

PAPER DETAILS

TITLE: Raf Atama Yönetimi için Tamsayili Programlama Destekli Meta-Sezgisel Algoritmalar

AUTHORS: Beray BAYAZIT,Gülnihal UÇARKUS,Burcu ÇAGLAR GENÇOSMAN,Mehmet A BEGEN

PAGES: 100-117

ORIGINAL PDF URL: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/2445998>

Raf Atama Yönetimi için Tamsayılı Programlama Destekli Meta-Sezgisel Algoritmalar

Beray Bayazıt¹, Gülnihal Uçarkuş², Burcu Çağlar Gençosman^{3*}, Mehmet A. Beğen⁴

¹ Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Müh. Bölümü, Bursa, Türkiye, (ORCID: 0000-0001-5911-7818), beraybayazit@gmail.com

² Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Müh. Bölümü, Bursa, Türkiye, (ORCID: 0000-0002-8556-4192), gluhlucarkus@gmail.com

^{3*} Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Müh. Bölümü, Bursa, Türkiye, (ORCID: 0000-0003-0159-8529), burcucaglar@uludag.edu.tr

⁴ Western University, Ivey School of Business, Management Science, London, Ontario, Canada (ORCID: 0000-0001-7573-0882), mbegen@ivey.uwo.ca

(İlk Geliş Tarihi 25 Mayıs 2022 ve Kabul Tarihi 23 Eylül 2022)

(DOI: 10.31590/ejosat.1121006)

ATIF/REFERENCE: Bayazıt, B., Uçarkuş, G., Çağlar Gençosman, B. & Beğen, M. A. (2022). Raf Atama Yönetimi için Tamsayılı Programlama Destekli Meta-Sezgisel Algoritmalar. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (41), 100-117.

Öz

Perakendeciliğin en karmaşık yönlerinden biri olan perakende raf alanı yönetimi, ürünlerin hangi miktarlarda ne zaman ve nerede teşhir edileceğini belirlemek ve değişen piyasa şartlarını dikkate alarak belirlenen sergilemeyi dinamik olarak güncellemek olarak tanımlanabilir. Önemli bir problem olmasına rağmen ürünlerin dikdörtgensel yerleşimini maksimum kâr amacıyla gerçekleştiren çalışmalar sınırlıdır. Bu çalışmada raf alanı tahsisi ve sergileme problemi için ürünlerin dikdörtgensel sergilenme adetlerinin belirlenmesi ürün kalınlıkları da dikkate alınarak gerçekleştirilmiş ve kârın maksimizasyonu amaçlanmıştır. İki boyutlu raf alanı tahsisi problemi çözümü için tamsayılı programlama ile genetik algoritma (TP-GA) ve tamsayılı programlama ile ateş böceği algoritması (TP-ABA) meta-sezgiselleri birlikte kullanılarak iki matsezgisel algoritma geliştirilmiştir. Bir kitabeviden alınan gerçek veriler kullanılarak oluşturulan veri seti ile matsezgisellerin performansları karşılaştırılmıştır. TP-GA ve TP-ABA matsezgiselleri ile sırasıyla ortalama %4,47 ve %4,57 optimale yakın çözümler elde edilmiştir. Geliştirilen matsezgiseller ile 900'e kadar ürünlü problemler çözülebilmektedir. İki boyutlu raf atama probleminde başarılı olan bu matsezgisel yöntemler, kitabeviden kitapların yerleşimi, perakendecilikte ürün ailelerinin yerleşimi veya İnternet sitelerinde reklamların gösterimi gibi benzer özellik taşıyan problemlerin çözümünde de kullanılabilir.

Anahtar Kelimeler: İki boyutlu raf alanı tahsisi problemi, Tamsayılı programlama, Genetik algoritma, Ateş böceği algoritması, Matsezgisel algoritmalar.

Meta-Heuristic Algorithms based on Integer Programming for Shelf Space Allocation Problems

Abstract

Retail shelf space management, which is one of the most complex aspects of retailing, can be defined as determining when, where and in what quantities products will be displayed and dynamically updating the display considering changing market conditions. Although it is an important problem, research papers that study rectangular arrangement of products to optimize profit are limited. In this paper, we determine rectangular facing units of products to maximize profit for shelf space allocation and the display problem. To solve our two-dimensional shelf space allocation problem, we develop two matheuristic algorithms by using integer programming and genetic algorithm (TP-GA) and integer programming and firefly algorithm (TP-ABA) meta-heuristics together. The performances of the matheuristics were compared with a real-world dataset from a bookstore. TP-GA and TP-ABA methods were able to generate near-optimal solutions with an average of 4.47% and 4.57% GAPS, respectively. We can also solve instances up to 900 products. These

* Sorumlu Yazar: burcucaglar@uludag.edu.tr

matheuristic algorithms, which are successful in the two-dimensional shelf assignment problem, can also be used to solve similar problems such as allocation of books in a bookstore, allocation of product families in a grocery store, or display of advertisements on websites.

Keywords: Two-dimensional shelf space allocation problem, Integer programming, Genetic algorithm, Firefly algorithm, Matheuristic algorithms.

1. Giriş

Perakendeciliğin en karmaşık konularından biri olan perakende raf alanı yönetimi, sınırlı raf alanlarının, ürün çeşitliliğindeki hızlı artışa ve müşteri taleplerindeki dalgalanmalara yanıt verecek şekilde doğru bir şekilde yönetilmesi halinde yoğun rekabet ortamında avantaj sağlayacak bir araçtır. Perakendecilerin, hangi ürünlerin sergileneceğine (ürün yelpazesi) ve bu ürünlerin tahsis edileceği raf alanlarına sıklıkla karar vermeleri gerekir (Chen ve Lin, 2007). Ürün çeşitliliği ve raf alanı tahsisi, perakendecilikte müşterilerin satın alma kararlarını etkileyebilecek iki önemli konudur. Yapılan araştırmalar, raf alanı tahsis ve sergileme konumu gibi mağaza içi etkenlerin müşterilerin satın alma davranışları ve talepler üzerinde önemli bir etkisi olduğunu göstermektedir (Chen, Chen ve Tung, 2006; Nafari ve Shahrabi, 2010). Müşterilerin planlı satın alma davranışlarının yanı sıra planlanmamış satın alımları da oldukça yaygındır (Bai, 2005). Ürünlerin cazip, ilgi çekici bir şekilde yerleştirilmesi plansız satın almaları artırabilir. Yapılan araştırmalar, birçok perakende satış mağazasında plansız satın almaların bütün satın almaların üçte birini oluşturduğunu göstermektedir (Buttle, 1984). Dolayısıyla, etkili bir raf alanı yönetimi ile perakendeciler satış oranlarını ve kâr marjını artırabilir, stok devir hızını iyileştirebilir ve elde bulundurmama durumlarını azaltarak müşteri memnuniyetini artırabilirler (Özcan, 2010a; Yang ve Chen, 1999). Raf alanı yönetiminde verilmesi gereken kararlar ürün çeşitliliği planlaması, raf alanı tahsisi, raf alanı yerleşimi ve raf alanı stok miktarlarının belirlenmesi şeklinde gruplandırılabilir (Hübner, 2017; Özcan, 2010b). Bu çalışmada, dikdörtgensel yerleşim gibi spesifik özelliklere sahip bir raf alanı tahsisi problemi ele alınmıştır.

Literatürdeki çalışmalar raf alanı yönetim problemlerine göre sınıflandırılabilir gibi başka bir sınıflandırma ise raf alanı tahsisi problemlerinde önemli bir yer tutan alan esneklik (space elasticity), konum esneklik (location elasticity) ve çapraz esneklik (cross elasticity) kavramlarının dikkate alınması ile gerçekleştirilebilir. Raf alanı tahsisi problemlerinde birim satışlardaki göreceli değişimin raf alanındaki göreceli değişime oranı alan esnekliği katsayısı ile temsil edilir (Curhan, 1972; Hansen ve Heinsbroek, 1979). Konum esnekliği, ürünlerin raflardaki yatay ve dikey konumlarının ürünlerin talebi üzerindeki etkisini temsil eder. Literatürdeki çalışmalar, üst ve orta raf konumları (göz ve el seviyesi) ile koridor başlarında yer alan konumların diğer konumlara göre daha etkin olduğunu göstermektedir (Chandon, Hutchinson, Bradlow ve Young, 2009). Raf alanı tahsisi probleminde önemli bir diğer kavram ise çapraz esneklik katsayısıdır (Bianchi-Aguar, 2015; Corstjens ve Doyle, 1981). Belirli bir ürünün sergileme alanı değişiminin ikame veya tamamlayıcı ürünün talebi üzerindeki etkisini ölçmeyi esas alan çapraz esneklik katsayısı, ikame mallar için negatif, tamamlayıcı mallar için pozitif değer almaktadır (Corstjens ve Doyle, 1981). Bu çalışmada ele alınan raf alanı tahsisi probleminde talebin alan esnekliği ve konum esnekliğinden etkilendiği varsayılmıştır.

Raf alanı tahsisi kararlarının alınmasında ürünlerin raflardaki düzeninin grafiksel gösterimleri olan planogramlar

kullanılabilir. Dinamik talep ve kısıt raf alanı ile ürün tahsisini ayarlamak için etkili bir araç olan planogramlar, her bir ürünün tam (dikey ve yatay) konumunu ve ürünün raflardaki gösterim adetlerini (alan ataması) içerirler (Frontoni, Marinelli, Rosetti ve Zingaretti, 2017; Geismar, Dawande, Murthi ve Sriskandarajah, 2015; Van Nierop, Fok ve Franses, 2008). Ancak planogramların oluşturulması zor ve zaman alıcıdır çünkü ürün konumu dışında NP-Zor olarak sınıflandırılan çoklu sırt çantası probleminin çözülmesini içermektedir (Martello ve Toth, 1990; Yang ve Chen, 1999). Planogramların oluşturulmasında ürün seçimi, alan ataması ve ürünlerin düzenlenmesi kararları alınmaktadır (Hübner, Schäfer ve Schaal, 2021). Bu çalışmada ürünlerin yatay ve dikey gösterim adetleri belirlenerek alan ataması ve belirli düzenleme kısıtlamaları ile ürünlerin dikdörtgensel yerleşimi sağlanarak ürün düzenlemesi kararları alınabilmekte ve seçilmiş ürün kümesi için planogramlar üretilebilmektedir.

Bu makalede, raf alanı tahsisinde ürünlerin iki boyutta (yatay ve dikey) gösterim adetlerinin (rafın önündeki müşterilerin görebildiği birim sayısı - facing units) belirlenmesi ve ürünlerin dikdörtgensel yerleşimlerinin maksimum kâr amacıyla optimum şekilde sağlanması problemi ele alınmıştır. Gösterim adetlerinin tamsayı olması ve bir ürünün bütün gösterim adetlerinin dikdörtgen şeklinde yerleştirilmesi gibi belirli özelliklere sahip bir problemi klasik raf alanı tahsisi problemlerinden ayırt edebilmek için ele alınan problem 2BRAP (2 Boyutlu Raf Atama Problemi) olarak adlandırılmıştır. 2BRAP, kitap perakendecilerinde görülen raf atama ve sergileme problemine benzer özellikler taşıdığı gibi aynı zamanda marketlerde ürün kategorilerinin (ürün ailelerinin) dikdörtgen bir düzende dağılımı problemi veya son yıllarda gittikçe önem kazanan İnternet sayfalarında reklamların gösterimi problemine de benzemektedir.

Literatürdeki çoğu çalışmada ürünlerin tek boyutta atanması gibi basitleştirici varsayımlar kullanılmaktadır. Bu varsayımlarla uygun çözümler elde edilse de konum esnekliği faktörü göz ardı edildiğinden elde edilen çözümler pratik yerleşimleri temsil edemeyebilirler. Diğer taraftan, ürünün gösterim adetleri talebi etkileyen faktörlerdendir. Literatürdeki çalışmaların çoğu yatay gösterim adetlerini dikkate alırken dikeydeki gösterim adetlerini göz ardı etmektedir (Bianchi-Aguar, Hübner, Carravilla ve Oliveira, 2021) ve sabit sergileme gösterim adedi olduğunu varsaymaktadır. Literatürde raf alanı tahsisinde iki boyutta (yatay ve dikey) gösterim adetlerinin belirlenmesi ve bu adetlerin dikdörtgensel yerleşimi sağlayacak şekilde yerleştirilmesi çalışmaları çok sınırlıdır (Çağlar Gençosman ve Beğen, 2022; Geismar ve diğerleri, 2015; Hübner ve diğerleri, 2021). Öte yandan, bu çalışmada geliştirilen algoritmalarla optikale yakın çözümler bulunabilmekte ve büyük ürün sayılı problemler çözülebilmektedir. Dolayısıyla çalışmada önerilen çözüm yaklaşımları ile literatüre katkı sağlanmıştır.

2BRAP çözümü için ilk olarak Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) bir tamsayı programlama modeli (MIP1) ve iteratif bir matematiksel programlama modeli (IP1/IP2) geliştirmiştir. Bu çalışmada ise tamsayı programlama (TP) ile meta-sezgisel algoritmaların güçlü yönleri birleştirilerek matsezigisel

algoritmalar geliştirilmiştir. Önerilen yaklaşımlarda TP modeliyle dikdörtgensel gösterim için gerekli yatay ve dikey gösterim adetleri belirlenmiş ve sonrasında meta-sezgisel yöntemler ile dikdörtgensel gösterimi sağlayan yerleşimler elde edilmiştir. Tamsayılı programlama ve genetik algoritma ile TP-GA ve tamsayılı programlama ve ateş böceği algoritması ile TP-ABA matsezigiselleri ile optimale yakın uygun çözümlerin kabul edilebilir sürelerde elde edilmesi hedeflenmiştir.

Makalenin ana hatları şu şekildedir: Bölüm 1.1.'de raf atama problemi ile ilgili literatürdeki çalışmalara değinilmiştir. Bölüm 2'de problem tanımı, deneylerde kullanılan veri setleri ve problem çözümü için geliştirilen yöntemler anlatılmıştır. Bölüm 3'te deney sonuçları, bulgular ve tartışma yer almaktadır. Sonrasında sonuç ve teşekkür bölümleri ile çalışma tamamlanmıştır.

1.1. Literatür Taraması

Raf alanı tahsisi probleminde farklı amaçlar ve farklı karakteristikler ele alınarak, çözümü için kesin, sezgisel, meta-sezgisel ve hiper-sezgisel yöntemler geliştirilmiştir (Bai ve Kendall, 2008; Hwang, Choi ve Lee, 2005; Lim, Rodrigues ve Zhang, 2004; Özçelik ve Gündüz, 2019; Yalçiner ve Can, 2019; Yang, 2001). Bu çalışmalar farklı araştırmacılar tarafından derlenmiş ve yöntemlerin karşılaştırmaları yapılmıştır (Bai, 2005; Bianchi-Aguiar, 2015; Bianchi-Aguiar ve diğerleri, 2021; Hansen, Raut ve Swami, 2010; Hübner ve Kuhn, 2012; Özcan, 2010a). 1960'lı yıllardan itibaren çalışılan raf alanı tahsis problemlerine (Cox, 1970; Kotzan ve Evanson, 1969) ilişkin önemli bir literatür vardır, ancak bu çalışmada dikey atama ve/veya yatay konumlandırmayı dikdörtgen atama ile ele alan çalışmalara yer verilmiştir.

