayıran temel fark verilerin organize edilmeden sonuca ulaşılmaya çalışılmasıdır. Liste yapma stratejisini kullananlar şekildeki her bir kutucuğu farklı harflerle veya sembollerle kodladıktan sonra kombinasyon düşüncesini işe koşarak muhtemel dörtgenleri listeleyerek sonuca ulaşmıştır. Buna ilişkin örnek bir yanıt şu şekildedir:



Şekil 11. Dörtgen Sayısı Probleminin Liste Yapma Stratejisiyle Çözümüne İlişkin Örnek Bir Yanıt (ÜZÖ-8)

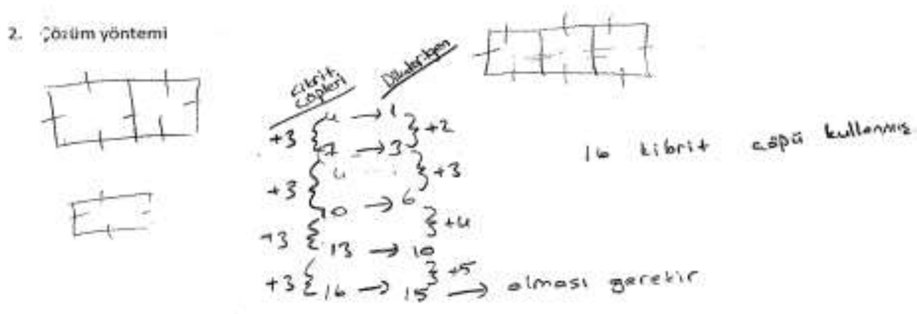
Mülakat sonuçları, önceki soruların çözümünde olduğu gibi bu soruda da üstün zekâlı öğrencilerin farklı stratejiler kullanma ve doğru çözümlere ulaşma noktasında üstünlüklerini göstermiştir (bakınız, Tablo 8).

Tablo 8:
Bilgi Yarışması Problemine İlişkin Mülakat Bulgularının Özeti

	Adı	1. Çözüm	2. Çözüm	3. Çözüm
Üstün Zekâlı	Ahmet	Sis-Lis/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı	Bağ-Bul/Başarılı
	Ayşe	Şek-Çiz/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı	Bağ-Bul/Başarılı
	Melike	Den-Yan/Başarılı	İş-Seç/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Mustafa	Sis-Lis/Başarılı	Şek-Çiz/Başarılı	Pro-Bas/Başarılı
	Yusuf	İş-Seç/Başarılı	Den-Yan/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı
Normal Zekâlı	Ali	İş-Seç/Başarılı	---	---
	Beyza	Den-Yan/Başarılı	Sis-Lis/Başarılı	---
	Gül	Den-Yan/Başarısız	---	---
	Ece	Bağ-Bul/Başarılı	---	---
	Hasan	Den-Yan/Başarılı	---	---

Kısaltmalar: Sis-Lis: Sistematik liste, **Pro-Bas**: Problemi Basitleştirme, **Bağ-Bul**: Bağıntı Bulma, **Den-Yan**: Deneme-yanılma, **İş-Seç**: İşlem Seçme, **Şek-Çiz:** Şekil Çizme, ---: Yanıt Yok.

Yapılan analizlerde üstün zekâlı öğrencilerin şekil çizme ve problemi basitleştirme stratejilerini veriler arası ilişkileri incelemek, örüntüyü tespit etmek ve buradan genellemeler yaparak doğru sonuca ulaşmak için kullandıkları bir kez görülmüştür. Buna ilişkin Ayşe isimli öğrencinin mülakatta ürettiği çözüm aşağıda verilmiştir.



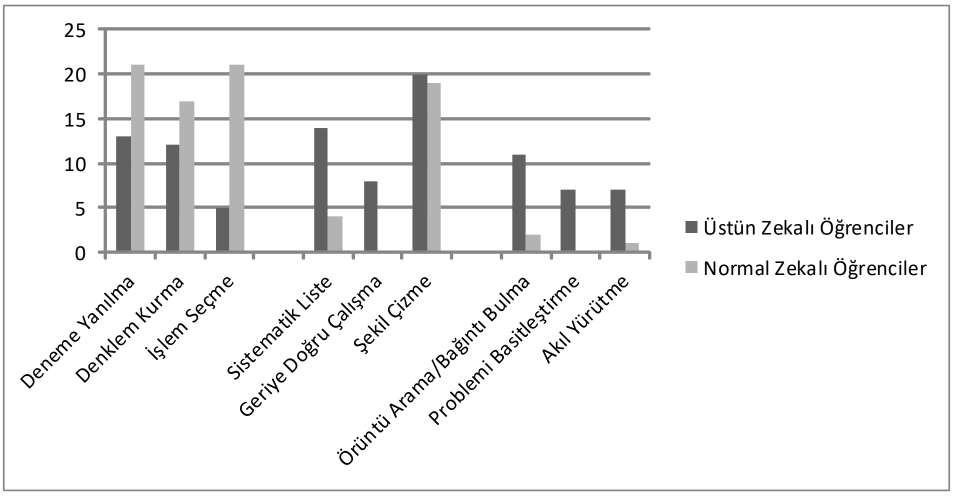
Şekil 12. Ayşe'nin Dörtgen Sayısı Problemine İlişkin Yazılı Cevabı

