

## PAPER DETAILS

TITLE: Dört farklı elektrot dizilimine göre bazı üç-boyutlu sig yer altı yapılarının görünür özdirenç modellemesi

AUTHORS: Mahmut G DRAHOR,Gökhan GÖKTÜRKLER,Meriç A BERGE,T Özgür KURTULMUS

PAGES: 115-128

ORIGINAL PDF URL: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/145560>



## Dört farklı elektrot dizilimine göre bazı üç-boyutlu sığ yeraltı yapılarının görünür özdirenç modellemesi

*Apparent resistivity modelling of some three-dimensional shallow structures using by four different electrode configurations*

**Mahmut G. DRAHOR<sup>1,2</sup>, Gökhan GÖKTÜRKLER<sup>1</sup>, Meriç A. BERGE<sup>1</sup>,  
T. Özgür KURTULMUŞ<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, Kaynaklar Yerleşkesi, 35160 Buca, İZMİR

<sup>2</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi, Sığ Jeofizik ve Arkeolojik Prospektasyon Araştırma ve Uygulama Merkezi (SAMER), Kaynaklar Yerleşkesi, 35160 Buca, İZMİR

### Öz

Bu çalışmada, bir sonlu-farklar algoritması yardımıyla elektrik özdirenç yönteminde yaygın olarak kullanılan Schlumberger, Wenner, pol-pol ve dipol-dipol elektrot dizilimlerinin bazı üç-boyutlu sığ yeraltı modelleri için bilgisayar ortamı benzetimleri yapılmıştır. Bu modeller, sığ jeofizik araştırmalarda sıkılıkla karşılaşılan çevresel, hidrojeolojik ve karstik sorunlara göre oluşturulmuştur. Benzetimler, çok kanallı veri toplama tekniği temel alınarak, görünür özdirenç kesitleri ve haritalarının hesaplanması içermiştir ve bunlar birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Yüzeye yakın iletken veya dirençli yapıların varlığı, hedef yapıların derinliklerindeki artış ve modellerin karmaşıklaşması dizilimlerin ürettiği anomalilerdeki ayrımlılığı önemli oranda etkilemiştir. Anomaliye en büyük katkı sığ derinlikte gömülü bulunan yapılardan olmaktadır. Böylece; hedef yapıların yüzeye yakın olduğu durumlarda görünür özdirenç haritalarından yorum yapmak çoğunlukla daha kolay olmaktadır. Bu nedenle; sığ jeofizik araştırmaların üç-boyutlu yapıldığı durumda, görünür özdirenç yapma kesit ve haritaları yardımıyla da yorumlamada bulunulabilecektir. Ayrıca, araştırmmanın amacına uygun dizilim seçimi, araştırmmanın başarısı açısından önem taşımaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Elektrik özdirenç, modelleme, sığ jeofizik, sonlu farklar.

### ABSTRACT

*In this study, using a finite-difference algorithm, the responses of the Schlumberger, Wenner, pole-pole and dipole-dipole configurations, which are widely used in the resistivity method, to some three-dimensional shallow subsurface models were simulated. These models are based on environmental, hydrogeological and karstic problems which are frequently encountered in near surface geophysics. Based on the multi-channel data acquisition, simulations included calculation of the apparent resistivity pseudo-sections and maps for each model by each configuration. The presence of the shallow resistive or conductive bodies, increase in the depth of the target structures and complexity of the models seriously affected the resolution of the anomalies generated by the configurations. The maximum contribution to anomaly is originated by shallow structures. Therefore, the interpretation of the apparent resistivity maps is easier when the target structures are present in shallow depths. In case of the three-dimensional geophysical surveys the interpretations can be achieved using the apparent pseudo-sections and maps. Considering the success of the survey, choosing the appropriate configuration according to target is important.*

**Key Words:** Electrical resistivity, modelling, near surface geophysics, finite difference.

## GİRİŞ

Elektrik özdirenç yönteminde; anomalinin belirlenmesinde gömülü yapının fiziksel özelliklerinin yanı sıra, kullanılan elektrot dizilimlerinin de büyük önemi vardır. Herhangi bir yer modeli için hesaplanan, ya da ölçülen görünür özdirenç değerleri farklı elektrot dizilimlerine göre değişik sonuçlar verir. Bu nedenle, çalışmanın amacına uygun elektrot diziliminin seçimi araştırmanın başarısı açısından önem taşımaktadır. Değişik elektrot dizilimlerinin karmaşık yeraltı yapıları için vereceği anomalilerin analitik yöntemlerle hesaplanması olanaklı değildir. Analitik hesaplama, genelde, basit geometrik cisimler ve yeryüzünden başlayan modeller üzerinde yapılmaktadır (Parasnis, 1965; Van Nostrand ve Cook, 1966; Telford vd., 1976). Yüzey altında prizmatik biçimli gömülü cisimlerin görünür özdirenç değerlerinin belirlenmesinde ise, 1970'li yıllarda yapılan deneysel tank çalışmaları büyük önem taşır (Apparao, 1979; Brizzolari ve Bernabini, 1979). Ancak daha hızlı işlemcilerin ortaya çıkışıyla başlayan bilgisayar teknolojisindeki gelişme; sonlu elemanlar (Coggon, 1971; Rijo, 1977; Pridmore vd., 1981), sonlu farklar (Jepsen, 1969; Mufti, 1976; Dey ve Morrison, 1979 a ve 1979 b; Scriba, 1981) ve integral denklemi (Dieder vd., 1969; Hohmann, 1975; Meyer, 1977; Okabe, 1981; Das ve Parasnis, 1987) gibi sayısal yöntemleri kullanarak daha gerçekçi modelerin kurulmasına ve etkili hesap yapabilmeye olanak sağlamıştır. Son yıllarda yüksek duyarlılık ve hızlı veri toplayabilen elektrik özdirenç aletlerinin geliştirilmesi, daha ayrıntılı yorum yapma olanağını da vermiştir. Bu gelişimde sonlu farklar ve sonlu elemanlar gibi sayısal hesaplama tekniklerinin önemi büyüktür. Çözüm tekniklerindeki bu gelişme, birçok farklı elektrot dizilimi için karmaşık yeraltı yapılarının iki- ve üç-boyutlu düz ve ters çözüm (Candansayar ve Başokur, 2001; Berge, 2002; Kurtulmuş, 2003; Dahlin ve Zhou, 2004) modellemesinin etkili bir biçimde yapılmasını olanaklı kılmıştır. Düz çözüm çalışmalarında elde edilen değer, görünür özdirençtir. Bu değer, ortamın özdirenç zitliğine, dizilim geometrisine ve derinliğe bağlı olarak değişir ve doğal olarak ortamın gerçek elektriksel yeraltı modelini yansıtmez. Diğer bir deyişle, belirtilen parametrelere bağlı olarak oluşan görünür değişimi yansıtır. Bu nedenle, gerçek yeraltı modelini elde etmek için mutlaka ters çözüm çalışmaları yapılmalıdır. Son yıllarda, sığ