Van Nierop ve diğerleri (2008), raf alanı ve raf yerleşiminin satışlar üzerindeki etkisini ölçmek için istatistiksel bir model geliştirmişler ve bir süpermarket zincirinde kâr maksimize eden raf yerleşimlerini bulmak için tavlama dayalı bir sezgisel optimizasyon tekniği önermişlerdir. Hwang, Choi ve Lee (2009), dikdörtgen raf alanında sergilenen çeşitli marka ürünlerle raf alanı tasarımı ve ürün tahsisi problemini ele almışlar ve kâr maksimizasyonunu hedefleyen doğrusal olmayan bir programlama modeli ile genetik algoritma tabanlı sezgisel yöntemler geliştirmişlerdir. Hansen ve diğerleri (2010) çalışmalarında doğrusal olmayan kâr fonksiyonu, konum etkileri ve ürün çapraz esneklik katsayılarını dikkate alarak yeni bir doğrusal model önermişlerdir. Doğrusal programlama modeli ile daha küçük problemler çözülebildiğinden, büyük boyutlu problemler için genetik algoritma tabanlı bir meta-sezgisel algoritma geliştirmişlerdir. Russell ve Urban (2010) ürün ailelerini, ürünlerin yatay ve dikey konumlarını da göz önüne alarak matematiksel model önermişler ve büyük problemler için raf parçalama yaklaşımına dayalı bir alternatif sezgisel algoritma geliştirmişlerdir. Özcan ve Esnaf (2013) bir kitap perakendecisinde yerleşim problemini ele almışlar ve karışık tamsayılı matematiksel model ile birlikte yasak arama ve genetik algoritma sezgisellerini kullanarak bir gerçek hayat problemine çözüm üretmişlerdir. Bai, van Woensel, Kendall ve Burke (2013) iki boyutlu bir raf alanı tahsisi problemi çözümü için bir tamsayılı doğrusal olmayan programlama modeli geliştirmişlerdir. Doğrusal olmayan programlama modeli ile orta büyüklükteki örnekleri çözememişler ve sezgisel yaklaşımlara yönelerek tavlama benzetimi algoritması ile bir hiper-sezgisel öğrenme mekanizması geliştirmişlerdir. Geismar ve diğerleri

(2015) bir DVD kiralama firmasında DVD'lerin maksimum getiri amacıyla raflara yerleşimi problemini ele almışlardır. İki boyutlu gösterim problemi çözümü için doğrusal tamsayılı bir matematiksel model önermişler ancak tek boyutta ardışıklığı sağlamışlardır. Dikdörtgensel yerleşim için ise tamsayılı programlama ve ağırlıklandırılmış bağımsız küme problemi kombinasyonunu kullanmışlar, sonrasında ise bir sezgisel yöntem ile alfabetik sıralama sağlamışlardır. Zhao, Zhou ve Wahab (2016), her bir ürüne olan talebin sadece diğer ürünlere ayrılan raf alanına ve görüntülenen konumlarına değil, aynı zamanda ürünler arasındaki mekansal ilişkilere de bağlı olduğunu kabul etmişler ve ortak optimizasyon modelini çözmek için çok aşamalı tavlama benzetimi tabanlı bir hiper-sezgisel algoritma önermişlerdir. Rabbani, Salmanzadeh-Meydani, Farshbaf-Geranmayeh ve Fadakar-Gabalou (2018) çalışmalarında çapraz esneklik, konum esnekliği ve rafların yatay ve dikey yükseklikleri ile derinliğini dikkate almışlardır. Gösterim yönünü de dikkate aldıkları problem çözümü için raf yüksekliklerini değişken alarak karışık tamsayılı doğrusal olmayan bir matematiksel model geliştirmişler ve büyük boyutlu problemlere de genetik algoritma uygulamışlardır. Bianchi-Aguiar, Silva, Guimarães, Carravilla ve Oliveira (2018) gösterim yönü yanında ürün ailelerini de göz önünde bulundurarak raf atama problemini ele almışlar ve matematiksel programlama tabanlı bir sezgisel yöntem geliştirmişlerdir. Hübner ve diğerleri (2021), Geismar ve diğerleri (2015) çalışmasını genişletmiş ve 2BRAP için stokastik bir matematiksel model geliştirmişlerdir. Büyük boyutlu problemler için genetik algoritma tabanlı bir sezgisel önermişler ve sezgisel çözümlerin kalitesini tek boyuta gevşetilmiş matematiksel model ile ölçmüşlerdir. Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) çalışmalarında 2BRAP'ı ele almışlar ve problem çözümü için mantık-tabanlı Benders algoritması geliştirmişlerdir. Sonrasında ayrıştırma yöntemleri ile gerçek boyutlu problemlerin optimal çözümlerine ulaşmışlardır. Bu çalışma ise Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) çalışmasının devamı niteliğindedir. Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) çalışmasındaki tamsayılı matematiksel modeldeki (MIP1) ardışıklık kısıtları gevşetilmiş ve amaç fonksiyonu kaldırılarak sadece uygun çözümlerin elde edilebildiği yeni bir tamsayılı matematiksel model (TP) önerilmiştir. TP modeli ile meta-sezgisel yöntemlerden genetik algoritma (TP-GA) ve ateş böceği algoritması (TP-ABA) bir arada kullanılarak iki adet matsezigisel algoritma geliştirilerek daha büyük problemlerin çözülmesi hedeflenmiş ve başarılmıştır.

Literatürde iki boyutlu raf alanı tahsisi problemi için farklı çözüm yöntemleri geliştirilmiş olsa da tamsayılı programlama ile genetik algoritma ve ateş böceği algoritması meta-sezgisel yöntemlerinin bir arada kullanıldığı matsezigiseller sınırlı sayıdadır ve bilindiği kadarıyla ateş böceği algoritması ile desteklenen bir matsezigisel 2BRAP için henüz geliştirilmemiştir. Genetik algoritma ile desteklenen matematiksel modeller ise doğrusal olmayan yapıdadır (Hübner ve diğerleri, 2021). Dolayısıyla, çalışmada geliştirilen yenilikçi çözüm yöntemleri ile de literatüre katkı sağlanmıştır.

2. Materyal ve Yöntemler

2.1. İki Boyutlu Raf Atama Problemi (2BRAP)

Bu çalışma, bir kitabevinde maksimum kâr amacıyla kitapların raflara dikdörtgensel yerleştirilmesi problemini çözebilmek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Kitabevi yönetimi, kitapların görünürlüğünü ve erişimini artırmak amacıyla bir kitaptan birden fazla adette ve dikdörtgen düzenleme ile yerleştirmektedir. Bu aşamada kitabevi dikdörtgensel yerleşimi sağlasa da raf alanlarının seçiminde sistematik bir yaklaşım uygulamamaktadır ve yerleşim kararları geçmiş deneyimlere ve önceki tahsis yerlerine göre verilmektedir. Kitabevinin, satışları ve dolayısıyla kârı arttıracak dikdörtgensel yerleşimleri belirleyebilen, bir diğer ifade ile iki boyutlu raf alanı tahsisi (atama) olarak sınıflandırılan bu problemi çözebilen yöntemlere ihtiyacı vardır.

İki boyutlu raf atama problemi; ürünlerin kalınlıklarının da dikkate alındığı iki boyutta (x-boyutu / genişlik ve y-boyutu / yükseklik) gösterim adetlerinin (*facing units*) maksimum kâr amacıyla belirlenerek bitişik dikdörtgensel yerleşimi sağlayacak şekilde raflara atanması problemidir. D adet ürün farklı şekil ve boyutta olabilir ve bunlar K adet kabinde sergilenebilir. K kabininin R_k adet satırı ve C_k adet sütunu vardır; dolayısıyla bir kabin $R_k * C_k$ adet hücre kapasitelidir. Gösterim adetleri başlangıçta bilinmemekte ve ürünlerin kârı göz önüne alınarak geliştirilen çözüm algoritmaları tarafından belirlenmektedir. Raf içi stoklama yapılmamaktadır, dolayısıyla çözüm aşamasında belirlenen adetlerde raf hücrelerine yalnızca bir birim ürün atanmaktadır. Ürünler boş hücre kalmayacak şekilde sınırlı raf alanına yerleştirilirler ve raflardaki satırların etki değerleri orta raflarda yüksek iken, yukarı ve aşağı raflara gidildikçe azalmaktadır. Bir ürünün bütün gösterim adetleri aynı kabine atanmalıdır. Bir d ürünü birden fazla satıra atanırsa, bu satırlar ardışık olmalıdır ve bu ürünün gösterim adetleri ardışık satırlarda aynı olmalıdır (w_d). Ayrıca, eğer ürün birden fazla sütuna tahsis edilmişse, bu sütunların ardışık olması ve ardışık sütunlardaki ürünün gösterim adetlerinin (h_d) eşit olması gerekir. Bu şekilde, bir ürüne ait bütün birimler bitişik bir dikdörtgen şeklinde kabinde yerleştirilebilir. Bir satırda yer alacak ürün sayısını belirlemede önemli olan ürün kalınlıkları ile hücre sayısı netleşir. Hücrelerin adetleri minimum kalınlıktaki ürün dikkate alınarak belirlenir. Kalınlığı farklı olan ürünlerin kaplayacağı hücre sayısı ise minimum kalınlık ile oranlanarak hesaplanır. Dolayısıyla atanan ürünlerin kalınlıklarına bağlı olarak satırlardaki uygun yerleşim hücre adetleri değişkenlik gösterir. Ürün kalınlıklarının hesaplanması ve bu değerlere göre sütun sayılarının belirlenmesi ile ilgili detaylı bilgiye Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) çalışmasından ulaşılabilir.

Bir d ürününün bir gösterim adedinden elde edilen gelir V_d 'dir ve her k kabinindeki i sırasının gösterim etkinliği A_i 'dir. Dreze, Hoch ve Purk, (1994) çalışmalarında göz hizasındaki rafların/satırların diğerlerinden daha önemli olduğunu ve kâr maksimizasyonuna etki ettiğini göstermişlerdir. Her kabinde sabit olan sekiz satır için etki değerleri, göz hizasındakiler (4.satır ve 5.satır) en yüksek etki değerine ve uç sıralar en düşük etki değerine (1.satır ve 8.satır) sahip olacak şekilde $A_i = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8) = (5, 6, 7, 8, 8, 7, 6, 5)$ belirlenmiştir.

Daha önce de bahsedildiği gibi ele alınan iki boyutlu raf atama probleminde talebin alan esnekliği ve konum

esnekliğinden etkilendiği kabul edilmiş ve dikey etkiler ve çapraz-esneklik etkileri dikkate alınmamıştır. Literatürdeki çalışmalar da bu kabulün geçerli olduğunu desteklemektedir (Bianchi-Aguar ve diğerleri, 2018; Chandon ve diğerleri, 2009; Dreze ve diğerleri, 1994; Kök, Fisher ve Vaidyanathan, 2015; Yang ve Chen, 1999). Talep fonksiyonu $Q_{dik}(n_{dik})$ eşitlik (1)'deki gibi tanımlanmıştır. Bir d ürününün k kabininde i satırındaki gösterim adedi n_{dik} , d ürününün bir gösterim adedine olan minimum talebe eşit (bu problemde 1'dir) değiştirilmemiş temel talep α_d , ve alan esnekliği β_{dik} terimleri ile temsil edilmiştir.

$$Q_{dik} = \alpha_d * n_{dik}^{\beta_{dik}} \quad (1)$$

Kârın maksimizasyonunu hedefleyen amaç fonksiyonu, ürünlerin konumuna bağlıdır ve ürünlerin satırlardaki konumlarını (dikey konumlarını) ve gösterim adetlerini değiştirilerek kârı maksimize etmeyi amaçlar. Ürün d 'den elde edilen kârın V_d olduğu göz önüne alındığında, amaç fonksiyonu, eşitlik 2'deki gibi doğrusal olmayan S-şekilli Gompertz büyüme modeli kullanılarak modellenilebilir (Dreze ve diğerleri, 1994).

$$z = V_d * \alpha_d * n_{dik}^{\beta_{dik}} \quad (2)$$

Yang ve Chen (1999) çalışmalarında amaç fonksiyonunu doğrusal hale getirmek için β_{dik} tahmininin mümkün olmadığı durumlarda yaklaşıklığın geçerli olmasını sağlamak amacıyla gösterim adetlerinin üst ve alt sınırlarını kullanmayı önermişler ve ürün kârının az sayıda gösterim adedi olduğunda doğrusal olduğunu varsaymışlardır. Bu çalışmada da d ürünü gösterim adetlerinin üst sınırı/alt sınırı U_d/L_d ile temsil edilmekte ve kitabevi tarafından belirlenmektedir. Dolayısıyla bu varsayım 2BRAP için kullanıldığında, amaç fonksiyonu eşitlik (3)'de olduğu gibi doğrusal hale gelebilir ve dikey konum etkisi, her i satırı için tanımlanan A_i satır etkinliği ile fonksiyona yansıtılır.

$$z = V_d * A_i * \alpha_d * n_{dik} \quad (3)$$

Bir k kabininde i satırındaki d ürünü için potansiyel kâr z , d ürününden elde edilen kâr (V_d), i satırının etkinliği (A_i) ve d ürünün bir gösterim adedi için olan minimum talep ($\alpha_d = 1$) ve k kabininde i satırında d ürününün gösterim adedi (n_{dik}) çarpılarak hesaplanır. Bu amaç fonksiyonu çalışmada geliştirilen yöntemler tarafından bulunan çözümlerin değerlendirilmesinde kullanılmıştır.

İki boyutlu sırt çantası problemleri sınıfına ait olan 2BRAP bir NP-Zor problemidir. İki boyutlu sırt çantası problemlerinde, belirli bir genişliğe ($S^{genislik}$) ve derinliğe ($S^{derinlik}$) sahip iki boyutlu dikdörtgen bir S alanına bir dizi $r \in R$ dikdörtgenin atanması sağlanır (Hübner ve diğerleri, 2021). Ele alınan problemde kitabevindeki bir kabin, belirli bir genişlik (C_k) ve yüksekliğe (R_k) sahip, kapasiteli, iki boyutlu dikdörtgen bir K alanıdır. Bir r dikdörtgeni, ögenin kendisini değil, genişlik ve yükseklik olmak üzere iki boyutu olan gösterim alanını temsil eder. Kabinde bulunan rafların yükseklikleri/sınırları göz ardı edilebilir çünkü bu sınırlar r dikdörtgenlerin dağılımını, yerleşimini ve boyutlarını kısıtlamaz. Ayrıca çözüm için geliştirilen matematiksel modeller, raf iç yüksekliği ile ilgili herhangi bir kısıt barındırmamaktadır. Bu nedenle kabinler, iç rafların sınırlarından bağımsız olarak, belli bir kapasiteye sahip iki boyutlu dikdörtgen bir alan haline gelirler. Bununla beraber 2BRAP iki boyutlu sırt çantası problemine kıyasla bir diğer zorlayıcı yanı da dikdörtgenlerin boyutlarının başlangıçta

bilinmemesi ve önerilen çözüm yöntemlerinin ürünlerin genişliğini ve yüksekliğini belirlemesi gerekliliğidir. Sonuç olarak 2BRAP çözümü için geliştirilen yöntemler iki boyutlu sırt çantası problemlerinin ve literatürdeki benzer problemlerin çözümünde kullanılabilir. 2BRAP çözümü için geliştirilen yöntemler sonraki bölümde detaylandırılmıştır.