Öğrenci kibrit çöpleriyle tekli, ikili ve üçlü kutucuklardan oluşan dikdörtgen modelleri üretmektedir. Bunu yapmakla esasında şekil çizme ve problemi basitleştirme stratejilerini beraberce kullanmaktadır. Bunlar üzerinde akıl yürüterek ortamdan veriler çıkarmakta; elde ettiği verileri organize etmek amacıyla da ortada listeleme stratejisini andıran bir yapı oluşturmaktadır. Asıl amacın ise veriler arasındaki ilişki ve örüntüyü tespit ederek genelleme yoluyla çözüme ulaşmak olduğu anlaşılmaktadır.

4.TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada, rutin olmayan problemlerin çözümünde üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin gerek başarı ve gerekse strateji seçimi ve kullanımı açısından nasıl farklılaştıkları hususu incelenmiştir. Ayrıca, gerektirdiği düşünce derinliği ve zihinsel çaba açısından problem çözme stratejilerinin hiyerarşik bir sınıflamaya tabi tutulup tutulamayacağı konusu araştırılmıştır. Bulgular rutin olmayan problemlerin çözümünde üstün zekâlı öğrencilerin daha başarılı olduklarını göstermektedir. Yazılı sınav ve mülakat sonuçlarından açıkça anlaşıldığı üzere tüm sorular bazında doğru çözümlerin elde edilmesi noktasında üstün zekâlıların üstünlüğü söz konusudur. Bu bağlamda bilgi yarışması ve bayram harçlığı sorularının ürettiği sonuçlar oldukça dikkat çekicidir. Her iki sorunun çözümü için, problem hikâyesindeki verilen değerler arasında var olan dinamik ilişkinin çözüm süreci boyunca gözetilmesi gerekir ki buda ancak düşüncenin esnek ve etkili kullanımıyla mümkün olabilir. Her iki soru için gruplar arası başarı farkının yaklaşık beş kat olduğu görülmektedir. Bilgi yarışması sorusu için üstün zekâlıların %67'si, normal zekâlıların ise ancak %13'ü doğru çözüm üretebilmiştir. Benzer şekilde bayram harçlığı problemi için üstün zekâlı öğrencilerce üretilen doğru yanıtların oranı %50 iken bu oran normal zekâlılar için %11'de kalmıştır. Problem çözme sürecinin etkili bir şekilde yürütülerek doğru sonuçlara ulaşılması üstün zekâlılığın temel göstergeleri arsında sayılmaktadır (Heinze, 2005; Krutetskii, 1976; Renzulli, 1978; Wang, 1989; Yazgan, 2007). Bu açıdan eldeki çalışma önceki araştırma sonuçlarını destekleyen bulgular ortaya koymuştur.

Problem çözme sürecinde sergilenen düşüncelerin doğruluğu, kullanılan stratejilerin çeşitliliği ve etkinliği, yapılan matematikselleştirmelerin uygunluğu, ortaya konulan çözümün özgünlüğü oldukça önemlidir. Bir problemin muhteva ve bağlamından kaynaklanan özgün koşulları karşılamak amacıyla düşüncenin esnek bir şekilde kullanılması, farklı stratejilerin işe koşularak değişik yollarla çözümlerin yapılması problem çözme gücünün en önemli göstergeleri arasında sayılmaktadır (Benito, 1995; Jackson ve Klein, 1997; Krutetskii, 1976; Renzulli, 1978; Yıldız ve diğer., 2012). Eldeki çalışmanın bulguları literatürde kaydedilen bu hususları desteklemekte ve gruplar arasındaki başarı farkının öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanmadaki yeterlilikleriyle yakından alakalı olduğunu işaret etmektedir. İncelediğimiz beş problem için normal zekâlı öğrenciler toplamda 194 farklı çözüm üretirken üstün zekâlılar 372 farklı çözüm üretmiştir. Bütün problemler için üstün zekâlı öğrenciler normal zekâlılara kıyasla daha fazla sayıda ve türde strateji kullanarak çözümler yapmıştır. Aşağıda üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin tüm problemlerin çözümü için kullandıkları stratejilerin oransal dağılımını gösteren bir grafiğe yer verilmiştir. Grafik incelendiğinde normal zekâlı öğrencilerin deneme yanılma, denklem kurma ve işlem seçme stratejilerini daha fazla tercih ettikleri görülmektedir. Buna karşın, sistematik liste yapma, geriye doğru çalışma ve şekil çizme stratejilerinin kullanımında üstün zekâlı öğrencilerin daha önde olduğu görülmektedir. Problemi basitleştirme, örüntü arama/bağıntı bulma ve akıl yürütme stratejilerini kullanmada ise üstün zekâlı öğrencilerin bariz bir üstünlüğü söz konusudur.