ortamları modellemek için uygulanan iki ve üç-boyutlu ters çözüm işlemleriyle birçok sığ sorun incelenmektedir (Candansayar ve Başokur, 2001; Dahlin vd., 2002; Dahlin ve Zhou, 2004).

Sığ yapıların araştırılmasında genellikle, yanal özdirenç taraması olarak adlandırılan profilème ölçüm tekniği kullanılır. Bu teknikte; seçilen elektrot dizilimine bağlı olarak, değişik görünür derinlik düzeyleri için, yeraltinin görünür özdirenç yapma kesitleri elde edilir. Son yıllarda, kısa sürede duyarlı veri elde etmeyi sağlayan çok-kanallı ölçüm cihazları, sığ yapıların araştırılmasında yaygın olarak kullanılmaya başlamıştır (Dahlin, 2001).

Bu çalışmada; Dey ve Morrison (1979b) tarafından geliştirilen ve üç boyutlu yapılar için uygulanan bir sonlu sonlu farklar hesaplama tekniği kullanılmış olup, dört ayrı elektrot dizilimi (Schlumberger, Wenner, pol-pol ve dipol-dipol) için tasarlanan model yapılarının görünür özdirençleri RES3DMOD (Loke, 2001a) bilgisayar programı kullanılarak hesaplanmıştır. Model yapılar, değişik hidrojeolojik ortamları ve çevresel sorunları tanımlayabilecek biçimde oluşturulmuştur. Böylece; modellerde kullanılan yapıların boyutları, gömülü derinlikleri ve özdirençlerine bağlı olarak oluşturacakları görünür özdirenç anomalileri hesaplanmıştır.

## ÇOK- KANALLI VERİ TOPLAMA

Özdirenç yönteminde bilgisayar denetimli veri toplama sistemleri son 15 yıl içinde oldukça gelişmiştir. Bu tür sistemler; özdirenç aleti, bilgisayar, elektrotları denetleyen bir anahtar devresi, elektrot kabloları, bunların bağlantıları ve elektrotlardan oluşur (Van Overmeeren ve Ritsema, 1988; Griffiths vd., 1990; Griffiths ve Barker, 1993; Dahlin, 2001). Bu tür bir cihaz ve gerekli yazılım yardımıyla; dizilim türleri, akım ve potansiyel elektrotları ile ölçülecek noktalar arası uzaklıklar adreslenebilmektedir. Bu sistemlerin en önemli işlevsel bölümlerinden biri de, elektrotları denetleyen anahtar devresidir. Bazı cihazlarda bunlar doğrudan her bir elektrotta bulunurken, genelde merkezi bir anahtar devreyle denetlenen cihazlar daha yaygındır. Bu tür cihazlarda elektrot kanal sayısı 25, ya da daha fazladır ve genelde 32 ya da 64 kanallı cihazlar yaygın olarak kullanılmaktadır. Elektrot aralıkları da araştırmacının gereksinimine bağlı olarak