2.2. Çözüm Yöntemleri

Bu çalışmada ele alınan 2BRAP çözümü için Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) tarafından bir tamsayılı matematiksel programlama modeli geliştirilmiştir (MIP1). MIP1 modeli ile ürünlerin gösterim adetleri satırda ve sütunda ardışık olarak yerleştirilmektedir. Ancak satırda ve sütunda ardışıklık kısıtlarının eşzamanlı değerlendirilmesi büyük problemlerin kabul edilebilir sürelerde çözülmesini zorlaştırmıştır. Bu sebeple bu makalede meta-sezgisel yöntemler kullanılmış ve problem çözümü için genetik algoritma ve ateş böceği algoritması tabanlı matsezigisel yaklaşımlar önerilmiştir.

Popülasyon tabanlı olan meta-sezgisellerden genetik algoritma ve ateş böceği algoritmasında popülasyonu oluşturan bireylerin uygun çözümler olması gerekmektedir. Çözüm başlangıcında ürünlerin satırdaki (w_d) ve sütundaki adetleri (h_d) belli olmadığından bu değişkenlerin meta-sezgisel algoritmalar tarafından belirlenmesi gerekmektedir. Ancak bu algoritmalar ile uygun çözümü sağlayan genişlik ve yükseklik değerlerine sahip bireyleri üretmek oldukça zordur. Bu sebeple başlangıç popülasyonu oluşturma aşamasında tamsayılı programlamadan yararlanılmış ve EK-A'da detayları verilen tamsayılı programlama (TP) modeli geliştirilmiştir. TP modelinde satırda ve sütunda ardışıklığı sağlayan kısıtlar kullanılmamıştır. TP modelinin bir optimal çözüm bulması yerine ilgili problem için bütün uygun çözümleri bulması ve kaydetmesi sağlanmıştır. Bu çözümler daha sonra kural tabanlı bir algoritma (KTA) kullanılarak popülasyon büyüklüğü adedince farklılaştırılarak çoğaltılmıştır. Meta-sezgisel algoritmalar, TP tarafından belirlenen ve KTA tarafından çoğaltılan popülasyon ile çözüme başlamış ve her birey için satır ve sütun ardışıklarının sağlandığı çözümleri elde ederek eşitlik (3)'de verilen amaç fonksiyonu ile kârı hesaplamışlardır. Amaç fonksiyonu değerlerine göre meta-sezgisel algoritmaların adımları uygulanmıştır. Algoritmaların adımları sonraki bölümlerde detaylandırılmıştır.

2.3. Tamsayılı Programlama ve Genetik Algoritma Tabanlı Matsezigisel: TP-GA

Meta-sezgisel algoritmalar sınıfına dahil olan genetik algoritma, Holland (1975) tarafından tanıtıldığı günden bugüne kadar birçok kombinatoriyal optimizasyon problemi çözümünde başarıyla kullanılmıştır. Biyolojik organizmaların genetik işlemlerine dayanan ve popülasyon tabanlı bir sezgisel olan genetik algoritmada popülasyondaki bireylerin her birinin uygun çözüm olması gerekir. 2BRAP çözümünde popülasyondaki bireylerin ardışıklık kısıtları dikkate alınarak üretilmesi ve her birinin uygunluğunun kontrolü, genetik algoritmanın performansını düşürmüştür. Tek başına çözüm için kullanılan genetik algoritmaya alternatif olarak matematiksel programlama ve genetik algoritma tabanlı bir matsezigisel yaklaşım (TP-GA) geliştirilmiştir.

TP-GA matsezigiselinde, problem EK-A'da verilen TP matematiksel modeli ile çözülüp kural tabanlı bir algoritma ile (KTA) popülasyon büyüklüğü adedince uygun çözüm üretilmesi

sağlanır. Sözde kodu Tablo 1'de verilen KTA ile uygun çözümlerdeki d ürününün atandığı kabin (x_d), gösterim genişliği (w_d) ve gösterim yüksekliği (h_d) belirlenir. Sonrasında uygun çözümü sağlayan bu değerler genetik algoritmaya gönderilir ve algoritma tarafından ürünlerin ataması yapılır. TP-GA matsezigiselinin sözde kodu Tablo 2'deki gibidir. Matsezigiseldeki genetik algoritma (GA) parametreleri (çaprazlama oranı P_c , mutasyon oranı P_m , popülasyon büyüklüğü P , maksimum iterasyon sayısı I_{max}) tanımlanır ve uygunluk fonksiyonu (kâr maksimizasyonu) belirlenir. TP modelinden elde edilen uygun çözümler ve KTA'dan yararlanarak popülasyon büyüklüğü kadar birey üretilir. En iyi çözüm önceden belirlenen maksimum iterasyon sayısı (I_{max}) kadar değişmeyeceye kadar P_c oranına göre çaprazlama ve P_m oranına göre mutasyon işlemleri sırasıyla uygulanır.

Tablo 1. KTA sözde kodu (Table 1. KTA Pseudo Code)

$S_j = \emptyset, \forall j=1, \dots, D$ (maksimum ürün adedi) (S_j =atanan ürünler kümesi)
 $A_{pj}=j$ ürünün kapladığı alan (satır*sütun)
 $A_{ci}=i$ kabinin kalan alanı (satır*sütun)
 $T_{yki}=1$, i kabininin y satırının k sütununa ürün atanmışsa; eğer atanmamışsa =0.

1. **Begin**
2. **While** (bütün ürünler kabinlere atanana kadar) ($s(S_j)$ =ürün adedi)
3. Her j ürününü yüksekliklerine (h_j) göre sırala.
4. For $i=1$: kabin sayısı
5. For $j=1$: ürün sayısı
6. If ($A_{pj} \leq A_{ci}$) AND ($j \notin S_j$)
7. j ürününü $y = \text{rand}(1, \text{satır sayısı}+1)$ satırına ata.
8. For $k=1$: i kabininin sütun sayısı
9. If ($h_j+y \leq i$. kabininin sütun sayısı) AND ($w_j+k \leq i$. kabininin satır sayısı)
10. If isAssigned(y, h_j, k, w_j, i) <> 0
11. $S_j = S_j \cup \{j\}$
12. $A_{ci} = A_{ci} - A_{pj}$
13. Break;
14. End For k
15. End For j
16. End For i
17. End While
18. **End**
19. **Metot**: isAssigned (y, h_j, k, w_j, i)
20. For $a=y$: $y+h_j$
21. For $b=k$: $k+w_j$
22. If $T_{abi}=0$
23. Return 1
24. Else break and return 0

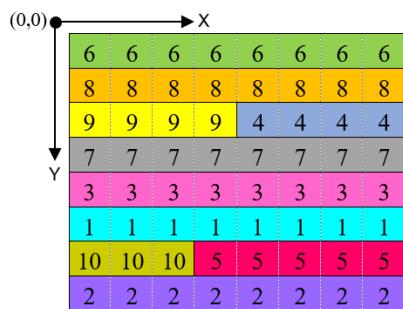
Geliştirilen TP-GA matsezigiselindeki GA işleyişi ile ilgili detaylar aşağıda belirtilmiştir.

Kromozom Gösterimi: Kromozomun genlerinde sırasıyla her ürün için sergileme yüksekliği, sergileme genişliği, sergilendiği X konumu değeri, sergilendiği Y konumu değeri, atandığı kabin numarası ve uygunluk fonksiyonu değerleri tutulmaktadır. Şekil 1'de kromozomun ilk geninde 1 numaralı ürünün, 1 numaralı kabinin sol üst köşesinden X koordinatında 5 birim, Y koordinatında 0 birim uzaklıkta konumunun başlayacağı bilgisi yer almaktadır. 1 numaralı ürün bu konumdan itibaren sağa doğru 8 birim genişlikte ve 1 birim yükseklikte yer kaplamaktadır.

Tablo 2. TP-GA sözde kodu (Table 2. TP-GA Pseudo Code)

1. **Begin**
2. Parametreleri tanımla ve uygunluk fonksiyonu (amaç fonk.) belirle.
3. TP ile bütün uygun çözümleri bul, $U = \{U_1, \dots, U_{\max}\}$.
4. Her U kümesindeki her d ürünü için x_d , w_d , h_d değerlerini elde et.
5. x_d , w_d , h_d değerlerini kaydet.
6. **For** $i=1: U_{\max}$
7. KTA ile uygun birey q_i üret.
8. Her q_i bireyinin x_d , w_d , h_d değerleri ile kabindeki satır ve sütun başlangıçlarını belirle.
9. q_i uygunluk değerini hesapla.
10. $P = P \cup q_i$, yeni bireyi popülasyona ekle.
11. **End For** i
12. **If** ($U_{\max} < P$) -Uygun çözüm adetleri popülasyon büyüklüğünden küçük olduğunda;
13. **For** $i=U_{\max}: P$
14. U kümesinden rastgele bir çözüm seç.
15. KTA ile uygun birey q_i üret.
16. Her q_i bireyinin x_d , w_d , h_d değerleri ile kabindeki satır ve sütun başlangıçlarını belirle.
17. q_i uygunluk değerini hesapla.
18. $P = P \cup q_i$, yeni bireyi popülasyona ekle.
19. **End For** i
20. **End If**
21. Nesil iyileştirmek için Turnuva Seçim Yöntemi uygula.
22. **While** ($t < \text{Maksimum iterasyon sayısı } (I_{\max})$)
23. Rastgele seçilen iki birey q_1 ve q_2 için P_c çaprazlama oranına göre çaprazlama operatörü uygulayarak q_1' ve q_2' yavrularını elde et.
24. Rastgele seçilen birey için P_m mutasyon oranına göre mutasyon operatörü uygula ve yeni bireyin uygunluk değerini hesapla.
25. Yeni nesilde en iyiyi (q_{best}^t) bul.
26. **If** $q_{best}^{t-1} < q_{best}^t$ **then**
27. $t = t + 1$
28. **End If**
29. **End While**
30. En iyi bireyi (q_{best}) belirle.
31. **End**

Ürün No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Genişlik	8	8	8	4	5	8	8	8	4	3
Yükseklik	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y Konumu	5	7	4	2	6	0	3	1	2	6
X Konumu	0	0	0	4	3	0	0	0	0	0
Kabin No	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1



Şekil 1. Örnek kromozom ve kromozomun çözülmesi (Figure 1. A sample of chromosome and the analysis of the chromosome)

Başlangıç Popülasyonu: Başlangıç popülasyonu, kullanıcı tarafından belirlenen adette (P) TP modelinden gelen sergileme kabini, sergileme genişlik ve sergileme yükseklik değerlerine göre kabine ataması yapılmış bireylerden oluşur.

Uygunluk Fonksiyonu: Kromozomda saklanan bilgileri kullanarak amaç fonksiyon değeri, kabinde bulunan her bir rafın etki değeriyle, ürünün kâr değerinin çarpılmasıyla elde edilir. Her bireyin amaç fonksiyon değeri hesaplanır. Uygunluk fonksiyonu olarak amaç fonksiyonu değeri tercih edilmiştir.

Kromozom seçimi: Mevcut popülasyondan bir grup birey, seçim aşamasında üreme basamağı için eşleşme havuzu oluşturmak üzere seçilir. Seçimin amacı, iyi bireyleri tutmak ve kötü bireyleri bir nesilden diğerine geçerken ortadan kaldırmaktır. Popülasyon büyüklüğünce (P adet) birey olana kadar turnuva seçim tekniği uygulanır. Böylece, yüksek amaç fonksiyonu değerine sahip olan kromozom, düşük amaç değerine sahip olan kromozomdan daha fazla seçilme şansına sahip olduğundan nesil iyileşmektedir. Kromozomlar üreme için seçildikten sonra, çaprazlama ve mutasyon operatörleri yavruları üretmek için uygulanır.

Çaprazlama Operatörü: Çaprazlama operatörü, gelecek nesillere eklenecek iki yeni kromozom üretmek için seçilen iki kromozomun genlerini yeniden birleştirir. Her ebeveynin en iyi özelliklerini almayı ve kalan özellikleri yavruları oluşturma aşamasında karıştırmayı amaçlar. Tek noktada çaprazlama, ürünün kabindeki yükseklik ve genişlik genlerine uygulanmaktadır. Toplam ürün sayısı D adet olduğunda $k \in [2, D-1]$ tamsayı pozisyonunda düzgün dağılım ile rastgele bir çaprazlama noktası üretilir. İlk ebeveyndeki 1'den k 'ya kadar olan kısım, birinci yavruya kopyalanır ve daha sonra bu yeni parça dizilerinin kalan kısmı, ikinci ebeveynde görüldüğü gibi aynı sırada tamamlanır ve simetrik işlem ile ikinci yavru üretilir. Şekil 2'de çaprazlama işlemine örnek verilmiştir. Düzgün dağılım ile rastgele üretilen çaprazlama noktası ($k=3$) siyah çizgi ile belirtilmiştir. 1.yavrunun bu k noktasına kadar olan sıralaması ilk ebeveynin ve kalan gen sıralaması da ikinci ebeveynin gelmektedir. Benzer şekilde, 2.yavrunun da bu k noktasına kadar olan sıralaması ikinci ebeveynin ve kalan gen sıralaması da ilk ebeveynin gelmektedir. Daha sonra ilgili genişlik, yükseklik değerleriyle atamalar yapılır. Çaprazlama sonucunda uygun çözüme uymayan yavruların oluşmaması için, yavruların üretimi aşaması takip edilir ve gerekli düzenlemeler yapılır. Kabindeki boş hücrelere kalan ürünler sığmıyorsa yeniden atama yapılır. Bu aşamada, ürünlerin X konumu ve Y konumu sabit olan genişlik ve yükseklik değerleriyle yeniden hesaplanır. Daha sonra, üretilen yavrulardan amaç fonksiyonu değeri ebeveyninkinden büyük olan yavru, ebeveynin yerine geçer. Çaprazlama operatörünü uygulama olasılığı, çaprazlama oranı P_c ile belirlenir.

Mutasyon Operatörü: Mutasyon işlemi, bireylere rastgele genler ekleyerek veya bireylerin kromozomlarını değiştirerek daha geniş bir çözüm alanının taranmasını amaçlar. Şekil 3'te görüldüğü gibi rastgele seçilmiş bir bireyin, aynı boyutta sergileme alanı kaplayan ürünlerinin yerleri değiştirilmektedir. Bu örnekte Ürün-3 ve Ürün-7 yer değiştirmiştir. Mutasyon operatörünün uygulama olasılığı, önceden tanımlanmış mutasyon oranı P_m ile belirlenir.

2.4. Tamsayı Programlama ve Ateş Böceği Algoritması Tabanlı Matsezgisel: TP-ABA

Ateş böceği algoritması (*firefly algorithm*) Yang (2008) tarafından ateş böceklerinin sosyal davranışlarının benzetimine dayanarak geliştirilmiş güçlü ve etkili bir sürü tabanlı meta-sezgisel algoritmadır. Ateş böceklerinin parlaklığa duyarlı sosyal davranışlarını ele alarak geliştirilmiştir. Literatürdeki çalışmalar ve deneysel karşılaştırmalar, ateş böceği algoritmasının yüksek başarı oranları ile global optimum değeri bulmakta çok etkili olduğunu ve hem parçacık sürü optimizasyonu hem de genetik algoritmadan üstün olduğunu göstermektedir (Yang 2009). Ayrıca literatürde 2BRAP'ne benzer problemlerde (2 boyutlu kesme problemi, paketleme problemi vb.) ateşböceği algoritması ile başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Bu nedenle çalışma kapsamında ele alınan problem çözümü için matematiksel programlama ve ateş böceği algoritması tabanlı bir matsezgisel yaklaşım (TP-ABA) geliştirilmiş ve sözde kodu Tablo 3'de özetlenmiştir. TP-ABA'daki ateş böceği algoritmasının (ABA) işleyişi ile ilgili detaylar aşağıda belirtilmiştir.