Şekil 13: İki öğrenci Grubunun Strateji Seçimlerinin Oransal Dağılımını

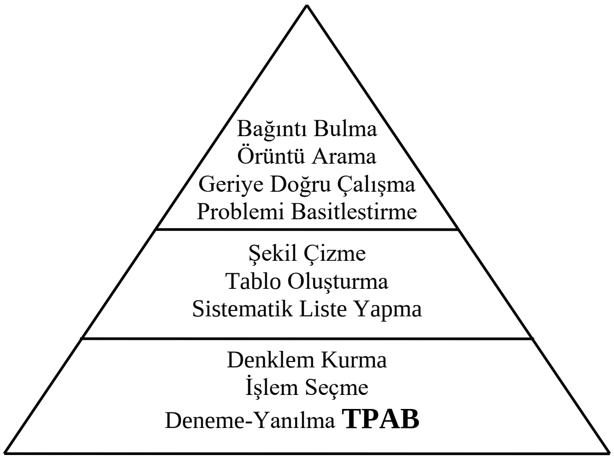
Yakından bakıldığında öğrencilerin strateji tercihleri ile bilişsel yeterlilikleri arasında nitel bir ilişkinin varlığı anlaşılmaktadır. Normal zekâlıların problem hikâyesinde yer alan bilgileri ve bunlar arasındaki ilişkileri dikkate almadan okul matematiği kapsamında sıklıkla kullanılan rutin karakterli stratejilere yönelmeleri düşünce esnekliğini ve derinliğini yakalayamadıklarının bir göstergesi olarak anlaşılabilir. Bu husus matematik bilgilerinin işlemsel düzeyde (Hiebert ve Lefevre, 1986) kaldığının göstergesi olarak da yorumlanabilir. Örneğin, mülakat öğrencilerinden Ece, bilgi yarışması problemine yanıt verirken orantı kavramını denklem kurma stratejisi üzerinden işe koşarak çözüm yapmaya çalışmıştır (bakınız Şekil 4, Diyalog 3). Öğrencinin matematik bilgisini problem durumuna adapte edemediği için uygun stratejiler üretemediği açıktır. Bu durum öğrencinin strateji geliştirmedeki yetersizliğinden dolayı manayı – yani orantı kavramını – stratejinin kalıplarına uydurma çabası olarak ta yorumlanabilir. Araştırma, normal zekâlı öğrencilerin stratejileri adeta bir işlemsel süreci yürütürcesine rutinin bir parçası olarak kullandıklarına dair bulgular da ortaya koymuştur. Bu husus bakteri problemi (Şekil 5) ve dörtgen sayısı problemi (Şekil 10) için yapılan çözümlerde açıkça görülmektedir. Bakteri sorusunun çözümünde öğrenci verileri yatayına listelemekte ve geçen zaman aralıklarına karşın oluşan bakteri sayısını tek tek hesaplamaktadır. Benzer şekilde, dörtgen sayısını bulurken verilen şeklin kendisi üzerinde sayımlar yaparak sonuca ulaşmaktadır ki bu yaklaşım özünde kombinasyon düşüncesini içerse de düşüncenin işlem temelli yürütüldüğü açıktır.

Bulgular üstün zekâlı öğrencilerin strateji kullanımı konusunda normal zekâlılardan üç temel noktada ayrıştığını göstermektedir. Birincisi, bu öğrenciler tarafından kullanılan stratejilerin problem durumuyla anlamsal açıdan uyumluluk arz ettiği hususudur. Üstün zekâlılar, normal zekâlı öğrencilerin yaptığı gibi problemin matematiksel muhtevasını geçmişten bildikleri stratejilerin kalıbına sıkıştırmaya çalışmaktan ziyade bu manayı karşılayacak türden kapsam ve yapı geçerliğine sahip stratejiler üretmeye çalışmışlardır. Şekil 3 ve 4'te sunulan çözümler kıyaslandığında bu durum açıkça görülmektedir. İkinci husus üstün zekâlı öğrencilerin stratejileri ilişkilendirerek kullanmadaki başarılarıdır. Örneğin, Ahmet isimli öğrencinin köstebek sorusu için yaptığı çözüm incelendiğinde