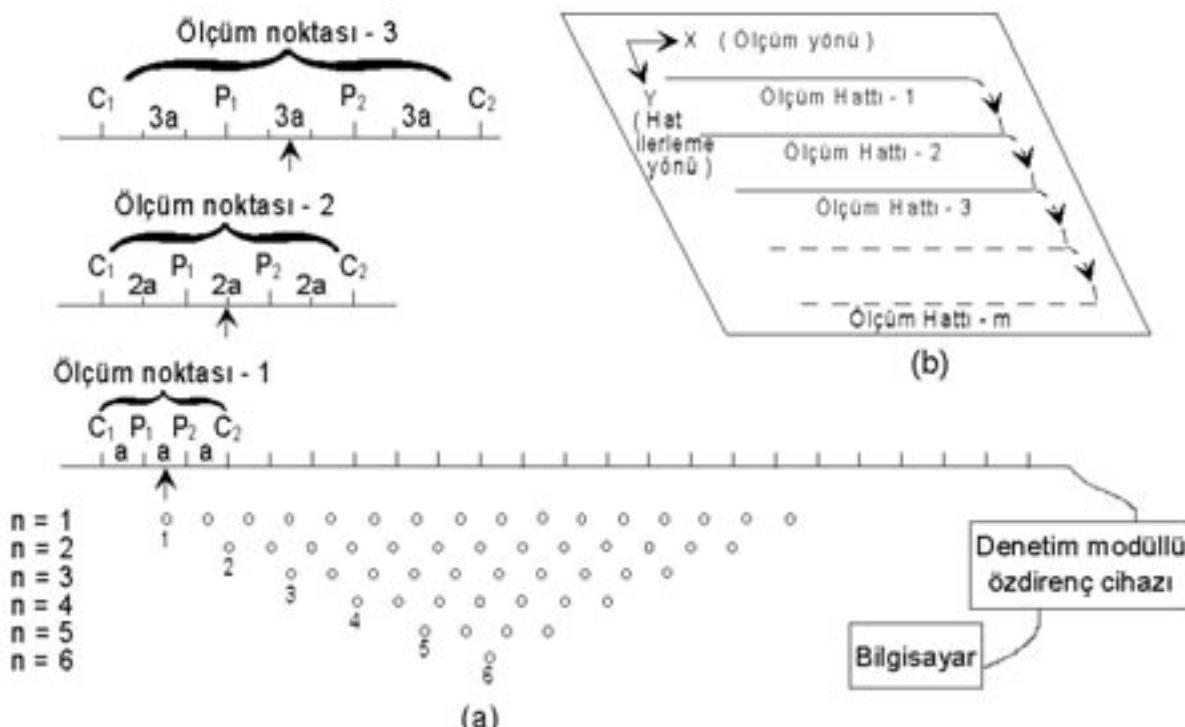
istenilen aralıklarda düzenlenebilmektedir. Genelde 1 ile 25 m aralıklar birçok araştırmada yeterliyken, daha geniş aralıklı düzen kurma olanağı da vardır. Çalışmalar sırasında elektrotların bağlı olduğu kablolar çalışma alanına serildikten sonra, elektrotlar yere çakılır ve kablolar elektrotlara bağlanarak sistem ölçüme hazır duruma getirilir. Veri toplamadan önce her bir elektrotun temas durumları ve diğer taramaları otomatik olarak yapılır. Bunlarda bir sorun çıkmazsa, ölçümler istenilen dizilim türleri için kısa süre içinde gerçekleştirilebilir ve ölçüm hattı bir sonraki hatta kaydırılır. Böyle bir sistemi oluşturan ana elemanlar ve ölçüm sistemi Şekil 1'de verilmiştir.

Şekil 1'de 32 elektrot, çoklu iletken bir kablo, denetim modülü ve taşınabilir bir bilgisayardan oluşan bir sistem ile Wenner dizilimine göre yapılan bir ölçüm gösterilmektedir. Öncelikle istasyon 1'de elektrot aralıklarının "a" olduğu durumda, akım elektrotları olarak 1 ve 4, potansiyel elektrot olarak da 2 ve 3 adreslenmekte ve böylece bu noktanın ölçümü 2 ile 3 noktasının ortasına atanarak, işlem tamamlanmaktadır. Benze-

ri işlem her bir elektrotun bir kez ötelenmesiyle oluşan yeni adreslemeler sırasında da yapılarak, işlem profil sonuna degen sürdürülür ve  $n=1$  düzeyi için görünür özdirenç verileri elde edilir. Daha sonra elektrot aralıklarının "2a" olduğu durum için adreslemeler yeniden değiştirilir ve bir öncekine benzer işlem yinelerek, bu düzeye ilişkin görünür özdirenç verileri toplanır. Ölçümler, tasarılan "n" düzeylerine göre sürdürülür ve böylece ilk ölçüm hattındaki veri toplama işlemi tamamlanır. Daha sonra sistem ölçülecek diğer ölçüm hattına kaydırılır ve benzer işlemler sürdürülür. Böylece tasarılan "m" adet ölçüm hattı üzerinde "n" düzeyine degen yapılan ölçümle, ortamın üç boyutlu görünür özdirenç haritaları ve hacimsel görüntüleri elde edilir.

## KURAMSAL MODELLER VE UYGULAMALAR

Bu çalışma; hidrojeolojik ve çevresel amaçlı sig jeofizik araştırmalarda karşılaşılan bazı temel sorunlarda, yaygın olarak kullanılan dört elektrot diziliimiyle (Schlumberger, Wenner, pol-pol ve dipol-dipol) elde edilmesi olası görünür özdire-



Şekil 1. Çok kanallı özdirenç ölçü sistemi ve ölçüm aşamaları (Griffiths ve Barker, 1993).

Figure 1. Multi-electrode resistivity measuring system and measurement stages (Griffiths and Barker, 1993).

renç yanıtlarının bilgisayar ortamındaki benzeti-mine dayanmaktadır. Modeller oluşturulurken; bunların sorunu en iyi yansıtacak biçimde olma-sına özen gösterilmiştir. Hesaplamalar mümkün olan en yüksek duyarlılıkta yapılmış olup, dizilim türü ve model boyutlarına göre incelebilecek en derin düzeyler irdelenmiştir. Her dizilim için elde edilen yapma görünür özdirenç kesitleri birbirle-riyle karşılaştırılarak, dizilimlerin modellere kar-şı yanıtları incelenmiştir (Göktürkler ve Drahor, 2004).