Çözüm Gösterimi: Bölüm 2.3'de detaylandırılan genetik algorithmada kullanılan çözüm yaklaşımı bu algorithmada da kullanılmıştır. Kromozomların genleri, ateş böceklerinin de parametre boyutları olarak tanımlanmıştır.

Başlangıç Popülasyonu: İlk popülasyonun kalitesi, bir algoritmanın performansı üzerinde büyük bir etkiye sahiptir. Başlangıç popülasyonunda hem problemin özelliğini hem de çözüm kalitesini dikkate alarak, TP modeli çözülmüş ve uygun çözümlerin kabin, genişlik ve yükseklik değerleri elde edilmiştir. Daha sonra bu değerlere göre ürünler Tablo 3 adım 3'de gösterildiği gibi uygun boyutlarda kabinlerine atanarak başlangıç popülasyonu (P) kadar ateş böcekleri üretilmiştir.

Uygunluk Fonksiyonu: Ateş böceğinde saklanan bilgileri kullanarak amaç fonksiyon değeri, kabinde bulunan her bir rafın etki değeri ve ürünün kâr değeri çarpılarak elde edilmiştir. Uygunluk fonksiyonu olarak amaç fonksiyonu değeri tercih edilmiştir.

Çözüm Güncelleme: ABA'da oluşturulan her bir ateş böceği diğer tüm ateş böceklerini kontrol eder ve kendinden parlak olan ateş böcekleri için formüle bağlı olarak onlara doğru hareket ederken eğer parlak değilse rastgele hareket gerçekleştirir.

Uzaklık hesabı: İki ateş böceği arasındaki mesafe (r) bulunurken, her iki ateş böceği (i ve j) arasındaki, sırasıyla x_i ve x_j konumlarındaki mesafe, Hamming uzaklığı kullanılarak ölçülmüştür. Hamming uzaklığı, bilgisayar bilimlerinde aynı uzunluktaki iki dizginin birbirine dönüşebilmesi için gerekli olan yer değiştirme sayısıdır (Hamming, 1950). Örneğin [100011101] ile [100101101] dizgileri arasındaki Hamming uzaklığı, benzemeyen hane sayıları toplamı, yani 2 olacaktır.

Işık yoğunluğu: Işık kaynağının belli bir uzaklıktaki şiddetidir. Ateş böceğinin uygunluk değeri ışık yoğunluğu olarak belirlenmiştir.

Çekicilik: Bir ateş böceğinin çekiciliği, ışık yoğunluğuyla belirlenir. Her ateş böceği, diğer ateş böceklerini ne kadar güçlü çektiğini belirten kendine özgü çekiciliğe (β) sahiptir. Geliştirilen algorithmada, ateş böceğinin çekiciliği eşitlik (4) ile hesaplanmıştır (Karthikeyan, Asokan ve Nickolas, 2014).

1.Ebeveyn										
Ürün No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Genişlik	8	8	8	4	5	8	8	8	4	3
Yükseklik	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y Konumu	6	5	0	4	1	7	3	2	4	1
X Konumu	0	0	0	4	3	0	0	0	0	0
Kabin No	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

2.Ebeveyn										
Ürün No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Genişlik	8	8	8	4	5	4	8	8	4	3
Yükseklik	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1
Y Konumu	7	6	5	2	4	3	1	0	2	4
X Konumu	0	0	0	4	3	0	0	0	0	0
Kabin No	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

1.Yavru										
Ürün No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Genişlik	8	8	8	4	5	4	8	8	4	3
Yükseklik	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1
Y Konumu										
X Konumu										
Kabin No	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

2.Yavru										
Ürün No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Genişlik	8	8	8	4	5	8	8	8	4	3
Yükseklik	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y Konumu										
X Konumu										
Kabin No	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Şekil 2. Çaprazlama operatörü (Figure 2. Cross-over operator)

Ürün No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Genişlik	8	8	8	4	5	8	8	8	4	3
Yükseklik	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y Konumu	5	7	4	2	6	0	3	1	2	6
X Konumu	0	0	0	4	3	0	0	0	0	0
Kabin No	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Ürün No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Genişlik	8	8	8	4	5	8	8	8	4	3
Yükseklik	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y Konumu	5	7	3	2	6	0	4	1	2	6
X Konumu	0	0	0	4	3	0	0	0	0	0
Kabin No	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	4	4	4	4	4	4	4
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	10	10	5	5	5	5	5	5	5	5
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	4	4	4	4	4	4	4
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	10	10	5	5	5	5	5	5	5	5
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Şekil 3. Mutasyon operatörü (Figure 3. Mutation operator)

Durdurma Kriteri: Durdurma kriteri, algoritmanın performansını etkilediği için genetik algoritmanın tasarımında önemli kararlardan biridir. Önerilen genetik algoritma, önceden tanımlanmış bir maksimum iterasyon sayısına kadar en iyi çözüm değişmediğinde durmaktadır.

TP-GA algoritmasına alternatif olarak popülasyon tabanlı ve son yıllarda popülerliği hızla artan ateş böceği algoritması da değerlendirilmiştir. Benzer şekilde TP-ABA algoritması geliştirilmiş ve sonraki bölümde detaylandırılmıştır.

$$\beta(r) = \beta_0 / (1 + (\gamma r)^2) \quad (4)$$

Formülde yer alan γ , sabit emilim katsayısını ifade ederken β_0 , ateş böceğinin parlaklığı yani uygunluk değeridir. Fakat daha hızlı bir çözüm için $\beta_0=1$ olarak alınmıştır.

Tablo 3. TP-ABA sözde kodu (Table 3. TP-ABA Pseudo Code)

```

1. Begin
2. Parametreleri tanımla ve uygunluk fonksiyonu belirle.
3. TP ile bütün uygun çözümleri bul,  $U=\{U_1, \dots, U_{\max}\}$ .
4. Her  $U$  kümesindeki her  $d$  ürünü için  $x_d$ ,  $w_d$ ,  $h_d$  değerlerini elde et.
5.  $x_d$ ,  $w_d$ ,  $h_d$  değerlerini kaydet.
6. For  $i=1: U_{\max}$ 
7. KTA ile uygun ateş böceği  $p_i$  üret.
8. Her  $p_i$  ateş böceğinin  $x_d$ ,  $w_d$ ,  $h_d$  değerleri ile kabindeki satır ve sütun başlangıçlarını belirle.
9.  $p_i$  için ışık yoğunluğu ( $I_i$ ) hesapla.
10.  $P=P \cup p_i$ , yeni ateş böceğini popülasyona ekle.
11. End For  $i$ 
12. If ( $U_{\max} < P$ ) -Uygun çözüm adetleri popülasyon büyüklüğünden küçük olduğunda;
13. For  $i=U_{\max} - P$ 
14.  $U$  kümesinden rastgele bir çözüm seç.
15. KTA ile uygun ateş böceği  $p_i$  üret.
16. Her  $p_i$  ateş böceğinin  $x_d$ ,  $w_d$ ,  $h_d$  değerleri ile kabindeki satır ve sütun başlangıçlarını belirle.
17.  $p_i$  için ışık yoğunluğu ( $I_i$ ) hesapla.
18.  $P=P \cup p_i$ , yeni ateş böceğini popülasyona ekle.
19. End For  $i$ 
20. End If
21. Sabit emilim katsayısını ( $\gamma$ ) belirle.
22. While ( $t < \text{Maksimum iterasyon Sayısı} (I_{\max})$ )
23. For  $i=1: P$ 
24. For  $j=1: P$ 
25. If ( $I_j > I_i$ ) then
26. Ateş böceği  $p_i$  ve  $p_j$ 'yi çekiciliklerine göre hareket ettir. Hareket adımlarını (Adım 1, Adım 2, Adım 3) uygula.
27.  $p_i$  ateş böceğini Adım 3'de oluşturulan aday çözümle güncelle ve ışık yoğunluğunu hesapla.
28. End If
29. End For  $j$ 
30. End For  $i$ 
31. Mevcut en iyiyi ( $p_{best}$ ) bulmak için ateş böceklerini sırala.
32.  $[0,1]$  aralığında rassal sayı ( $rand$ ) üret.
33. If  $rand < 0,5$  then
34. Rastgele seçilen bir ateş böceğine komşuluk arama algoritması (KAA) uygula.
35. KAA ile üretilen ateş böceği ile rastgele seçilen ateş böceğini değiştir.
36. End If
37. Ateş böcekleri içinde en iyiyi bul ve  $p_{best}$ 'i güncelle.
38. If  $p_{best}^{t-1} < p_{best}^t$  then
39.  $t=t+1$ 
40. Else  $t=0$ 
41. End If
42. End While
43. En iyi ateş böceğini ( $p_{best}$ ) belirle.
44. End

```

Hareket: Seçilen i ateş böceği, j ateş böceğinin parlaklık değerine göre hareket eder. Böylece ateş böceği her zaman başka bir ateş böceğine yaklaştırılır yani mesafeleri azalır. Bunun için uygulanan adımlar şöyle özetlenebilir:

Adım 1: İki ateş böceği arasındaki sergileme genişlik ve sergileme yükseklik değerleri için Hamming uzaklıkları ayrı ayrı bulunur ve sırasıyla r_1 , r_2 olarak saklanır. Yapılması gereken değişiklikler de sırasıyla d_1 , d_2 olarak listede tutulur.

Adım 2: Çekicilikleri r_1 ve r_2 için ayrı olarak eşitlik (4) ile hesaplanır ve (0,1) arasında rassal sayı üretilir.

Adım 3: Aday çözüm oluşturulurken;

- Eğer üretilen rassal sayı, $\beta(r_1)$ 'den ve $\beta(r_2)$ 'den küçükse ilgili ürün için sergileme genişlik değerleri d_1 içinden seçilir. Sergileme yükseklik değeri ise d_2 'den gelir.
- Eğer üretilen rassal sayı, sadece $\beta(r_1)$ 'den küçükse ilgili ürün için sergileme genişlik değerleri d_1 içinden seçilir. Sergileme yüksekliği değişmez.
- Eğer üretilen rassal sayı, sadece $\beta(r_2)$ 'den küçükse ilgili ürün için sergileme yükseklik değerleri d_2 içinden seçilir. Sergileme genişliği değişmez.

Daha sonra bu genişlik, yükseklik ve atanan kabinlerle X ve Y konumları üretilir.

Her iterasyonda oluşturulan aday çözüm, EK-A'da verilen TP modelinde belirtilen kısıtları yerine getirmek zorundadır ve bu nedenle, çözümün uygulanabilirliği kontrol edilir ve sağlanır.

Komşuluk Arama Algoritması (KAA): Çözüm alanında aramayı genişletmek için yerel komşuluk arama algoritması kullanılmıştır. Oluşturulan ateş böceklerinin her birinin sergileme genişlik ve sergileme yükseklik parametrelerine sırayla bu geliştirmeler uygulanır. Bu şekilde nesilde iyileşme sağlanmaktadır. Rasgele seçilen bir ateş böceğinin aynı kabinde yer alan rasgele seçilmiş iki ürünü için mevcut sergileme genişlik ve yükseklik değerleriyle kaplanan alan büyüklüğünü sağlayan yeni genişlik ve yükseklik değerleri üretilir. Daha sonra bu yeni değerlerle X konumu ve Y konumu parametreleri tekrar oluşturularak komşu çözüm üretilmiş olur.

Durdurma Kriteri: ABA önceden tanımlanmış bir maksimum iterasyon sayısına kadar en iyi çözüm değişmediğinde durmaktadır.

Tablo 4'te ABA için bir güncelleme örneği verilmiştir. İki ateş böceği p_1 ve p_2 için amaç fonksiyonu değerleri hesaplanmıştır. Farklı elemanlar seçilmiş ve Hamming uzaklıkları hesaplanmıştır. Ateş böceği p_2 'nin p_1 ateş böceğinden farklı elemanlarını belirten liste oluşturulmuştur. Parantez içindeki ilk değer ürün numarasını, ikinci değer p_1 ateş böceğinin elemanını göstermektedir. Daha sonra eşitlik (4)'e göre çekicilikleri hesaplanır. (0,1) arasında üretilen rassal sayıya göre Adım 3'te belirtildiği şekilde hareket gerçekleştirilir. X ve Y konumları da elde edilen yeni çözüme göre güncellenir.

TP modeli ile üretilen uygun çözümler bu bölümde detaylandırılan meta-sezgisellerin başlangıç popülasyonlarını oluşturmuş ve meta-sezgisel yöntemler bu uygun bireylerle çözüme başlayarak belirlenen durdurma kriterleri içinde en iyi çözümü bulmayı hedeflemişlerdir. Yöntemlerin test edilmesi ve karşılaştırılmasında kullanılan veri setleri sonraki bölümde detaylandırılmıştır.

Tablo 4. Ateş böceği algoritması çözüm güncellemesi örneği
(Table 4. An example of Firefly algorithm solution update)

Çözüm Vektörü	Sergileme Yüksekliği	Sergileme Genişliği	X Konumu	Y Konumu	Kabin No
Mevcut ateş böceği (p_1)	[1 1 2 1 1]	[2 1 4 3 2]	[3 0 1 0 3]	[0 0 0 1 2]	[1 1 1 1 1]
p_1 için amaç fonksiyonu	Z=131				
Mevcut ateş böceği (p_2)	[2 2 1 2 1]	[2 1 2 3 2]	[2 0 2 0 3]	[0 0 2 1 2]	[1 1 1 1 1]
p_2 için amaç fonksiyonu	Z=107				
Farklı elemanlar (d)	{(1, 1), (2, 1), (3, 2), (4, 1)}	{(3, 4)}	-	-	-
Hamming Uzaklığı	4	1	-	-	-
Çekicilikler (β)	0,38	0,91	-	-	-
(0,1) arası üretilen sayı rand()	{0,27; 0,41; 0,5; 0,72}	{0, 3}	-	-	-
Hareket	(1; 1)	(3; 2)	-	-	-
Hareket sonrası ateş böceği(p_{yeni})	[1 2 1 2 1]	[2 1 4 3 2]	[3 0 2 0 3]	[2 0 0 1 0]	[1 1 1 1 1]
p_{yeni} için amaç fonksiyonu	Z=115				

2.5. Veri Seti Özellikleri

Geliştirilen modelleri test etmek ve performanslarını değerlendirebilmek amacıyla Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) çalışmasındaki bir veri seti (*GerçekVeri / RealisticData*) kullanılmıştır. Gerçek veri seti (*GerçekVeri*), yerel bir kitabevindeki çok satanlar kabini verilerinden elde edilen olası parametre değerlerinin frekansları kullanılarak üretilen ampirik veri setidir. Parametrelerin frekans dağılımı Tablo 5'te verilmiştir. Farklı gösterim adetleri ve farklı kalınlıkların olduğu 10-250 tip kitaptan oluşan 48 test problemi vardır. Problemlerin hepsinde kabinlerdeki satır sayısı 8 olarak alınırken sütun sayısı problemin büyüklüğüne göre 8-160 arasında değişmektedir. Bütün problemlerde 8 raf için etki değerleri A_i , sırasıyla 5-6-7-8-8-7-6-5 ağırlıklarını almıştır. Bu veri seti Mendeley (<https://doi.org/10.17632/zy6bm4nr9w.2>) sitesinde paylaşılmıştır.