(Şekil 1) problemi basitleştirme ve şekil çizme stratejilerini koordineli biçimde kullanıldığı görülmektedir. Bakteri problemine yanıt olarak sunulan çözümde de (bakınız, Şekil 6) model oluşturma ve örüntü arama/bağıntı bulma stratejilerinin koordineli kullanıldığı görülmektedir. Üstün zekâlıların akranlarından ayrıştığı üçüncü ve en önemli husus ise soyutlama-genelleme süreçlerini sağlıklı bir şekilde işleterek eldeki sorunun çözümü için genel kural ve bağıntı bulmadaki başarılarıdır. Bir önceki kısımda bu durumu destekleyen çok sayıda bulguya yer verilmiştir. Örneğin, Şekil-1'de sunulan çözüm incelendiğinde öğrencinin şekil çizme ve problemi basitleştirme stratejilerini birlikte kullanarak veriler arası ilişkileri incelediği ve buradan çözüm için genel bir düşünceye ulaşmaya çalıştığı anlaşılmaktadır. İlgili Diyalog-1'de bu durum öğrencinin kendisi tarafından açıkça ifade edilmektedir. Aynı husus bakteri ve dörtgen sayısı problemleri için oluşturulan çözümlerde de görülmektedir (bakınız, Şekil 6, 12). Şekil-6'daki çözümde öğrenci model oluşturmakta, yaptığı çıkarımları listelemekte, listelediği veriler arasındaki ilişkileri tespit ederek bakteri sayısının artışına ilişkin genel bir kural bulup çözümü elde etmektedir.

Bu araştırmadan elde edilen bulgular bütüncül bir bakışla ve derinlemesine incelendiğinde içerdiği düşünce derinliği ve gerektirdiği zihinsel gayretler açısından problem çözme stratejileri arasında anlamsal bir hiyerarşinin var olduğu anlaşılmaktadır (burada lineer gelişen katı bir hiyerarşi kastedilmemektedir). Eldeki çalışmanın ortaya koyduğu bulgular çerçevesinde, stratejilerin kullanım oranları, öğrencilerin stratejileri tercih önceliği, stratejiler arası geçişler, bir stratejinin bir sonraki stratejinin oluşturulması için sağladığı düşünsel alt yapı ve stratejilerin soyutlama ve genelleme için sunduğu fikri imkânlar gözetildiğinde, aralarında Şekil-14'deki piramitte sunulduğu biçimde bir gelişimsel ilişkinin var olduğu anlaşılmaktadır.

Her iki öğrenci grubunun öncelikle tercih ettiği stratejiler birinci düzey stratejilerdir (alt katmandaki stratejiler). Bulgular bu stratejilerin genellikle çözüme bir an önce ulaşmak için sonuç odaklı kullanıldığını göstermektedir. Rutin karakterli olmaları sebebiyle bu stratejilerin verileri analiz etme, soyutlama ve genelleme yapma noktasında çok fazla işlevlerinin olmadığı; dolayısıyla, gerektirdiği zihinsel çaba açısından daha alt düzey stratejiler olduğu söylenebilir. İkinci düzey stratejiler (orta katmandakiler) farklı oranlarda da olsa her iki grup tarafından da kullanılmış; ancak kullanım amaçları noktasında gruplar farklılaşmıştır. Normal zekâlılar bu stratejileri işlemsel bir süreci yürütür gibi rutinin bir parçası olarak kullanırken üstün zekâlılar genellikle bilgileri analiz etmek, aralarındaki ilişkileri tespit etmek, çıkarımlarda bulunmak ve buradan daha genel düşüncelere ulaşmak maksadıyla bu stratejileri kullanmışlardır. Üstün zekâlı öğrencilerin çözümleri ikinci düzey stratejilerin etkili kullanımının üçüncü düzey stratejilere geçişi kolaylaştırdığını göstermektedir (bakınız, Şekil 1, 3, 6 ve 12; Diyalog 4). Üçüncü düzey stratejiler ise soyutlama ve genelleme odaklı olduğu için çok fazla zihinsel çaba gerektirmektedir; bu nitelikleri itibariyle en üst düzey stratejiler olarak değerlendirilebilir. Çalışmanın bulgularından hareketle ikinci düzey stratejilerin, üçüncü düzey stratejilerin kullanımı için anlamsal bir bağlam sunduğu, dolayısıyla yardımcı bir unsur olarak işlev gördüğü yorumunu yapmak ta mümkündür.