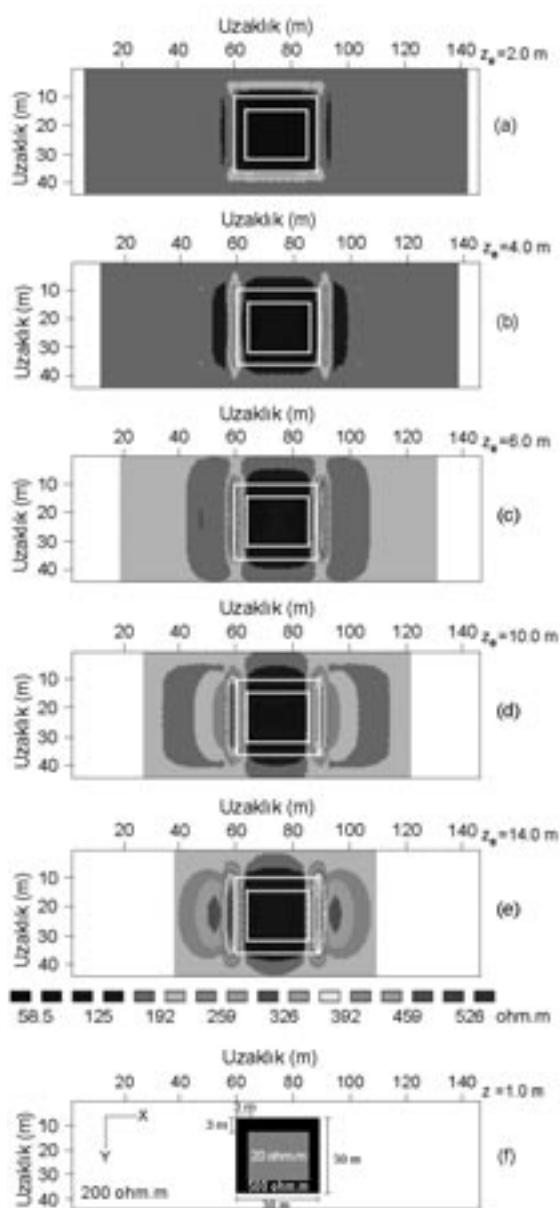
### Karmaşık Modeller

Şıg amaçlı aramalarda sıkça karmaşık yeraltı durumları ile karşılaşılmaktır, dolayısıyla sorun-ların çözümü de karmaşıklık ölçüsünde zorlaş-maktadır. Karmaşık bir yeraltı benzeşim modeli kurulurken, oluşturulan modelin hedeflenen ya-pılara benzer olmasına özen gösterilmelidir. Böylece olası yeraltı durumuna en yakın benze-şim modeli elde edilebilecek ve yorumlamaya önemli bir katkı sağlanacaktır. Bu çalışmada; modeller karmaşıklaştırılarak hidrojeolojik ve çevresel sorunlara uygun olacak biçimde tasa-rımlanmışlardır. Bu sorunlar üzerinde yukarıda dephinilen dört ayrı elektrot dizilimi kullanılarak yapılan üç-boyutlu sonlu farklar hesaplamalarıyla, yapıların oluşturacağı görünür özdirenç haritaları ve yapma kesitleri elde edilmiştir. Bulunan özdirenç yapma kesitlerine ait görünür derinlik değerleri ise, Loke (2001b) tarafından verilen katsayılar çizelgesinden hesaplanmıştır. Bu çi-zelgenin oluşturulmasında, dizilime ait duyarlılık fonksiyonu kullanılmaktadır. Homojen yer mo-deli için araştırma derinliği ve dizilimin yeraltındaki yatay ve düşey özdirenç değişimlerine du-yarlılığı, dizilim duyarlık fonksiyonu tarafından tanımlanabilir (Mc Gillivray ve Oldenburg, 1990). Temelde duyarlık fonksiyonu, potansiyeli etkile-yecek olan yüzey altı özdirencindeki değişimin derecesini vermektedir. Ölçümde, duyarlık de-ğerinin yüksekliği, yeraltına daha fazla nüfuz anlamına gelmektedir. Duyarlılık fonksiyonu, matematiksel olarak, Frechet türevleri yardımıyl-a hesaplanmakta ve böylece etki derinliği, dizili-min toplam uzunluğuna ve elektrotlar arası uzaklığa göre hesaplanarak, değişik dizilimler için katsayılar biçiminde verilebilmektedir (Ed-wards, 1977). Böylece ortaya çıkan etki derinli-ğî ( $z_e$ ) kavramı, görünür özdirenç kesitlerinin araştırma derinliğinin hesaplanmasına sağla-maktadır. Hesaplanmış bu etki derinliklerine gö-

re elde edilen yapay görünürlük özdirenç haritaları, yorum'a katkı sağlayacaktır. Bu nedenle; üç-bo-yutlu bir yeraltı modelini en iyi tanımlayabilecek seviyelerden hesaplanan etki derinliklerine göre elde edilen görünürlük özdirenç haritalarıyla; or-tamda değişimler, yapı boyutları ve derinlikler için yorum yapılabilecektir.