2.6. TP-GA Parametre Analizi

TP-GA matsezigisinde kullanılan GA parametreleri için analizler yapılmıştır. GA popülasyon büyüklüğü (P), mutasyon oranı (P_m), çaprazlama oranı (P_c) ve maksimum iterasyon oranı (I_{max}) kullanıcı tarafından belirlenen parametrelerdir. Bu parametrelerin optimum değerlerinin belirlenmesinde ana etki grafikleri incelenmiş, ANOVA analizi yapılmış ve son olarak %GAP ve çözüm süresi çıktıları için Cevap Yüzeyi Metodu (*Response Surface Method*) ile en iyi değerler tespit edilmiştir. Tablo 6'da analizde faktörler ve seviyeler görülmektedir. Bu değerlerin seçiminde literatürdeki benzer çalışmalar incelenmiştir.

Tablo 5. Kitabevi verilerinde parametrelerin ampirik dağılımı
(Table 5. Empirical distribution of data parameters of the bookstore)

Ürün Kalınlığı	Olasılık	Üründen Elde Edilen Kâr	Olasılık
1	0,072	3-5	0,074
2	0,530	5-7	0,214
3	0,264	7-9	0,206
4	0,106	9-11	0,199
5	0,020	11-13	0,235
6	0,004	13-15	0,057
7	0,005	15-17	0,007
		17-19	0,002
		19-21	0,002
		21-24	0,004

Tablo 6. GA faktörleri ve seviyeleri (Table 6. GA factors and their levels)

Seviye	Faktörler			
	P	P_m	P_c	I_{max}
1	25	0,15	0,65	500
2	50	0,25	0,75	1000
3	75	0,35	0,85	1500

Faktör analizi MINITAB programında gerçekleştirilmiş ve tam faktöriyel tasarım oluşturularak 3^4 adet (81 adet) deney gerçekleştirilmiştir. Deneyler 30 ürünlü bir problem ile gerçekleştirilmiş ve deney sonuçları matematiksel modelin optimal sonucu ile karşılaştırılarak %GAP hesaplanmıştır. %GAP değeri GA'nın optimale ne kadar yakın sonuç elde ettiğini göstermektedir ve eşitlik (5) ile hesaplanmaktadır. Bu eşitlikte z' değeri GA ile elde edilen amaç fonksiyonu değeri ve z^* değeri optimal değerdir.

$$\%GAP = \frac{z^* - z'}{z^*} \quad (5)$$

Deney sonuçlarında %GAP ile birlikte süre de çıktı olarak kaydedilmiş ve analizlerde kullanılmıştır (EK-B). Ele alınan çözüm yöntemi sezgisel bir yöntem olduğundan optimale yakın çözümler elde etmek birinci önceliktir. Ancak büyük problemlerde hızlı sonuçların üretilmesi de önem kazanmaktadır. İki çıktıyı da göz önünde bulundurarak cevap yüzeyi metodu kullanılmış ve parametrelerin optimal değerleri belirlenmiştir. Bu analizlerin detayları EK-B'de verilmiştir. GA için optimal değerler Tablo 7'deki %GAP & Süre minimizasyonu için elde edilen değerler olarak seçilmiştir. TP-GA matsezigisi ile gerçekleştirilen tüm deneylerde bu parametreler kullanılmıştır. Cevap yüzeyi metodu, TP-ABA matsezigisinde ABA'nın parametre değerlerinin belirlenmesinde de kullanılmış ve analiz sonuçları sonraki bölümde anlatılmıştır.

Tablo 7. GA için cevap yüzeyi metodu ile belirlenen optimal parametre değerleri (Table 7. Optimal parameter values determined by the response surface method for GA)

Minimum Amaç Fonksiyonu	Faktörler			
	P	P _m	P _c	I _{max}
%GAP	25	0,15	0,65	1005
Süre	25	0,15	0,75	500
%GAP&Süre	25	0,15	0,65	500

2.7. TP-ABA Parametre Analizi

TP-ABA algoritmasında kullanılan ABA parametreleri için analizler yapılmıştır. ABA popülasyon büyüklüğü (P), çekicilik (β), sabit emilim katsayısı (γ) ve maksimum iterasyon oranı (I_{max}) kullanıcı tarafından belirlenen parametrelerdir. ANOVA analizi ile ana etki grafikleri incelenmiş ve cevap yüzeyi metodu ile %GAP ve çözüm süresi çıktıları için parametrelerin en iyi değerleri belirlenmiştir. Tablo 8’de analizde kullanılan faktörler ve seviyeleri görülmektedir.

Tablo 8. ABA faktörleri ve seviyeleri (Table 8. ABA factors and their levels)

Seviye	Faktörler			
	P	β	γ	I _{max}
1	25	0	0,1	25
2	50	0,5	5	50
3	75	1	10	100

Önceki analizde de olduğu gibi, ABA faktör analizinde de tam faktöriyel tasarımıyla (81 adet) deneyler gerçekleştirilmiştir. GA’nın parametre analizindeki örnek problem, ABA parametre analizinde de kullanılarak (30 ürün) deneyler gerçekleştirilmiş ve eşitlik (5) ile matematiksel modelin optimal sonucu kullanılarak %GAP değerleri hesaplanmıştır. Benzer şekilde deney süreleri de kaydedilmiştir ve analizlerde kullanılmıştır (EK-B). Cevap yüzeyi metodu ile parametrelerin minimum %GAP ve sürede çözüm üretebilen optimal değerleri belirlenmiştir. EK-B’de detaylandırılan cevap yüzeyi metodu ile bulunan optimal değerler Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9. ABA için cevap yüzeyi metodu ile belirlenen optimal parametre değerleri (Table 9. Optimal parameter values determined by the response surface method for ABA)

Minimum Amaç Fonksiyonu	Faktörler			
	P	β	γ	I _{max}
%GAP	25	0	0,1	99,97
Süre	25	0,014	0,101	25
%GAP&Süre	25	1	0,1	44

Önerilen matsezzgisel algoritmalar ve yapılan parametre analizleri sonucunda elde edilen değerler ile veri setindeki problemler kullanılarak deneyler gerçekleştirilmiş ve matsezzgisellerin performansları sonraki bölümde karşılaştırılmıştır.

3. Sonuçlar ve Tartışma

Önerilen iki matsezzgisel TP-GA ve TP-ABA yöntemleri C# ortamında geliştirilmiştir. Yöntemlerin TP modeli için IBM ILOG CPLEX Optimization Studio programının OPL kütüphanesi Visual Studio programına eklenmiştir. Deneyler, Intel Core i7 2.59 GHz işlemci ve 8 GB RAM özelliklerine sahip bir bilgisayarda çalıştırılmıştır. Yöntemlerin sonuçları birbirleriyle karşılaştırılmış ve aşağıdaki tablolarda verilmiştir. Matsezzgisellerde kullanılan TP modelinin çözüm süresi 1800 sn. ile sınırlandırılmıştır. Meta-sezzgiseller için ise maksimum iterasyon sayısı sınır olarak kullanılmıştır ve deneyler üç tekrarlı yapılarak ortalamaları alınmıştır. Tablolardaki MIP1 sütunu ve değerleri Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) çalışmasında geliştirilen tamsayılı matematiksel modelin 1800 sn. süre sınırı içinde bulunduğu değerlerdir. Bütün problemlerde satır sayısı 8 olarak alınmıştır.

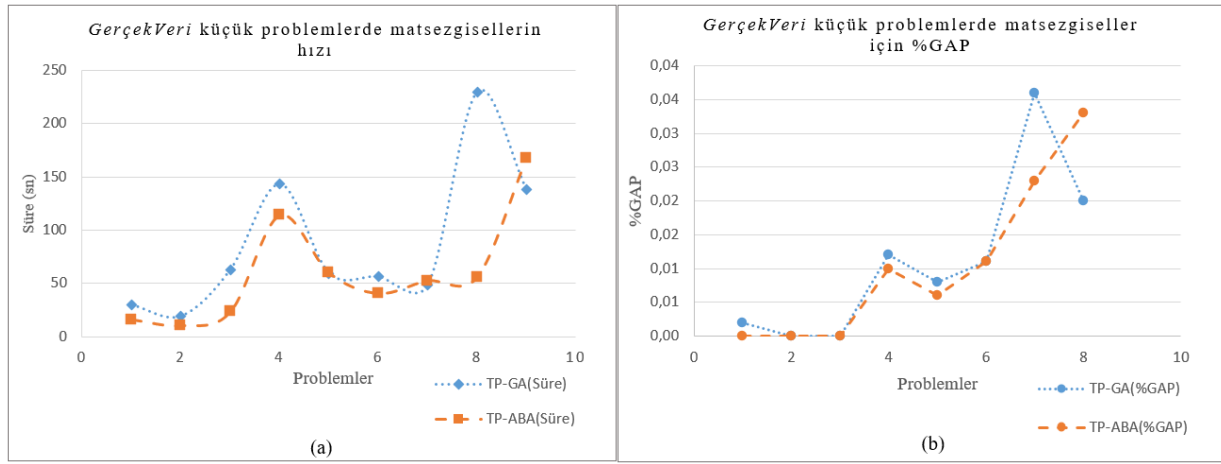
Tablo 10’da GerçekVeri veri setindeki küçük boyutlu problemlerin çözümleri verilmiştir. Bu tabloda MIP1 modeli R1-R8 problemlerinde optimal sonucu bulabilmiştir. MIP1 optimal değerleri kullanılarak TP-GA ve TP-ABA matsezzgisellerin performansları karşılaştırılmıştır. R9 probleminde 1800 sn. içinde MIP1 optimal sonucu bulamazken önerilen matsezzgisel algoritmalar ile daha kısa sürede daha iyi çözümlere ulaşılabilmektedir. Tablo 10 kullanılarak TP-GA ve TP-ABA matsezzgisellerin hızları ve optimale yakın sonuç üretmeleri Şekil 4(a) ve Şekil 4(b)’de görselleştirilmiştir.

Tablo 11’de matsezzgisellerin büyük boyutlu problemlerin çözümündeki performansları verilmiştir. Büyük boyutlu problemlerde matsezzgisellerin performansı Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) çalışmasında önerilen iteratif tamsayılı matematiksel model (IP1/IP2) ile karşılaştırılmış ve matsezzgisellerin optimal çözüme ne kadar yakın sonuçlar elde ettikleri %GAP sütunlarında belirtilmiştir. Problemlerdeki “Ürün sayısı” sütunu gösterim adetlerini değil, eşsiz ürün tiplerini göstermektedir. Örnek olarak 250 farklı ürün barındıran R46 probleminde 8 satır ve 148 sütuna matsezzgiseller 1184 adet gösterim yüzeyi yerleştirmişlerdir. Gösterim adetleri büyük boyutlu problemlerde ürün sayısından oldukça farklı ve büyüktür. Şekil 5’de Tablo 11’deki %GAP sütunları görselleştirilmiştir. Matsezzgisellerin büyük boyutlu problemlerde bile optimale yakın sonuçlar üretebildikleri ve birbirlerine yakın performans gösterdikleri gözlenmiştir. GerçekVeri veri setindeki bütün problemler dikkate alındığında TP-GA matsezzgiselinin ortalama %4,47 GAP ile ve TP-ABA matsezzgiselinin ortalama %4,57 GAP ile optimale yakın sonuçlar elde edebilmişlerdir. Bu sonuçlar da matsezzgisellerin başarısını göstermektedir.

Matsezzgisellerin performanslarını test etmek için veri setindeki örneklerin sayısı arttırılmış ve 300-900 ürüne sahip problemlerin raf atamaları gerçekleştirilmiştir. Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) çalışmasında geliştirilen iteratif matematiksel yöntem ile 250 ürüne kadar problemler optimal çözülebilirken, önerilen TP-GA ve TP-ABA matsezzgiselleri ile 900 ürüne sahip problemlerin uygun çözümlerine ulaşılabilmektedir. Sezzgisellerin performansları Tablo 12’de verilmiştir. Tabloda ilk üç sütun problemlerin özelliklerini belirtmektedir. Bütün deneylerde 1 kabin ve 8 satır alınmıştır. Sütun sayıları problemin boyutuna göre değişmektedir. Bu deneylerde iki matsezzgisel ile bulunan uygun çözümlerin kalitesi birbirine oldukça yakındır.

Tablo 10. GerçekVeri küçük problemlerde matsezgisellerin optimal sonuçlar ile karşılaştırılması (Table 10. Comparison of matheuristics with optimal results for GerçekVeri small problems)

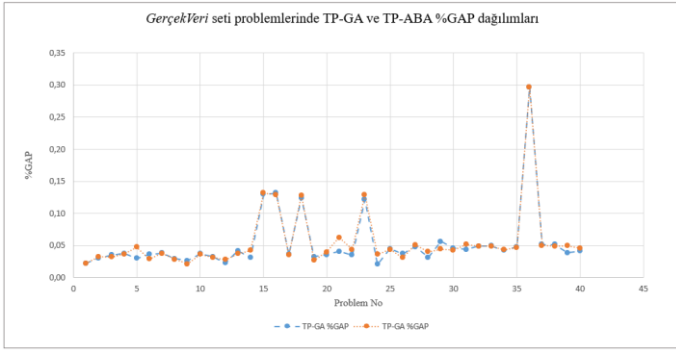
Prob. No.	Ürün Sayısı	Satır Sayısı	Sütun Sayısı	Kabin Sayısı	MIP1			TP-GA			TP-ABA		
					Amaç fonk.	Süre	% GAP	Amaç fonk.	Süre	% GAP	Amaç fonk.	Süre	% GAP
R1	10	8	8	1	2260	2,0	0	2256	29,7	0,002	2260	16,2	0
R2		8	8	1	1996	3,2	0	1996	19,3	0	1996	10,5	0
R3		8	8	1	1652	41,1	0	1652	62,9	0	1652	23,4	0
R4	20	8	8	1	2241	155,8	0	2215	143,0	0,012	2218	113,8	0,010
R5		8	8	1	2316	24,2	0	2297	59,6	0,008	2303	60	0,006
R6		8	8	1	2432	300,3	0	2405	56,4	0,011	2406	40,7	0,011
R7	30	8	12	1	3646	314,9	0	3521	48,5	0,034	3563	52,6	0,023
R8		8	12	1	2965	338,1	0	2903	207,8	0,019	2840	54	0,032
R9		8	12	1	2596	1800	7,54	2719	137,9	-0,047	2710	167,3	-0,044
Ortalama					331,07			85,01			0,004		



Şekil 4. GerçekVeri veri setindeki küçük boyutlu problemlerde (a) Matsezgisellerin çözüm süreleri karşılaştırması ve (b) Matsezgisellerin optimal çözüme yakınlıkları karşılaştırması (Figure 4. For small size problems in GerçekVeri; (a) Comparison of solution times of matheuristics and (b) Comparison of matheuristics' solutions to optimal solutions)

Tablo 11. GerçekVeri seti büyük boyutlu problemlerde matsezgisellerin performansı (Table 11. Performance comparison of matheuristics with GerçekVeri large size problems)