Şekil 14. Problem Çözme Stratejileri Arasındaki Hiyerarşik Gelişim Şeması

Sonuç olarak, üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrenciler arsındaki başarı farkının esas itibariyle strateji kullanımındaki yeterlilik farkından kaynaklandığı söylenebilir. Problem çözme, bilişsel eylemler içeren süreç eksenli bir aktivitedir. Ancak, bu süreçte bilişsel eylemlerin sağlıklı ve sistemli yürütülebilmesi için stratejilere olan ihtiyaç da bir gerçektir. Bu nedenle, hangi sınıf düzeyinde ve bilişsel seviyede olursa olsun öğrencilerin problem çözme başarılarını artırmak için strateji kullanımı konusunda eğitilmesi gerekmektedir. Verilecek olan bu eğitimin içeriği, okul matematiği kapsamında sıkça karşılaştığımız işlem seçme ve denklem kurma türünden rutin karakterli stratejilere ilişkin prosedürlerin izahına ve hazır bilgilerin aktarımına indirgenmemelidir. Eldeki problemin matematiksel mantığı ile çözüm sürecinde kullanılan stratejinin niteliği arasında anlamsal bir ilişkinin bulunduğu muhakkaktır. Bu nedenle, öğrencilerin daha çok özgün ve farklı stratejilerin kullanımını gerektiren rutin olmayan problemler üzerinde çalıştırılması önerilir. Bu süreçte akıl tamamen özgür bırakılmalı; eldeki problemin matematiksel mantığını karşılayacak nitelikte, içerik ve biçimsel açılardan geçerli stratejiler üretebilmeleri için öğrencilere düşünce özgürlüğü tanınmalıdır. Öğrencilerin, düşünce kullanımını önceleyen, yaratıcılık isteyen, analiz-sentez ve soyutlama-genelleme düşüncelerini içeren problemi basitleştirme, örüntü arama ve bağıntı bulma türünden stratejiler üzerinde çalıştırılmaları da büyük önem arz etmektedir. Ayrıca, matematiksel bilgilerin, eldeki problemin ilişkili olduğu bağlamdan kaynaklanan özgün koşulları karşılayacak şekilde uyarlanarak kullanılmasını zorunlu kılan problem durumları da stratejiler konusunda verilecek eğitimin etkinliğini artıracaktır. Bu amaç için gerçek yaşam durumlarını konu edinen problemlerinin yanı sıra mimariden güzel sanatlara, fen bilimlerinden iktisada kadar farklı disiplinlerle alakalı problemlerden faydalanılması önerilebilir. Son olarak, eldeki çalışmanın bulguları stratejiler arasında anlamsal bir iliklinin varlığına işaret etmektedir. Bir problem durumundaki veriler arası ilişkilerin analizi ve tespiti için önem arz eden liste yapma, tablo oluşturma ve şekil çizme stratejilerinin daha üst düzey düşünme becerisi gerektiren geriye doğru çalışma, örüntü arama ve bağıntı bulma türünden stratejilerin kullanımı için düşünce imkânları sunduğu söylenebilir. Bu nedenle, stratejiler konusunda verilecek eğitimde Şekil-14'te sunulan ikinci ve üçüncü düzey stratejilerin ilişkilendirilerek kullanımının önemine dikkat çekmek isteriz. Yukarıda özetlemeye çalıştığımız hususların matematik ders programları ve ilgili kaynakların yanı sıra sınıf içi öğretimlerde ve özellikle de üstün zekâlı öğrencilerin eğitimi sürecinde dikkate alınmasının önemini vurgulamak isteriz.

KAYNAKÇA

Altun, M. (2005). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim matematik öğretmenleri için matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.

Altun, M., & Ç. Arslan. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19* (1), 1-21.

Arslan, Ç., & Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine problems. *Elementary Education Online, 6*(1), 50-61.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* İstanbul: Bilge Matbaacılık.

Bayazit, İ., & Aksoy, Y. (2008). Matematiksel problemlerin öğrenim ve öğretimi. E. Bingölbali & M. F. Özmantar, (Eds.). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (s. 287-312). Ankara: Pegem Akademi.

Benito, Y. (1995). Gifted children's induction of strategies: Metacognitive and cognitive strategies to solve maths and conversion problems. *11th World Conference on Gifted and Talented Children*, World Council, University of Hong Kong.

Boran, A. İ., & R. Aslaner. (2008). Bilim ve sanat merkezlerinde matematik öğretiminde probleme dayalı öğrenme. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9*(15), 15-32.

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: An exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *34*(5), 719-737.

Cai, J., & Nie, B. (2007). Problem solving in Chinese mathematics education: Research and practice. *ZDM Mathematics Education, 39*, 459-473.

Clarke, D., Breed, M., & Fraser, S. (2004). The consequences of a problem-based mathematics curriculum. *The Mathematics Educator*, *14*(2), 7-16.

Elia, I., Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, *41*, 605-618

English, L. D. (2007). Children's strategies for solving two and three dimensional combinatorial problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 255-273

Fortunato, I., Hecht, D., Tittle, C. K., & Alvarez, L. (1991). Metacognition and problem solving. *Arithmetic Teacher*, *39* (4), 38-40.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. The Netherlands: Kluwer.

Gingsburg, H. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *For the Learning of Mathematics*, *1*(3), 57-64.

Hartman, H. J. (1998). Metacognition in teaching and learning: An introduction. *Instructional Science*, *26*, 1-3.

Heinze, A. (2005). Differences in problem solving strategies of mathematically gifted and non-gifted elementary students. *International Education Journal*, *6*(2), 175-183.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Procedural and conceptual knowledge. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Inoue, N. (2005). The realistic reasons behind unrealistic solutions: The role of interpretive activity in word problem solving. *Learning and Instruction*, *15*, 69-83.