### Çevresel ve Sızıntı Amaçlı Tasarımlanan Modeller

Sıvı atıkların yeraltındaki yayılımının izlenmesi, sıg jeofizigin önemli uygulama alanlarından biri-dir. Bu tür alanlar, özellikle sıg öncelikli özdirenç yöntemi ile etkili bir biçimde incelenebilmekte ve belirlenebilirlikleri üzerine son yıllarda yaygın modelleme çalışmaları yapılmaktadır. Bu çalış-mada, böylesi bir sorunun irdelenmesi açısından oluşturulan iki ayrı model, sonlu farklar yön-te miyle üç-boyutlu olarak incelenmiştir. Bu amaçla (150 x 45) m boyutlarındaki bir alan içi-ne yapılmış (30 x 30 x 7) m boyutlarında bir atık havuzu, altın üretiminde kullanılan bir siyanür havuzu olabileceği düşünülerek tasarımlanmış-tır (çevresel model-1). Modelleme çalışmasında, havuzda olusabilecek herhangi bir defor-masyonun (havuz çeperlerinde olusabilecek çatlama gibi) ortamda yaratacağı özdirenç de-ğişimlerinin etkisini görebilmek amacıyla, tasarım-lanan ikinci model (çevresel model-2) ile de sı-zıntı öncesi ve sonrası durumu karşılaştırma olanağı ortaya çıkmıştır. Hesaplamalarda, ala-nın x ve y yönlerinde 3 m aralıklarla ölçüldüğü düşünülmüştür. (Şekil 3e ve 4e). Kullanılan dört ayrı dizilim için yapılan hesaplamalardan sonra; dizilimlere göre değişik etki derinliklerinden elde edilmiş görünürlük özdirenç haritaları karşılaştırılmıştır. Böylece, yorumlamaya katkı sağlayacağı düşünülmüş ve dizilimlerin böylesi bir yapıya karşı duyarlılığı araştırılmıştır. Şekil 2'de, tanımlanan atık havuzu için Schlumberger dizilimine göre beş ayrı etki derinliğine ( $z_e=2, 4, 6, 10$  ve  $14$  m için) göre elde edilen görünürlük özdirenç ha-ritaları verilmiştir. Bu şeñilden de görüldüğü gibi, model yapı ile görünürlük anomali 0-2 m aralığında birbirine çok benzerdir. Ancak derine doğru gittikçe, ayrımlılık azalmakta ve dizilim geometrisinin önemi ortaya çıkmaktadır. Ölçüm hattı olduğu varsayılan "x" doğrultusu boyunca hattın yapıyı dik kesmesi nedeniyle, yapının dış ve iç sınırları 6 ile 10 m arasında iyice belirgin-leşmekte ve model yapının üzerinde görünürlük özdirençler gerçek özdirenç değerlerine yaklaş-



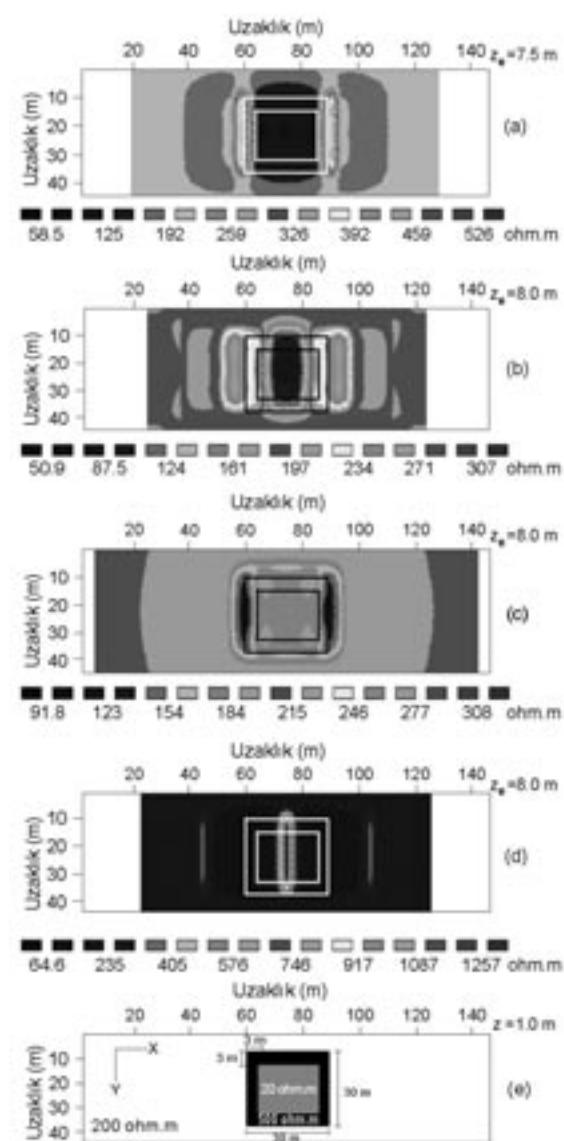
Şekil 2. Çevresel model-1'in Schlumberger diziliimi için değişik derinliklerdeki görünür özdirenç haritaları: (a)  $z_e=2\text{m}$ , (b)  $z_e=4\text{m}$ , (c)  $z_e=6\text{m}$ , (d)  $z_e=10\text{m}$ , (e)  $z_e=14\text{m}$  ve (f) modelin  $z=1\text{m}$ 'deki yatay kesiti.