Prob. No.	Ürün Sayısı	Sütun Sayısı	Kabin Sayısı	TP-GA % GAP	TP-ABA % GAP	Prob. No.	Ürün Sayısı	Sütun Sayısı	Kabin Sayısı	TP-GA % GAP	TP-ABA % GAP
R10	40	24	1	2,20	2,20	R28	100	64	1	3,60	3,00
R10		12	2	3,00	3,10	R29		64	1	4,60	4,80
R11		24	1	3,40	3,10	R30		64	1	3,00	3,90
R11		12	2	3,60	3,50	R31		76	1	5,30	4,20
R12		24	1	2,90	4,50	R32	125	76	1	4,40	4,10
R13	50	32	1	3,50	2,80	R33		76	1	4,20	4,90
R13		16	2	3,70	3,60	R34		92	1	4,60	4,70
R14		32	1	2,80	2,80	R35	150	92	1	4,70	4,60
R14		16	2	2,50	2,10	R36		92	1	4,00	4,20
R15		32	1	3,60	3,50	R37		100	1	4,30	3,80
R16	60	40	1	3,20	3,00	R38	175	100	1	5,00	5,50
R16		20	2	2,20	2,70	R39		90	1	4,90	4,80
R17		40	1	4,00	3,60	R40		120	1	5,20	4,90
R18		40	1	3,00	4,10	R41	200	120	1	3,90	5,00
R19		70	40	1	11,50	11,60		R42	120	1	4,10
R20	40		1	11,70	11,40	R43		140	1	5,10	4,60
R20	20		2	3,50	3,40	R44	225	140	1	4,30	4,70
R21	40		1	11,00	12,80	R45		140	1	2,50	2,70
R22	80		50	1	3,10	2,70		R46	148	1	4,80
R23		50	1	3,40	4,00	R47	250	148	1	5,60	5,50
R23		20	2	3,90	6,30	R48		160	1	5,80	6,60
R24		50	1	3,40	4,40	Ortalama				4,47	4,57
R25		90	52	1	10,80	11,40					
R26	52		1	2,00	3,50						
R27	52		1	4,30	4,20						



Şekil 5. GerçekVeri veri setindeki büyük boyutlu problemlerde matsezgisellerin optimal çözüme yakınlıkları karşılaştırması (Figure 5. Comparison of matheuristics' solutions to optimal solutions for large-size problems in GerçekVeri)

Tablo 12. 300-900 ürün boyutlu problemlerde matsezgisellerin performansı (Table 12. Performance of matheuristics on problems with 300-900 products)

Prob. no	Ürün sayısı	Sütun sayısı	TP-GA Amaç fonk. farkı (%)	TP-ABA Çözüm süresi farkı (%)
R49	300	160	0,75	274,49
R50	400	180	0,04	537,70
R51	500	200	-0,01	382,35
R52	600	240	0,25	79,99
R53	700	280	0,59	109,33
R54	800	320	0,04	496,26
R55	900	380	-0,01	163,13

Örnek olarak R49 deneyinde TP-GA durdurma kriterleri içinde %0,75 daha kaliteli bir çözüme ulaşmıştır. Diğer taraftan R51 probleminde TP-ABA daha iyi bir çözüm elde etmiştir. Çözüm süreleri karşılaştırıldığında ise iki algoritma arasındaki fark ortaya çıkmaktadır. TP-ABA algoritması durdurma kriterleri içinde çözümlere daha hızlı ulaşmıştır. R54 probleminde %496,26 oranında, diğer bir deyişle neredeyse 5 kat daha hızlı çalışarak TP-GA ile elde edilen çözümden sadece %0,01 farklı bir çözüme ulaşabilmiştir. Bu sonuçlar, büyük boyutlu 2BRAP'lerin matsezgisellerle başarılı şekilde çözülebildiğini gösterdiği gibi aynı zamanda TP-ABA algoritmasının çözüm hızı açısından TP-GA'ya üstünlüğünü de göstermektedir. Tablo 12'deki yüzdeliklerin elde edildiği deney sonuçları Şekil 6(a) ve Şekil 6(b)'de görselleştirilmiştir. Şekil 6(a)'da TP-GA ve TP-ABA algoritmalarının çözüm süreleri ve Şekil 6(b)'de belirlenen durdurma kriterleri sonrasında buldukları amaç fonksiyonu değerleri karşılaştırılmıştır. Şekil 6(b)'den de anlaşılacağı üzere çözüm kalitesi neredeyse aynı iken, TP-ABA algoritması çözüm süresi bakımından TP-GA'ya göre oldukça hızlıdır. Dolayısıyla, hızlı çözümlere ihtiyaç duyulan problemlerde TP-GA yerine TP-ABA algoritması kullanılarak çözüm kalitesinden ödün vermeden problemlerin çözümleri elde edilebilir.

4. Sonuç

Bu çalışmada, raf alanı tahsisi problemi olarak sınıflandırılan, maksimum kâr amacıyla bitişik dikdörtgen sergileme alanlarının optimum şekilde tahsis edilmesi problemi

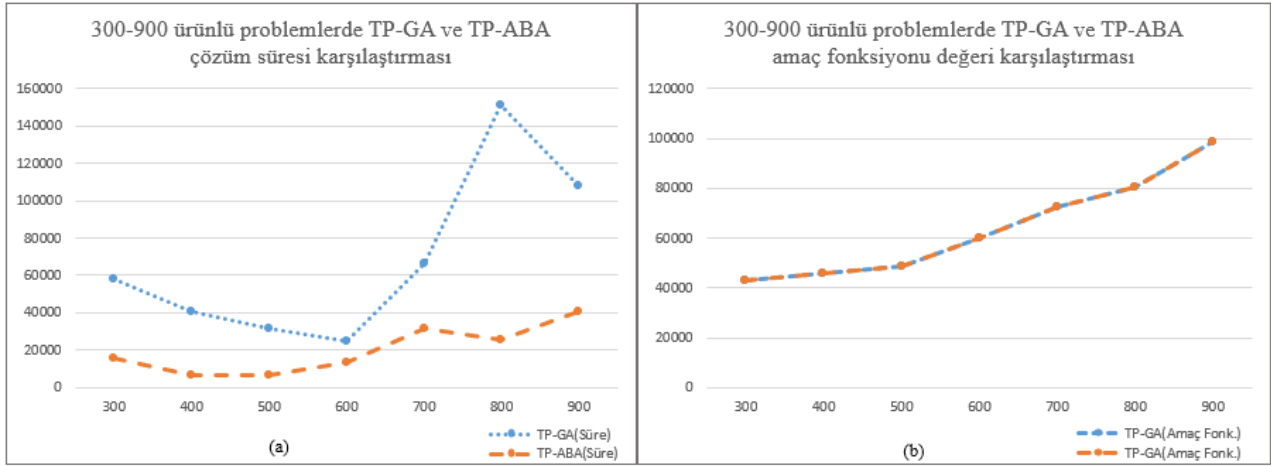
ele alınmıştır. İki boyutlu sergileme problemi olarak da sınıflandırılabilen bu problem; kitabevlerinde rafların yerleşimi örneği ile ele alınsa da bütün perakendecilerde görülen ürün ailelerinin raf alanı tahsisi ve sergileme problemine de benzer özellikler taşımaktadır. Ayrıca son yıllarda gittikçe önem kazanan İnternet sayfalarında reklamların gösterimi veya İnternet sayfası tasarımlarında da karşılaşılan alan tahsisi ve sergileme problemine de benzemektedir. Perakendecilik sektöründe ürün ailelerinin, kitabevlerinde kitap listelerinin ve İnternet sayfalarında reklam alanlarının dinamik bir şekilde güncellenmesi gerekliliği, problem çözümünde hızlı algoritmaların geliştirilmesi ihtiyacını doğurmuştur. Bu nedenle literatürde de başarıları kanıtlanmış meta-sezgisel algoritmalar genetik algoritma ve ateş böceği algoritması seçilmiştir.

Seçilen meta-sezgisel algoritmalar popülasyon temelli algoritmalar ve bu algoritmalar uygun çözümlerin olduğu bir popülasyondaki bireyler ile çözüme başlanarak, bireylerin farklı operasyonlar sonucu iyileştirilmesi ile en iyi sonucu üreten birey/çözüm elde edilmeye çalışılır. 2BRAP için uygun çözümlerin elde edilmesi, gösterim adetlerinin karar değişkeni olmasından ve dikdörtgensel yerleşimin zorunluluğundan dolayı oldukça zordur. Geliştirilen tamsayılı programlama modeli ile elde edilen uygun çözümler kullanılarak meta-sezgisel algoritmaların popülasyonları oluşturulmuştur. Bu aşamada uygun çözümlerin popülasyon büyüklüğüne getirilmesi için kural-tabanlı bir algoritma da kullanılmıştır. Tamsayılı programlama ile desteklenen meta-sezgisel algoritmalar matsezgiseller olarak adlandırılmıştır.

Geliştirilen matsezgisel algoritmaların performansları Çağlar Gençosman ve Beğen (2022) çalışmasında detaylandırılan veri setlerindeki problemlerle karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalar sonucunda matsezgisel algoritmaların %4,47 - %4,57 GAP ile optime yakın sonuçlar elde edebildikleri görülmüştür. 2BRAP probleminde ilk defa bu çalışma ile kullanılan matsezgisel algoritmalar oldukça başarılı performans göstermişlerdir. Matsezgisellerin ilk aşamasında TP kullanılması çözüm süresine olumsuz yansısa da optimal sonuca yakın çözümlerin elde edilmesine katkı sağlamıştır. Son olarak matsezgisel algoritmalar büyük problemler için kullanılmış ve 900 ürüne kadar olan örnek problemler için uygun çözümler elde edilebilmiştir. İteratif matematiksel model ile 250 ürün ve 8x140 alan için problemler çözülebilirken matsezgisellerle 900 ürün 8x380 alan örneği çözülerek yaklaşık dört katı büyük bir problemin uygun çözüme erişilebilmiştir. Bu çalışma ile büyük boyutlu gerçek hayat raf atama problemlerinin uygun çözümlerinin elde edilebileceği gösterilmiştir. Ayrıca, tamsayılı programlama destekli genetik algoritma ve ateş böceği algoritması matsezgiselleri raf atama problemlerine ve benzer yapıdaki atama problemlerine de başarılı bir şekilde uyarlanabilir ve NP-Zor yapıdaki problemlerin optime yakın çözümlerine kabul edilebilir sürelerde ulaşılabilir.

5. Teşekkür

Bu çalışma, TÜBİTAK tarafından 3001 Programı kapsamında 217M920 numaralı proje ile desteklenmiştir.



Şekil 6. 300-900 ürünlü problemlerde (a) Matsezgisellerin çözüm süreleri karşılaştırması ve (b) Matsezgisellerin amaç fonksiyonu değerleri karşılaştırması (Figure 6. (a) Comparison of solution times of mathheuristics and (b) Comparison of objective function values of mathheuristics in problems with 300-900 products)

Kaynakça

- Bai, R. (2005). *An investigation of novel approaches for optimising retail shelf space allocation* (Doktora Tezi). University of Nottingham. Erişim adresi: <http://www.cs.nott.ac.uk/~pszgk/papers/BaiPhDThesis.pdf>
- Bai, R. ve Kendall, G. (2008). A Model for Fresh Produce Shelf Space Allocation and Inventory Management with Freshness Condition Dependent Demand. *INFORMS Journal on Computing*, 20(1), 78–85.
- Bai, R., van Woensel, T., Kendall, G. ve Burke, E. K. (2013). A new model and a hyper-heuristic approach for two-dimensional shelf space allocation. *4OR*, 11(1), 31–55. doi:10.1007/S10288-012-0211-2.
- Bianchi-Aguiar, T. (2015). *The Retail Shelf Space Allocation Problem: New Optimization Methods Applied to a Supermarket Chain* (Doktora Tezi). Porto University. Erişim adresi: <https://www.proquest.com/pqdtglobal/docview/1914884710/51880A1B027E4DC8PQ>.
- Bianchi-Aguiar, T., Silva, E., Guimaraes, L., Carravilla, M. A. ve Oliveira, J. F. (2018). Allocating products on shelves under merchandising rules: Multi-level product families with display directions. *Omega (United Kingdom)*, 76, 47–62. doi:10.1016/j.omega.2017.04.002.
- Bianchi-Aguiar, T., Hübner, A., Carravilla, M. A. ve Oliveira, J. F. (2021). Retail shelf space planning problems: A comprehensive review and classification framework. *European Journal of Operational Research*, 289(1), 1–16. doi: 10.1016/j.ejor.2020.06.018.
- Buttle, F. (1984). Merchandising. *European Journal of Marketing*, 18(6–7), 104–123.
- Chandon, P., Hutchinson, J. W., Bradlow, E. T. ve Young, S. H. (2009). Does In-Store Marketing Work? Effects of the Number and Position of Shelf Facings on Brand Attention and Evaluation at the Point of Purchase. *Journal of Marketing*, 73(6), 1–17. doi:10.1509/jmkg.73.6.1.
- Chen, M. C. ve Lin, C. P. (2007). A data mining approach to product assortment and shelf space allocation. *Expert Systems with Applications*, 32(4), 976–986. doi: 10.1016/j.eswa.2006.02.001.
- Chen, Y. L., Chen, J. M. ve Tung, C. W. (2006). A data mining approach for retail knowledge discovery with consideration of the effect of shelf-space adjacency on sales. *Decision Support Systems*, 42(3), 1503–1520. doi: 10.1016/j.dss.2005.12.004.
- Corstjens, M. ve Doyle, P. (1981). A Model for Optimizing Retail Space Allocations. *Management Science*, 27(7), 822–833. doi:10.1287/mnsc.27.7.822.
- Cox, K. K. (1970). The Effect of Shelf Space upon Sales of Branded Products. *Journal of Marketing Research*, 7(1), 55–58. doi:10.2307/3149507.
- Curhan, R. C. (1972). The Relationship between Shelf Space and Unit Sales in Supermarkets. *Journal of Marketing Research*, 9(4), 406–412. doi: 10.1177/002224377200900408.
- Çağlar Gençosman, B. ve Beğen, M. A. (2022). Exact optimization and decomposition approaches for shelf space allocation. *European Journal of Operational Research*, 299(2), 432–447. doi: 10.1016/j.ejor.2021.08.047.
- Dreze, X., Hoch, S. J. ve Purk, M. E. (1994). Shelf management and space elasticity. *Journal of Retailing*, 70(4), 301–326. doi:10.1016/0022-4359(94)90002-7.
- Frontoni, E., Marinelli, F., Rosetti, R. ve Zingaretti, P. (2017). Shelf space re-allocation for out of stock reduction. *Computers and Industrial Engineering*, 106, 32–40. doi:10.1016/j.cie.2017.01.021.
- Geismar, H. N., Dawande, M., Murthi, B. P. S. ve Sriskandarajah, C. (2015). Maximizing Revenue Through Two-Dimensional Shelf-Space Allocation. *Production and Operations Management*. doi:10.1111/poms.12316.
- Hamming, R. W. (1950). Error Detecting and Error Correcting Codes. *Bell System Technical Journal*, 29(2), 147–160.
- Hansen, J. M., Raut, S. ve Swami, S. (2010). Retail Shelf Allocation: A Comparative Analysis of Heuristic and Meta-Heuristic Approaches. *Journal of Retailing*, 86(1), 94–105. doi:10.1016/j.jretai.2010.01.004.
- Hansen, P. ve Heinsbroek, H. (1979). Product selection and space allocation in supermarkets. *European Journal of Operational Research*, 3(6), 474–484. doi:10.1016/0377-2217(79)90030-4.
- Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, USA.