Jackson, N. E., & E. J. Klein, (1997). Gifted performance in young children. In N. Colangelo & G. Davis (Eds.). *Handbook of gifted education* (pp. 460-474). Boston MA: Allyn and Bacon.

Jonassen, J. (2000). Toward a design theory of problem solving. *Educational Technology Research and Development*, *48*(4), 63–85.

Karabulut, R. (2010). *Türkiye'de üstün yetenekliler eğitiminin tarihi süreci*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1985). Developing problem solving skills. *Mathematics Teacher*, *79*(9), 685-692.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. USA: University of Chicago Press.

Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modelling and conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(2), 157-189.

Mahlios, J. (1988). Word problems: Do I add or subtract. *Arithmetic Teacher*, 36(3), 48-52.

Maker, J. (2003). New directions in enrichment and Acceleration. In N. Colangelo & G. Davis (Eds.). *Handbook of gifted education* (pp. 163-173). Boston: Allyn and Bacon.

Marland, S. P. (1972). Education of the gifted and talented. *Report to the congress of the United States by the US commissioner of education*. Washington, DC. U.S. Government Printing Office.

Mayer, R. E. (1985). Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. In E. A. Silver, (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives* (pp. 123-138). London: Lawrance Erlbaum Associates.

Mayer, R. E., Sims, V., & Tajika, H. (1995). A comparison of how textbooks teaching mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, *35*, 443-459.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis-An expanded sourcebook*. London: Sage Publications.

Nancarrow, M. (2004). *Exploration of metacognition and non-routine problem based mathematics instruction on undergraduate student problem solving success*. Unpublished doctoral thesis, The Florida State University, Florida.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Virginia, Reston: NCTM Inc.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1980). *An Agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980*. Virginia, Reston: NCTM Inc.

Orton, A., & Wain, G. (1994). Problems, investigations and an investigative approach. In, A. Orton & G. Wain (Eds.). *Issues in teaching mathematics* (pp. 150-173). London: Cassel.

Pativisan, S. (2006). *Mathematical problem solving processes of Thai gifted students*. Unpublished PhD Thesis, Oregon State University, Oregon.

Phillips, N., & Hardy, C. (2002). *Discourse analysis: Investigating processes of social construction*. United Kingdom: Sage Publications Ltd.

Polya, G. (1973). *How to solve it*. United States of America: Princeton University Press.

Renzulli, J. S. (1977). *The enrichment triad model: A guide for developing defensible programs for the gifted and talented.* Mansfield Centre, CT: Creative Learning Press.

Renzulli, J. S. (1978). What makes giftedness? Re-examining a definition. *Phi Delta Kappan*, *60*(3), 180-184.

Reusser, K., & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution: the social rationality of mathematical modelling in schools. *Learning and Instruction*, 7(4), 309-327.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. Grouvs (Ed.). *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Sharma, Y. (2013). Mathematical giftedness: A creative scenario. *The Australian Mathematics Teacher*, *69*(1), 15-24.

Silverman, L. K. (2002). *Upside-down brilliance: The visual-spatial learner*. Denver: De Leon Publishing Inc.

Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (TTKB). (2013). *İlköğretim matematik dersi 6-8 sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Milli Eğitim bakanlığı.

TÜBİTAK (2011). 16. İlköğretim matematik olimpiyatı soruları. Ankara http://www.tubitak.gov.tr/tr/olimpiyatlar/io-matematik-olimpiyatlari/icerik-ilkogretim-matematik-olimpiyati-sorulari adresinden 17 Ocak 2013 tarihinde ulaşılmıştır.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, *4*, 273-294.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modelling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(3), 265-285.

Wang, J. T. (1989). *A Comparative study of metacognitive behaviours in mathematical problem solving between gifted and average sixth grade students in Taiwan and The Republic of China*. Unpublished PhD Thesis, University of Northern Colorado, Colorado.

Yazgan, Y. (2007). Observations about fourth and fifth grade students'' strategies to solve non-routine problems. *Elementary Education Online*, *6*(2), 249-263.

Yıldız, A., Baltacı, S., Kurak, Y., & Güven, B. (2012). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25*(1), 123-143

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods*. United Kingdom: Sage Publications Ltd.

EXTENDED ABSTRACT

1. Introduction

Problem-solving is the most significant cognitive activity in mathematics (Jonassen 2000). Simply defining problem refers to a situation in which the desired goal has to be attained; yet, the direct path towards the goal is blocked. A situation can be considered as a problem if it causes cognitive conflict in the mind of individuals. Problem-solving is a dynamic process in which students try to understand the situation, make plans for the solution, develop methods and strategies, apply all these heuristics to get the solution, and finally check out plausibility of the answers that they obtain (Barnet, Sowder and Vos, 1980; Mayer, 1985; Polya, 1973; Schoenfeld, 1992; Suydam, 1980). Traditionally problems are classified as routine and non-routine problems. Routine problems could be manipulated by the application of rules, procedures and factual knowledge (Arslan and Altun, 2007; Mahlios, 1988). Non-routine problems do not have a straightforward solution; they request creative and critical thinking, using different approaches and strategies, and capitalising on metacognitive skills including self-monitoring and self-regulation.