*Figure 2. Apparent resistivity maps for Schlumberger array in different depths of the environmental model-1: (a)  $z_e=2\text{m}$ , (b)  $z_e=4\text{m}$ , (c)  $z_e=6\text{m}$ , (d)  $z_e=10\text{m}$  and (e)  $z_e=14\text{m}$ , (f) horizontal resistivity model at the depth of  $z=1\text{ m}$ .*

maktadır. Ayrıca, derine doğru indikçe, anomalilerin uzanımları havuz geometrisine uygun olarak daralmaktadır. Böylece; bu tür modelleme çalışmalarında, yüzeyden derine doğru elde

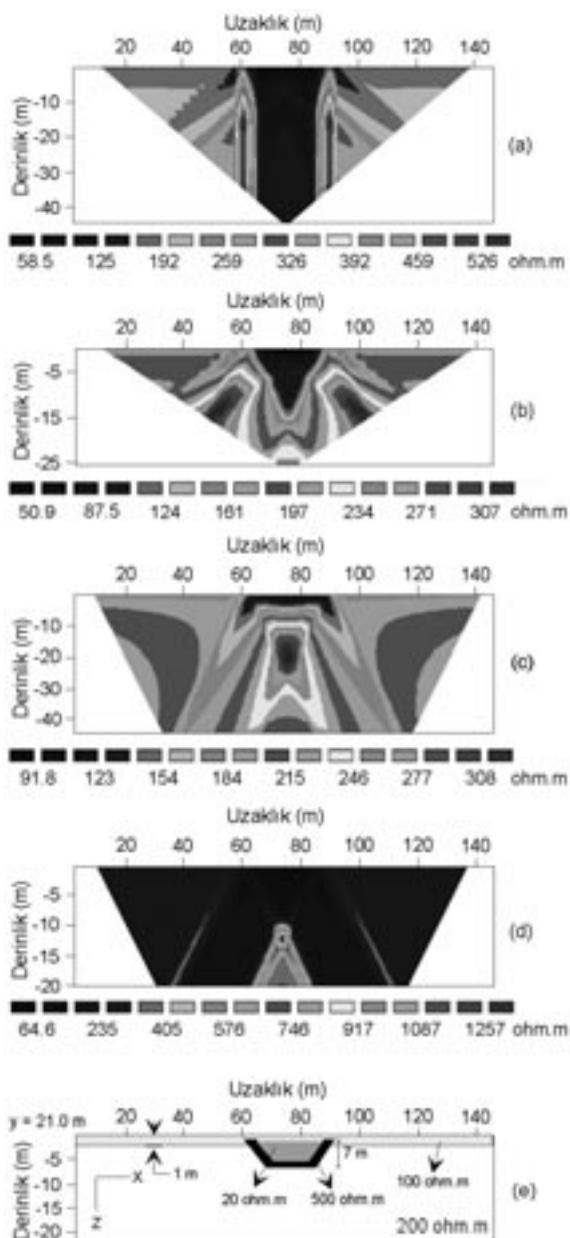
edilen ve etki derinlikleri ile tanımlanan görünür özdirenç haritaları yorumda kolaylık sağlayabilecektir.

Şekil 3 ve 4 birlikte incelendiğinde; tüm dizilimlerde yapıdan kaynaklanan görünür özdirenç anomalileri açıkça görülmektedir. Wenner dizili-



Şekil 3. Çevresel model-1'in görünür özdirenç haritaları: (a) Schlumberger,  $z_e=7.5\text{ m}$ , (b) Wenner,  $z_e=8\text{ m}$ , (c) pole-pole  $z_e=8\text{ m}$ , (d) dipole-dipole,  $z_e=8\text{ m}$  ve (e) modelin  $z=1\text{ m}$ 'deki yatay kesiti.

*Figure 3. Apparent resistivity maps of the environmental model-1: (a) Schlumberger,  $z_e=7.5\text{ m}$ , (b) Wenner,  $z_e=8\text{ m}$ , (c) pole-pole  $z_e=8\text{ m}$ , (d) dipole-dipole,  $z_e=8\text{ m}$  and (e) horizontal resistivity model at the depth of  $z=1\text{ m}$ .*



Şekil 4. Çevresel model-1'in  $y=21$  m'deki görünür özdirenç yapma kesitleri: (a) Schlumberger, (b) Wenner, (c) pole-pole, (d) dipole-dipole, (e) modelin  $y=21$  m'deki düşey kesiti.

*Figure 4. Apparent resistivity pseudo-sections of the environmental model-1 at the  $y$ - horizontal distance of 21 m: (a) Schlumberger, (b) Wenner, (c) pole-pole, (d) dipole-dipole, (e) vertical resistivity model at the  $y$ - horizontal distance of 21 m.*