- doi:10.7551/mitpress/1090.001.0001.
- Hübner, A.H. ve Kuhn, H. (2012). Retail category management: State-of-the-art review of quantitative research and software applications in assortment and shelf space management. *Omega*, 40(2), 199–209. doi:10.1016/j.omega.2011.05.008.
- Hübner, A. (2017). A decision support system for retail assortment planning. *International Journal of Retail & Distribution Management*, 45(7–8), 808–825. doi:10.1108/IJRDM-09-2016-0166.
- Hübner, A., Schäfer, F. ve Schaal, K. N. (2021). Maximizing Profit via Assortment and Shelf-Space Optimization for Two-Dimensional Shelves. *Production and Operations Management*, 29(3), 547–570. doi:10.1111/poms.13111.
- Hwang, H., Choi, B. ve Lee, M. J. (2005). A model for shelf space allocation and inventory control considering location and inventory level effects on demand. *International Journal of Production Economics*, 97(2), 185–195. doi:10.1016/j.ijpe.2004.07.003.
- Hwang, H., Choi, B. ve Lee, G. (2009). A genetic algorithm approach to an integrated problem of shelf space design and item allocation. *Computers & Industrial Engineering*, 56(3), 809–820. doi:10.1016/j.cie.2008.09.012.
- Karthikeyan, S., Asokan, P. ve Nickolas, S. (2014). A hybrid discrete firefly algorithm for multi-objective flexible job shop scheduling problem with limited resource constraints. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 72(9–12), 1567–1579. doi:10.1007/s00170-014-5753-3.
- Kök, A. G., Fisher, M. L. ve Vaidyanathan, R. (2015). Assortment planning: Review of literature and industry practice. *International Series in Operations Research and Management Science*, 223, 175–236. doi:10.1007/978-1-4899-7562-1_8.
- Kotzan, J. A. ve Evanson, R. V. (1969). Responsiveness of drug store sales to shelf space allocations. *Journal of Marketing Research*, 6(4), 465–469.
- Lim, A., Rodrigues, B. ve Zhang, X. (2004). Metaheuristics with Local Search Techniques for Retail Shelf-Space Optimization. *Management Science*, 50(1), 117–131. doi:10.1287/mnsc.1030.0165.
- Martello, S. ve Toth, P. (1990). An exact algorithm for large unbounded knapsack problems. *Operations Research Letters*, 9(1), 15–20. doi:10.1016/0167-6377(90)90035-4.
- Nafari, M. ve Shahrabi, J. (2010). A temporal data mining approach for shelf-space allocation with consideration of product price. *Expert Systems with Applications*, 37(6), 4066–4072. doi:10.1016/j.eswa.2009.11.045.
- Özcan, T. (2010a). Perakende raf alanı yönetimi: Literatür incelemesi ve bir karar destek aracı tasarımı. *İstanbul Üniversitesi İşletme İktisadi Enstitüsü Yönetim Dergisi*, 21(67), 84–103.
- Özcan, T. (2010b). Perakende Endüstrisinde Raf Alanı Tahsis ve Mağaza Yerleşim Optimizasyonuna Bütünleşik Bir Model Önerisi. *İÜ Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 1(1), 55–63.
- Özcan, T. ve Esnaf, Ş. (2013). A Discrete Constrained Optimization Using Genetic Algorithms for A Bookstore Layout. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 6(2), 261–278. doi:10.1080/18756891.2013.768447.
- Özçelik, T. Ö. ve Gündüz, G. (2019). Sezgisel Algoritmaları Kullanarak Raf Optimizasyonu Çalışması ve Bir Yazılım Uygulaması. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (16), 977–982. doi: 10.31590/ejosat.606566.
- Rabbani, M., Salmanzadeh-Meydani, N., Farshbaf-Geranmayeh, A. ve Fadakar-Gabalou, V. (2018). Profit maximizing through 3D shelf space allocation of 2D display orientation items with variable heights of the shelves. *OPSEARCH*, 55(2), 337–360. doi:10.1007/s12597-018-0335-z.
- Russell, R. A. ve Urban, T. L. (2010). The location and allocation of products and product families on retail shelves. *Annals of Operations Research*, 179(1), 131–147. doi:10.1007/S10479-008-0450-y.
- Van Nierop, E., Fok, D. ve Franses, P. H. (2008). Interaction between shelf layout and marketing effectiveness and its impact on optimizing shelf arrangements. *Marketing Science*, 27(6), 1065–1082. doi:10.1287/mksc.1080.0365.
- Yalçın, A. Y. ve Can, B. (2019). Tam Sayılı Programlama ve Simülasyon ile Raf Alanı Optimizasyonu: Bir Ambalaj Firmasında Uygulama. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi, Özel Sayı*, 375–388. doi: 10.31590/ejosat.638609.
- Yang, M. H. ve Chen, W. C. (1999). A study on shelf space allocation and management. *International Journal of Production Economics*, 60–61, 309–317. doi:10.1016/S0925-5273(98)00134-0.
- Yang, M. H. (2001). Efficient algorithm to allocate shelf space. *European Journal of Operational Research*, 131(1), 107–118. doi:10.1016/S0377-2217(99)00448-8.
- Yang, X. S. (2008). *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*, Beckington, UK: Luniver Press.
- Yang, X. S. (2009). Firefly algorithms for multimodal optimization. *Lecture Notes in Computer Science*. doi:10.1007/978-3-642-04944-6_14.
- Zhao, J., Zhou, Y. W. ve Wahab, M. I. M. (2016). Joint optimization models for shelf display and inventory control considering the impact of spatial relationship on demand. *European Journal of Operational Research*, 255(3), 797–808. doi: 10.1016/j.ejor.2016.05.025.

EK-A Tamsayılı Matematiksel Model: TP

İki boyutlu raf atama problemi çözümü için geliştirilen mat-sezgisellerde kullanılan TP matematiksel modeli notasyonu Tablo 13'deki gibidir. Bir d ürünün gösterim adetlerinin üst ve alt sınırı U_d ve L_d parametreleri ile temsil edilir. Her ürünün kalınlıkları farklıdır ve T_d ile gösterilir. Karar değişkenleri x_{dk} , y_{dik} ve t_{dijk} ürünlerin konumunu gösterir. Bu değişkenler ile ürünlerin dikdörtgensel gösterimi sağlanır. Dikdörtgensel gösterimin boyutları ise w_d , h_d , m_{dk} ve n_{dik} tamsayılı karar değişkenleri ile belirlenir. Bir d ürününün dikdörtgensel gösterimindeki dikdörtgenin genişliği ve yüksekliği sırayla w_d ve h_d değişkenleri ile temsil edilir. Bir d ürününün bir satırdaki gösterim adetleri w_d ile temsil edilir ve ürün birden fazla satıra atanırsa gösterim adetleri bu satırlarda aynı olmalıdır. Bir d ürününün sütunlardaki gösterim adetleri ürünün yüksekliği h_d ile temsil edilir ve ürün birden fazla sütuna atanırsa gösterim adetleri bu sütunlarda aynı olmalıdır. TP modelinde satırlara/sütunlara atanan ürünlerin ardışık yerleşimi zorunlu değildir. Uygun çözümü sağlayan w_d ve h_d değişkenlerinin belirlenmesi yeterlidir.

Tablo 13. TP notasyonu (Table 13. Notation of TP)

Kümeler:

D : Ürünler kümesi. $D=\{1,2,..., D_{max}\}$.

K : Kabinler kümesi. $K=\{1,2,..., K_{max}\}$.

I : Satırlar kümesi. $I=\{1,2,..., I_{max}\}$.

J : Sütunlar kümesi. $J=\{1,2,..., J_{max}\}$.

İndisler:

d : Yerleştirilen ürün indisi, $d \in D$.

k : Kabin indisi, $k \in K$.

i : Satır indisi, $i \in I$.

j : Sütun indisi, $j \in J$.

Parametreler:

R_k : k kabinindeki satır sayısı.

C_k : k kabinindeki sütun sayısı.

A_i : i sütunu etkisi.

V_d : d ürününün kârı.

L_d : d ürünü alt sınırı.

U_d : d ürünü üst sınırı.

T_d : d ürünü kalınlığı.

Karar Değişkenleri:

x_{dk} : $\begin{cases} 1, \text{eğer } d \text{ ürünü } k \text{ kabinine atanırsa} \\ 0, \text{aksi halde} \end{cases}$

y_{dik} : $\begin{cases} 1, \text{eğer } d \text{ ürünü } k \text{ kabininde } i \text{ satırına atanırsa} \\ 0, \text{aksi halde} \end{cases}$

t_{dijk} : $\begin{cases} 1, \text{eğer } d \text{ ürünü } k \text{ kabininde } i \text{ satırı ve } j \text{ sütununa atar} \\ 0, \text{aksi halde} \end{cases}$

m_{dk} : k kabininde d ürününün toplam gösterim adedi

n_{dik} : k kabininde i satırında d ürününün gösterim adedi

w_d : d ürününün satırdaki genişliği

h_d : d ürününün sütundaki yüksekliği

TP modeli kısıtları aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{k \in K} x_{dk} = 1 ; \forall d \in D \quad (1)$$

$$\sum_{d \in D} t_{dijk} = 1 ; \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} t_{dijk} = n_{dik} T_d ; \forall d \in D, \forall i \in I, \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} n_{dik} = m_{dk} ; \forall d \in D, \forall k \in K \quad (4)$$

$$x_{dk} L_d \leq m_{dk} ; \forall d \in D, \forall k \in K \quad (5)$$

$$x_{dk} U_d \geq m_{dk} ; \forall d \in D, \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{d \in D} n_{dik} T_d = C_k ; \forall i \in I, \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{d \in D} t_{dijk} = R_k ; \forall j \in J, \forall k \in K \quad (8)$$

$$w_d - n_{dik} T_d \leq C_k (1 - y_{dik}) ; \forall d \in D, \forall i \in I, \forall k \in K \quad (9)$$

$$n_{dik} T_d \leq C_k y_{dik} ; \forall d \in D, \forall i \in I, \forall k \in K \quad (10)$$

$$n_{dik} T_d \leq w_d ; \forall d \in D, \forall i \in I, \forall k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{i \in I} y_{dik} = h_d ; \forall d \in D, \forall k \in K \quad (12)$$

$$x_{dk}, y_{dik}, t_{dijk} \in \{0,1\}; \forall d \in D, \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (13)$$

$$m_{dk}, n_{dik}, w_d, h_d \in \{0, \mathbb{Z}^+\}; \forall d \in D, \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (14)$$

Kısıt (1) ile her ürünün sadece bir kabine atanması sağlanır. Kısıt (2), her hücreye sadece bir gösterim adedinin yerleşmesini sağlar. Kısıt (3) ile d ürününün i satırındaki n_{dik} gösterim adedi hesaplanır. Kısıt (4) ile d ürününün k kabinindeki toplam gösterim adedi m_{dk} hesaplanır. Kısıt (5) ve (6), ürünlerin gösterim adetlerini alt sınır (L_d) ve üst sınır (U_d) değerleri ile sınırlandırır. Kısıt (7) ve (8) ile bir k kabinine atanan toplam gösterim adetleri, kabinin toplam sütun (C_k) adedi ve toplam satır (R_k) adedi ile sınırlandırılır. Kısıt (9) ve (10) ile eğer d ürünü bir satıra atanmışsa bu satırdaki gösterim adetlerinin toplamının w_d adet olması sağlanır. Kısıt (11) ve (12) ile bir d ürününün genişlik değişkeni w_d ve yükseklik değişkeni h_d hesaplanır. Kısıt (13) ve (14) ile değişkenlerin çözüm uzayları tanımlanır.

EK-B. Parametrelerin Detaylı Analizi

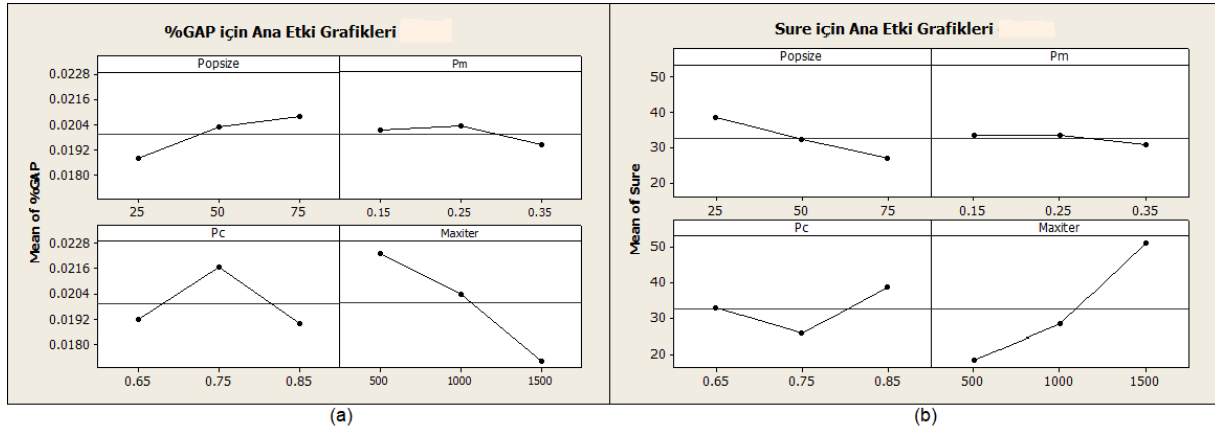
B.1. TP-GA Parametre Analizi

TP-GA matsezigiselinde kullanılan GA için parametre analizi gerçekleştirilmiştir. Analizlerde kullanılan popülasyon büyüklüğü (P), mutasyon oranı (P_m), çaprazlama oranı (P_c) ve maksimum iterasyon oranı (I_{max}) faktörleri ve seviyeleri Tablo 14'de görülmektedir.

Tablo 14. GA faktörleri ve seviyeleri (Table 14. GA factors and their levels)

Seviye	Faktörler			
	P	P_m	P_c	I_{max}
1	25	0,15	0,65	500
2	50	0,25	0,75	1000
3	75	0,35	0,85	1500

Bu değerlerle faktör analizi yapabilmek için MINITAB programında tam faktöriyel tasarım oluşturularak 3^4 adet (81 adet) deney gerçekleştirilmiştir. Deney sonuçları matematiksel model optimal sonucu ile karşılaştırılarak %GAP hesaplanmış ve çözüm süresi de çıktı olarak kaydedilmiştir. %GAP ve süre için faktörlerin ana etki grafikleri Şekil 7(a) ve 7(b)'deki gibidir. Ortalama %GAP değerleri incelendiğinde en düşük değerlerin 25 popülasyon, 0,35 mutasyon oranı, 0,85 çaprazlama oranı ve 1500 iterasyon ile elde edildiği görülmüştür. Mutasyon oranının ortalama %GAP'e etkisinin düşük olduğu tespit edilmiştir. Parametrelerin %GAP'e etkisini daha detaylı incelemek için ANOVA analizi gerçekleştirilmiş ve bulgular Tablo 15'de verilmiştir. Tablo 15 incelendiğinde P ve P_m parametrelerinin anlamlı bir etkiye sahip olmadığı ve diğer taraftan P_c ve I_{max} parametrelerinin p değerleri 0,05 değerinden küçük olduğu için istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir. I_{max} ile ortalama süre arasında doğrusala yakın bir ilişki vardır. Maksimum iterasyon sayısı arttıkça çözüm süresi de artmaktadır. İlginç olan ilişki ise beklentinin aksine popülasyon sayısı arttıkça ortalama çözüm süresinin azalmasıdır. Ortalama süre çıktısı ve parametreler arasındaki ilişki varyans analizi (ANOVA) ile daha detaylı incelenmiş ve Tablo 16'da belirtildiği gibi mutasyon oranı dışındaki parametrelerin anlamlı olduğu görülmüştür.