According to psychologists and mathematics educators, the primary indicator of giftedness is the ability to solve non-routine problems. In fact, giftedness is equated with the ability to solve non-routine problems. Higher order mathematical thinking such as abstraction, generalisation, developing strategies and constructing mathematical models are regarded as the defining aspects of mathematical giftedness. According to Krutetskii (1976), mathematical giftedness manifest itself as the capability of recognising patterns, transferring a mathematical structure into a new form, reversing a mathematical process, changing the representation of a problem and carrying out a mental process. Creativity is considered as the key component of mathematical giftedness as well. There seems to be a perfect match between the aspects of giftedness and the proficiencies required for the solution of non-routine problems. For instance, in Krutetskii's statement, the capability of *recognising patterns* and *reversing a mathematical process* are related, respectively, to *pattern searching* and *working backwards* strategies.

Previous studies indicated that gifted students are very much competent in solving non-routine problems. They use different approaches and various strategies (Benito, 1995). Gifted students do not display fixation to the methods and strategies that they know from the past experiences; instead, they try to develop alternative approaches and new methods. They are capable of shifting between problem-solving strategies and could adjust mathematical notions in ways to satisfy the conditions posed by the problem situation (English, 2007; Sharma, 2013). Gifted students are aware of their own mental processing; thus they could monitor and regulate their solutions (Benito, 1995). In comparison to non-gifted students, mathematically gifted one needs less time to cope with complex tasks. They understand the mathematical logic behind the procedures and are capable of carrying out the solution process more systematically. A review of the available literature indicated that in Turkey there is almost no research examining gifted students' performances in the contexts of non-routine problems. Thus, the main goal of the present research is to investigate gifted students' achievements, in comparison to non-gifted students, in solving non-routine problems. The research also aims to scrutinise gifted and non-gifted students' proficiencies in selecting and using problem-solving strategies. This study seeks answers to the following research questions:

1. Is there a difference between the achievements of gifted and non-gifted students in solving non-routine problems?
2. How do they differ from each other in selecting and using problem-solving strategies?
3. Is there a hierarchy between problem solving strategies in terms of cognitive demands that they request?

2. Method

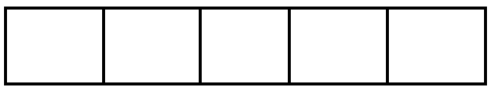
The research employed qualitative case study to examine the case in its natural setting (Yin, 2003). The participants consisted of 72 7th and 8th grade elementary school students in total (36 gifted and 36 non-gifted students). Gifted students were following supplementary courses in Science and Art Centre in Kayseri organised by the Ministry of Education. Since these students were accepted to this institution after passing a Wisc-R intelligence test, they are regarded as mathematically talented students. Non-gifted students were nominated by their teachers and local educational authorities as mathematically high achievers. Data were obtained from written exam and semi-structured interviews. The data collection instruments were checked and revised through a pilot study and according to experts' opinions. A written exam that included 10 non-routine problems was administered to the students. Then, semi-structured interviews were carried out with 10 students (5 gifted and 5 non-gifted). The interviewees were selected based on criteria such as correctness of their answers and sort of strategies that they used in responding to each problem. Students were invited to solve the problems one by one; then, the line of inquiry developed according to their responses. The aspects of the clinical interview (Gingsburg, 1981) were considered to delve into the students' thinking processes. Interviews were audio-taped and annotated field notes were taken for later consideration.

Overall, literature about problem-solving (Altun and Arslan, 2006; Lesh and Harel, 2003; Reusser and Stebler, 1997) and gifted students' achievements in mathematics (English, 2007; Jackson and Klein, 1997; Marland, 1972; Renzulli, 1978) provided a theoretical basis for the data analysis. Content and discourse analysis methods were used to discern meaning in the students' written and spoken answers (Miles and Huberman, 1994; Philips and Hardy, 2002). Data analysis was an iterative process that evolved gradually. In the first phase of analysis students' answers were examined in terms of plausibility and correctness. In-depth analysis continued with a specific focus on methods and strategies that the participants used in responding to each problem. Codes were produced from the situation to identify key features emerged from the students' answers. In the last phase of analysis, pattern coding was applied, and thematically similar codes were collected under more general categories. These categories are usually labelled with the names of problem-solving strategies, such as *working backwards* and *pattern searching*. Interviews were fully transcribed and read a couple of times thoroughly. Then, codes were established to distinguish sort of reasoning, strategies and the transitions they made between the strategies when solving a problem. Repeated on different copies of the text this eventually led to the creation of major categories.