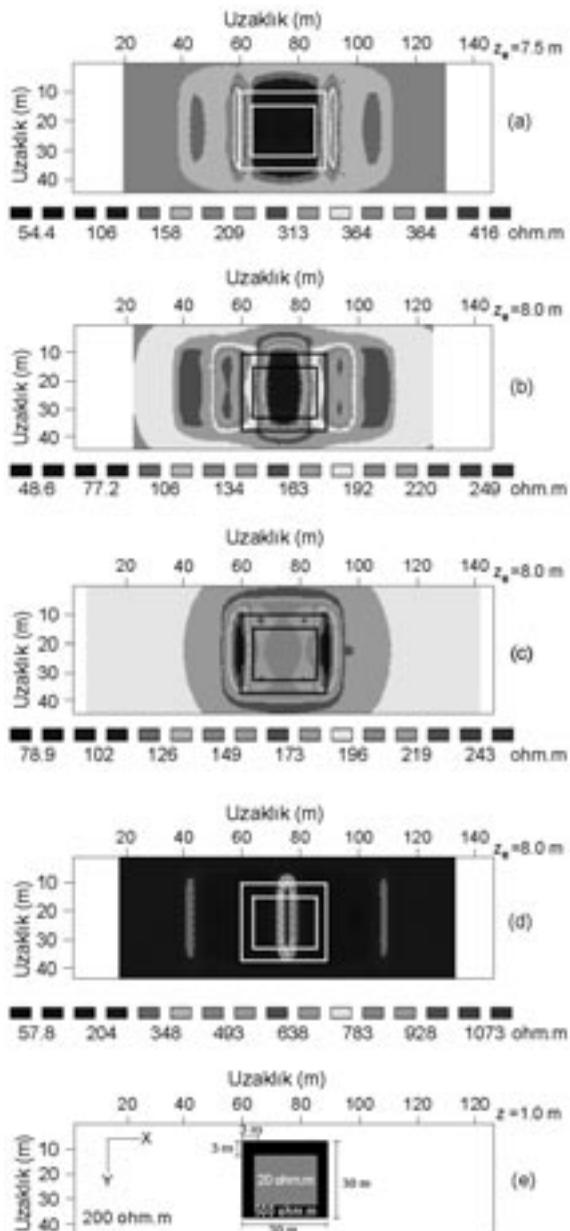
minden elde edilen görünür özdirenç yapma kesitinde, havuzun şekli belirgin olarak ortaya çıkmaktadır. Havuz içi ve çevreleyen ortamın görünür özdirenç değerleri model özdirenç değerle-

rine oldukça yakındır. Ancak havuz içindeki iletken yapının etkisiyle havuzun altındaki ortamın görünür özdirenç değerleri düşüş göstermektedir (Şekil 4b).  $z_e=8$  m'den elde edilen yatay görünürlük özdirenç haritasına göre, havuzun oluşturduğu anomaliyi ve havuz sınırlarını belirmek oldukça zordur. Burada "M" ve "W" biçiminde anomaliler üreten Wenner diziliminin böylesi bir yapıyı tanımlamaktan ne derece uzak olduğu görülmektedir (Şekil 3b ve 4b). Havuz kenarındaki süreksızlıklere en duyarlı dizilim Schlumberger'dir ve havuz içindeki görünür özdirenç değerleri model özdirenç değerlerine yakındır. Havuzun kenarlarından itibaren, derine doğru dik yönde uzanan ve yüksek görünürlük özdirenç değerlerine sahip iki ayrı anomali grubu bulunmaktadır ve bunların havuz çeperlerinden kaynaklandığı düşünülmektedir (Şekil 4a). Bu dizilimin  $z_e=7.5$  m'den elde edilen görünür özdirenç haritası ise, havuz sınırları ile havuz içi görünür özdirenç değerlerini tanımlamada modele oldukça yaklaşmıştır (Şekil 3a). Dipol-dipol dizilimin yapma kesitinde; havuz içi ve çevresinde model özdirence yakın görünür özdirenç değerleri gözlenmesine karşın, dipol kollarının hiperbolik anomaliler ortaya çıkarması ayrımlılığı azaltmaktadır (Şekil 4d). Bu dizilimin  $z_e=8$  m'den elde edilen görünür özdirenç haritasında da ayrımlılık çok düşüktür (Şekil 3d). Pol-pol dizilimin yapma kesitinde ise, atık havuzunun içindeki görünür özdirenç değerlerinin yükselmesine karşın, havuzu çevreleyen ortamın görünür özdirençleri model değerlere oldukça yakınsamıştır. Ancak anomali biçim; dizilimin bir akım ve bir potansiyel kolu içermesinden dolayı, ters yönde bir uzanıma sahip olmakta ve derinde yüksek özdirençli görünürlük bir anomalinin oluşmasına neden olmaktadır. Dizilim duyarlılığının derinliğe bağlı olarak hızla azalması, atık havuzun üst yüzünü tanımlamasına karşın, alt yüzünün tanımlanmasını engellemektedir (Şekil 4c). Bu dizilimin  $z_e=8$  m'den oluşturulan görünür özdirenç haritasında, atık havuzun bulunduğu yerdeki anomali şekil açısından model yapıya çok benzemektedir. Ancak, görünür özdirenç değerleri model yapısından oldukça farklıdır ve genellikle Schlumberger'den sonra böylesi bir modele uyum sağlayan ikinci dizilimin pol-pol olduğu belirtilmelidir (Şekil 3c). Böylece bu dizilimle atık havuzu gibi yüzeye yakınlardan elde edilecek görünür özdirenç haritalarıyla oldukça iyi bir yorumlama yapılabileceği belirtilebilir.