Şekil 7. GA parametreleri için (a) %GAP için ana etki grafikleri ve (b) Süre için ana etki grafikleri (Figure 7. (a) Main effect graphs of %GAP and (b) Main effect graphs of solution time for GA parameters)

Tablo 15. GA'da %GAP için varyans analizi (Table 15. Analysis of variance for GAP% of GA)

Kaynak	Kareler Toplamı	Ortalama Kare	F Değeri	P Değeri
P (Popsiz)	5.94E-05	2,97E-05	1,83	0,168
P _m	1.22E-05	6,1E-06	0,38	0,688
P _c	0,000123	6,13E-05	3,77	0,028
I _{max}	0,000356	0,000178	10,93	0
Hata	0,001171	1,63E-05		
Toplam	0,001721			

Tablo 16. GA'da süre için varyans analizi (Table 16. Analysis of variance for solution time of GA)

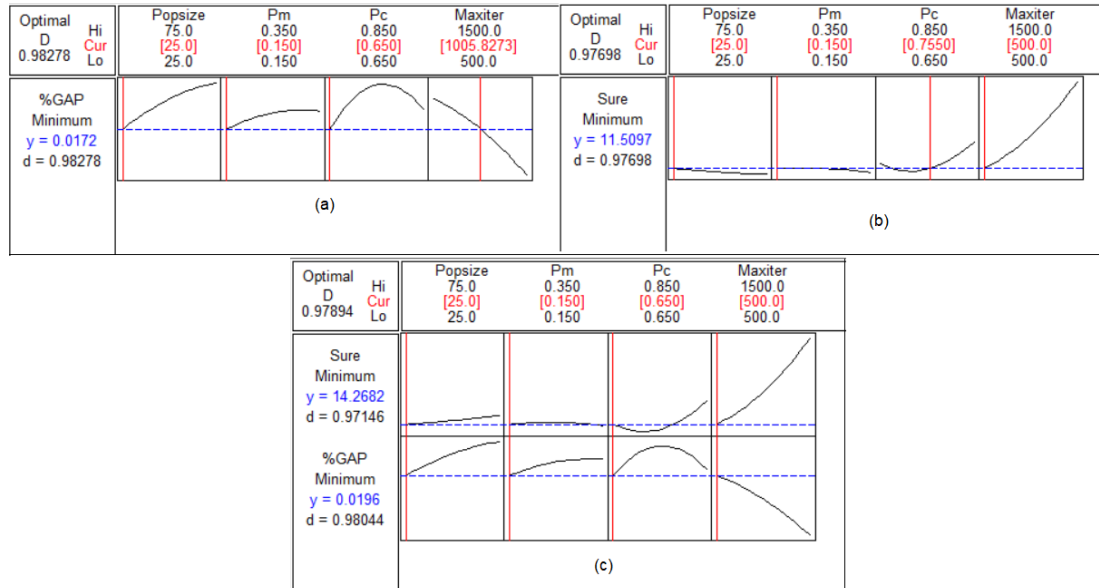
Kaynak	Kareler Toplamı	Ortalama Kare	F Değeri	P Değeri
P (Popsiz)	1846,7	923,3	4,47	0,015
P _m	140,9	70,5	0,34	0,712
P _c	2259,8	1129,9	5,47	0,006
I _{max}	15261,8	7630,9	36,94	0,00
Hata	14874,6	206,6		
Toplam	1846,7	923,3	4,47	0,015

Ele alınan çözüm yöntemi sezgisel bir yöntem olduğundan optikale yakın çözümler elde etmek birinci önceliktir. Ancak büyük problemlerde hızlı sonuçların üretilmesi de önem kazanmaktadır. İki çıktıyı da göz önünde bulundurarak cevap yüzeyi metodu kullanılmış ve parametrelerin optimal değerleri belirlenmiştir. Şekil 8'de cevap yüzeyi metodu ile bulunan optimal değerler verilmiştir. Cevap yüzeyi metodunda önce %GAP ve süre çıktıları için ayrı ayrı parametrelerin optimizasyonu yapılmıştır. %GAP için amaç fonksiyonu minimizasyon seçilmiş ve hedef sıfır ve üst değer bir olarak belirlenmiştir. Süre için benzer şekilde amaç fonksiyonu minimizasyon seçilmiş ve hedef sıfır ve üst değer mevcut deneylerdeki en uzun süre dikkate alınarak 500 olarak belirlenmiştir. Cevap yüzeyi optimizasyonu parametrelerin minimum değerlerinden başlatılmıştır. Cevap yüzeyi optimizasyonunda minimum %GAP için optimal değerler Şekil 8(a)'da, minimum süre için optimal değerler Şekil 8(b)'de ve iki amaç fonksiyonu minimizasyonu için optimal değerler Şekil

8(c)'de verilmiştir. Optikale yakın sonuçların elde edilmesi çözüm süresinden daha önemli olduğu için cevap yüzeyi yönteminde önem derecesi %GAP için 1 alınırken süre için 0,2 alınmış ve %GAP'in minimizasyonunun çözüm süresinden 5 kat daha önemli olduğu durum için optimal değerlerin bulunması sağlanmıştır. Tablo 17'de GA için belirlenen optimal parametreler verilmiştir.

Tablo 17. GA için cevap yüzeyi metodu ile belirlenen optimal parametre değerleri (Table 17. Optimal parameter values determined by the response surface method for GA)

Minimum Amaç Fonksiyonu	Faktörler			
	P	P _m	P _c	I _{max}
%GAP	25	0,15	0,65	1005
Süre	25	0,15	0,75	500
%GAP&Süre	25	0,15	0,65	500



Şekil 8. GA’da (a) Min. %GAP için optimal parametreler, (b) Min. süre için optimal değerler, (c) Min. %GAP ve süre için optimal değerler. (Figure 8. In GA; (a) Optimal parameters for min. GAP%, (b) Optimal values for min. time, (c) Optimal values for min. %GAP and time)

B.2. TP-ABA Parametre Analizi

TP-ABA matsezigiselindeki ABA parametreleri için analizler yapılmıştır. ABA popülasyon büyüklüğü (P), çekicilik (β), sabit emilim katsayısı (γ) ve maksimum iterasyon oranı (I_{max}) kullanıcı tarafından belirlenen parametrelerdir. ANOVA analizi ile ana etki grafikleri incelenmiş ve cevap yüzeyi metodu ile %GAP ve çözüm süresi çıktıları için parametrelerin en iyi değerleri belirlenmiştir. Tablo 18’de parametre analizinde kullanılan faktörler ve seviyeleri görülmektedir.

Tablo 18. ABA faktörleri ve seviyeleri (Table 18. ABA factors and their levels)

Seviye	Faktörler			
	P	β	γ	I_{max}
1	25	0	0,1	25
2	50	0,5	5	50
3	75	1	10	100

Faktör analizinde tam faktöriyel tasarımı (81 adet) deneyler yapılmıştır. GA’nın parametre analizinde kullanılan problem (30 ürün), ABA için de kullanılarak deneyler gerçekleştirilmiş ve matematiksel modelin optimal sonucu ile karşılaştırılarak %GAP değerleri hesaplanmıştır. Benzer şekilde deney süreleri de kaydedilmiş ve analizlerde kullanılmıştır. Şekil 9(a) ve 9(b)’de %GAP ve süre için faktörlerin ana etki grafikleri verilmiştir. Ortalama %GAP değerleri incelendiğinde en düşük değerlerin $P=75$, $\beta=1$, $\gamma=0,1$ ve $I_{max}=100$ ile elde edildiği görülmüştür. Çekicilik (β) oranının ortalama %GAP’e etkisinin düşük olduğu tespit edilmiştir. ANOVA analizi ile parametrelerin daha detaylı etkisi incelenmiş ve sonuçlar Tablo 20’de verilmiştir. Çekicilik ve sabit emilim katsayılarının anlamlı bir etkiye sahip olmadığı ancak popülasyon büyüklüğü P ve iterasyon sayısının I_{max} %GAP değeri üzerinde anlamlı bir etkiye sahip olduğu görülmektedir. Şekil 9(b)’de verilen ortalama süreye etki eden parametreler incelendiğinde popülasyon

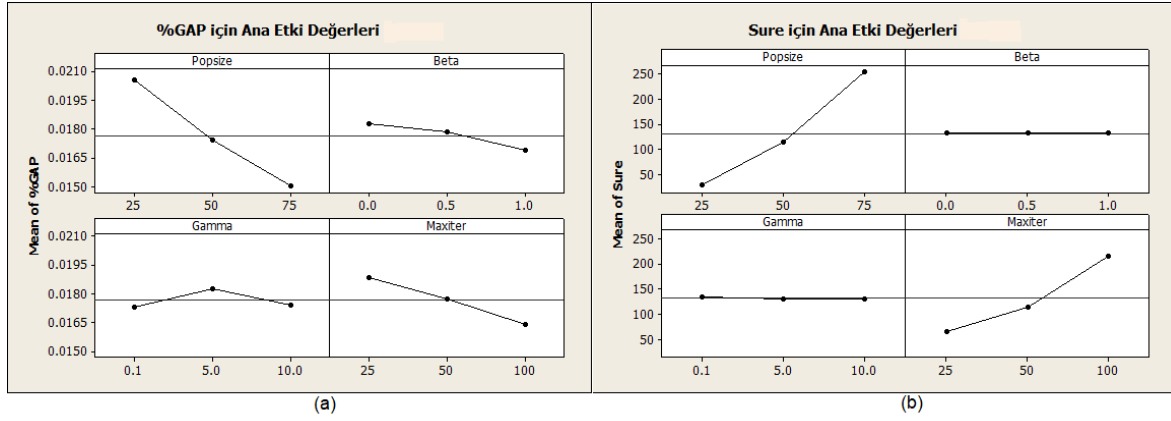
büyüküğü ve iterasyon sayısının doğal olarak etkili olduğu görülmektedir. Tablo 21’de de bu etkiler açıkça görülmektedir.

Cevap yüzeyi metodu ile parametrelerin minimum %GAP ve sürede çözüm üretebilen optimal değerleri belirlenmiştir. Şekil 10’da cevap yüzeyi metodu ile bulunan optimal değerler verilmiştir. Cevap yüzeyi metodunda önce %GAP ve süre çıktıları için ayrı ayrı parametrelerin optimizasyonu yapılmıştır. %GAP için amaç fonksiyonu minimizasyon seçilmiş ve hedef sıfır ve üst değer bir olarak belirlenmiştir.

Süre için benzer şekilde amaç fonksiyonu minimizasyon seçilmiş ve hedef sıfır ve üst değer mevcut deneylerdeki en uzun süre dikkate alınarak 500 olarak belirlenmiştir. Cevap yüzeyi optimizasyonu parametrelerin minimum değerlerinden başlatılmıştır. Cevap yüzeyi optimizasyonunda minimum %GAP için optimal değerler Şekil 10(a)’da, minimum süre için optimal değerler Şekil 10(b)’de ve iki amaç fonksiyonu minimizasyonu için optimal değerler Şekil 10(c)’de verilmiştir. Optimize yakın sonuçların elde edilmesi çözüm süresinden daha önemli olduğu için cevap yüzeyi yönteminde önem derecesi %GAP için 1 alınırken süre için 0,2 alınmış ve %GAP’in minimizasyonunun çözüm süresinden 5 kat daha önemli olduğu durum için optimal değerlerin bulunması sağlanmıştır. Tablo 19’da analizler sonucunda belirlenen ABA için optimal parametre değerleri görülmektedir.

Tablo 19. ABA için cevap yüzeyi metodu ile belirlenen optimal parametre değerleri (Table 19. Optimal parameter values determined by the response surface method for ABA)

Minimum Amaç Fonksiyonu	Faktörler			
	P	β	γ	I_{max}
%GAP	25	0	0,1	99,97
Süre	25	0,014	0,101	25
%GAP&Süre	25	1	0,1	44



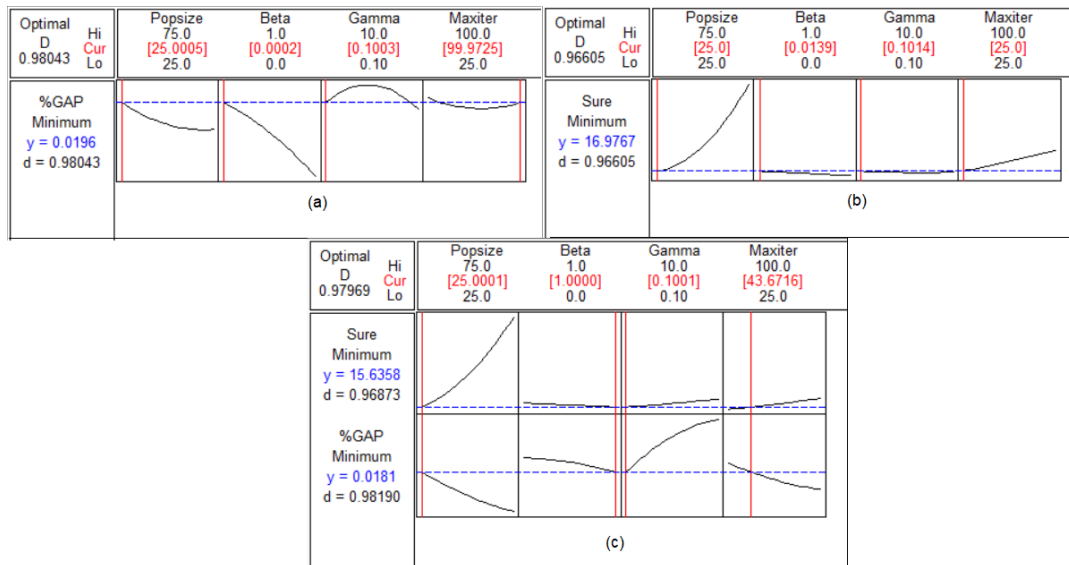
Şekil 9. ABA parametreleri için (a) %GAP için ana etki grafikleri ve (b) Süre için ana etki grafikleri (Figure 9. (a) Main effect graphs of GAP% and (b) Main effect graphs of solution time for ABA parameters)

Tablo 20. ABA'da %GAP için varyans analizi (Table 20. Analysis of variance for GAP% of ABA)

Kaynak	Kareler Toplamı	Ortalama Kare	F Değeri	P Değeri
P	0,000412	0,000206	18,02	0
β	2,57E-05	1,29E-05	1,13	0,33
γ	1,41E-05	0,000007	0,62	0,543
$I_{\max}$	8,25E-05	4,13E-05	3,61	0,032
Hata	0,000822	1,14E-05		
Toplam	0,000412			

Tablo 21. ABA'da süre için varyans analizi (Table 21. Analysis of variance for solution time of ABA)

Kaynak	Kareler Toplamı	Ortalama Kare	F Değeri	P Değeri
P	697856	348928	139,77	0
β	8	4	0	0,998
γ	425	212	0,09	0,919
$I_{\max}$	322598	161299	64,61	0
Hata	179742	2496		
Toplam	697856	348928	139,77	0



Şekil 10. ABA'da (a) Min. %GAP için optimal parametreler, (b) Min. süre için optimal değerler, (c) Min. %GAP ve süre için optimal değerler (Figure 10. In ABA; (a) Optimal parameters for min. GAP%, (b) Optimal values for min. time, (c) Optimal values for min. %GAP and time)