3. Findings, Discussion and Results

The results indicated that gifted students outperformed their counterparts in producing correct and plausible solutions for each one of the problems used in this research. Compared to non-gifted students, gifted students displayed flexibility in developing and using different methods and strategies in their solutions. They carried out the solution process more systematically and illustrated it in a clear manner. A close examination of the data sets indicated that the difference in the achievements of these two groups of students was grounded in their proficiencies at using problem-solving strategies. Overall, in responding to 10 problems used in this research gifted students produced 372 different solutions each of which entailed a different strategy and reflected a different approach. In contrast, the number of solutions produced by the non-gifted students was 194.

The results showed that non-gifted students preferred mostly routine strategies including *check and guess, writing an algebraic equation* or *an arithmetic expression*. *Making a list* and *drawing a picture* were among the strategies that they used; yet, they manipulated these instruments as part of the routine, not as a cognitive tool to perform the solution process systematically. Very few of them were capable of using cognitively demanding strategies such as *working backwards* and *pattern searching*. In contrast, gifted students were proficient enough at using every kind of strategies. They were capable of producing alternative strategies to satisfy the conditions caused by the problem situations. Gifted students utilised strategies of *making a list, drawing a picture* and *simplifying a problem* as a cognitive tool to investigate the relationships between the data within the problem story and, then, to draw a conclusion (a general rule) for the solution of the given problem. In other words, gifted students utilised the abovementioned strategies as a means of abstraction and generalisation. The qualitative distinction between these two groups of students can be seen in the following excerpts taken from the written exam. These answers were given in response to the problem that: *Using matchsticks Ali has constructed the below model. Could you find out how many rectangles are there in the situation?*



The overwhelming majority of the non-gifted students used the strategy of *arithmetic operations* and obtained the result by counting the rectangles one by one. This can be seen in one of the non-gifted students' answer in Figure 15. Despite our probing questions none of the interviewees in this group was able to produce a general rule that works in similar situations. Gifted students preferred mostly the strategies of *making a list*, *simplifying the problem* and *pattern searching*. One of the gifted students' answer is given in Figure 16. This student uses these three strategies in combination to each other to find out the relationship between the number of matchsticks and the number of rectangles constructed. His final goal appears to be finding a general rule that works in similar situations.

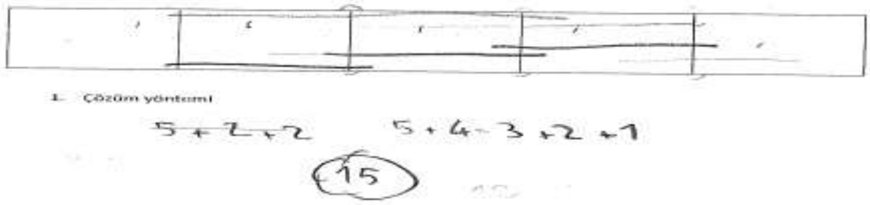


Figure 15. One of the Non-Gifted Students' Written Answer to 'The Number of Rectangle' Problem (NGS-18)

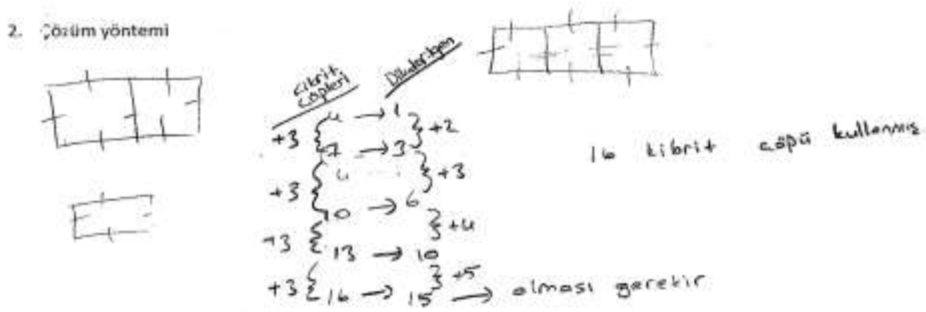


Figure 16. One of the Interviewees' (Ayşe's) Written Answer to 'The Number of Rectangle' Problem

Our results also suggest that problem-solving strategies can be classified into three groups in terms of cognitive demands that they request. This classification develops in a hierarchy (not in the sense of structured linear manner) that starts with a *guess and check* and *writing algebraic or arithmetic expressions*, then develops through *making a list or a table* and *drawing a picture*, and expands further towards *simplification, working backwards* and *pattern searching/finding a rule*. In conclusion, students' achievement in solving non-routine problems appears to be rooted in the development of their capabilities at using problem-solving strategies. In order to enhance students' problem-solving skills, they should be given training on strategy use. They should be given opportunities to study on open-ended problems the solution of which request using more than one strategy, shifting between them, and generating alternative strategies to satisfy the conditions posed by the problem situation.