Tasarımlanan ilk modelin zaman içinde çeşitli etkiler nedeniyle (deprem, heyelan, zemin sorunları vb.) sızdırığını ve havuzu çevreleyen birime kimyasal içerikli bir akışkan sızıntısı olduğu düşünülerek, ikinci model tasarılmıştır. Burada amaç; böylesi alanlar üzerinde periyodik olarak yapılacak özdirenç izleme ölçümlerinin, bir ölçüde de olsa, bilgisayar ortamında benzetiminin yapılmasıdır. Modelden sızan atık; akışkan havuzun altından başlayarak, yeraltına doğru gözenek iletimiyle hareket ederek, ortamın özdirenç değerlerini, içindeki kimyasal maddenin türüne bağlı olarak, azaltacak ya da artıracaktır. Bu örnekte özdirenç değerini azaltan bir model seçilmiştir. Bu durumun ortamın özdirencini atık içeren bölümlerde 200 ohm.m'den 50 ohm.m'ye düşürdüğü varsayılmıştır (Şekil 5e ve 6e). Hesaplama sonuçunda elde edilen görünür özdirenç yapma kesitleri incelendiğinde; anomali biçimlerinin bir önceki örnektekine (pol-pol dizilişi hariç) oldukça benzettiği, ancak havuzun altındaki görünür özdirenç değerlerinin sızan akışkan etkisiyle azaldığı görülmektedir (Şekil 6a, b, d). Pol-pol dizilişinde ise, atık akışkanın ortama yayılması havuzun altındaki görünür özdirenç değerlerinin diğer dizilişlere göre daha fazla azalmasına neden olmuştur (Şekil 6c). Görünür özdirenç haritalarında da, sızıntı etkisi net biçimde ortaya çıkmaktadır (Şekil 5a, b, c, d). Bu haritalar içinde en iyi sonuç, yine Schlumberger dizilişimle elde edilmiş ve bu diziliş pol-pol dizilişinin izlediği görülmüştür. Böylece bu iki dizilişin böylesi ortamları tanımlamada daha iyi olduğu, görünür özdirenç anlamında ve bu tür çalışmalarla öncelikli seçilmesi gereklidir. Bu benzetim, çevre kirliliği ve sızıntı izleme çalışmalarında, özdirenç yönteminin ortamda değişimlerin izlenmesinde yararlı bir yöntem olacağını göstermektedir.

### Gömülü Bir Paleo-kanal Modeli

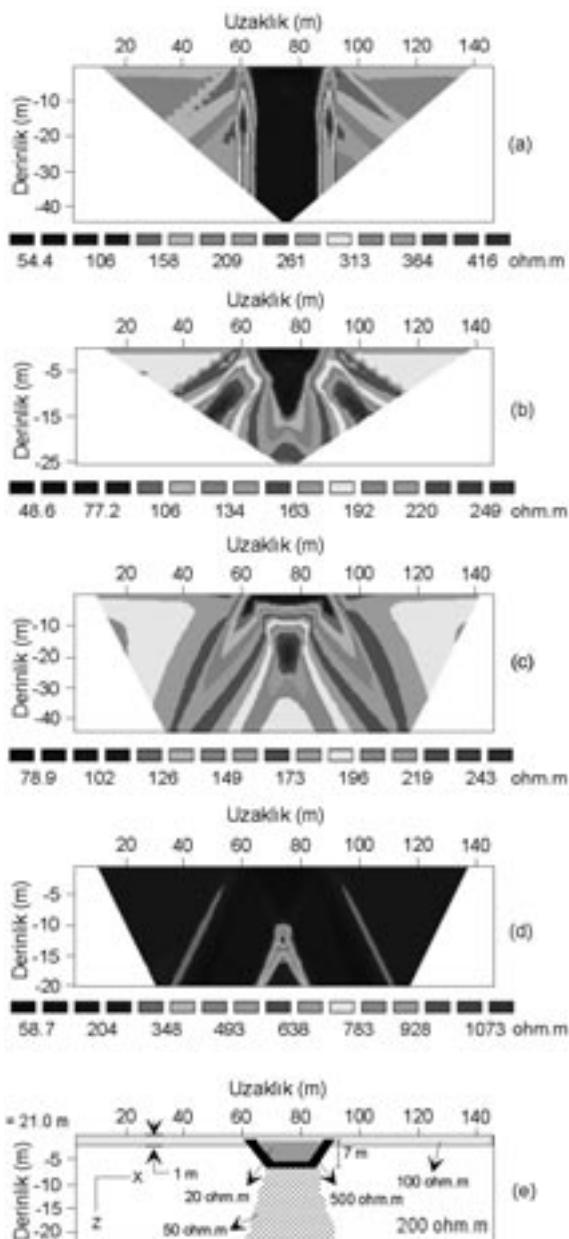
Yeraltısu tablasının belirlenmesi, jeofiziğin yaygın uygulama alanlarından biridir. Özellikle özdirenç yöntemi; bu tür ortamları belirlemedeki uygunluğu, uygulanış kolaylığı ve maliyeti dikkate alındığında, uygulamada oldukça sık kullanılmaktadır. Son yıllarda modelleme çalışmalarında ortaya çıkan gelişim, bu tür ortamların daha yorumlanabilir olmasını sağlayarak, yeraltısu araştırmalarında jeofizik özdirenç uygulamalarının önemini daha da artırmıştır.



Şekil 5. Çevresel model-2'nin görünür özdirenç haritaları: (a) Schlumberger,  $z_e=7.5$  m, (b) Wenner,  $z_e=8$  m, (c) pole-pole,  $z_e=8$  m, (d) dipole-dipole,  $z_e=8$  m ve (e) modelin  $z=1$  m'deki yatay kesiti.

Figure 5. Apparent resistivity maps of the environmental model-2: (a) Schlumberger,  $z_e=7.5$  m, (b) Wenner,  $z_e=8$  m, (c) pole-pole  $z_e=8$  m, (d) dipole-dipole,  $z_e=8$  m and (e) horizontal resistivity model at the depth of  $z=1$  m.

İlk model, yüzeye çok yakın yeraltılarının etkisiyle akifer özelliğini taşıyabilecek gömülü bir paleo nehir yatağının belirlenebilirliğini araştırmak amacıyla tasarılmıştır (hidrojeolojik model).

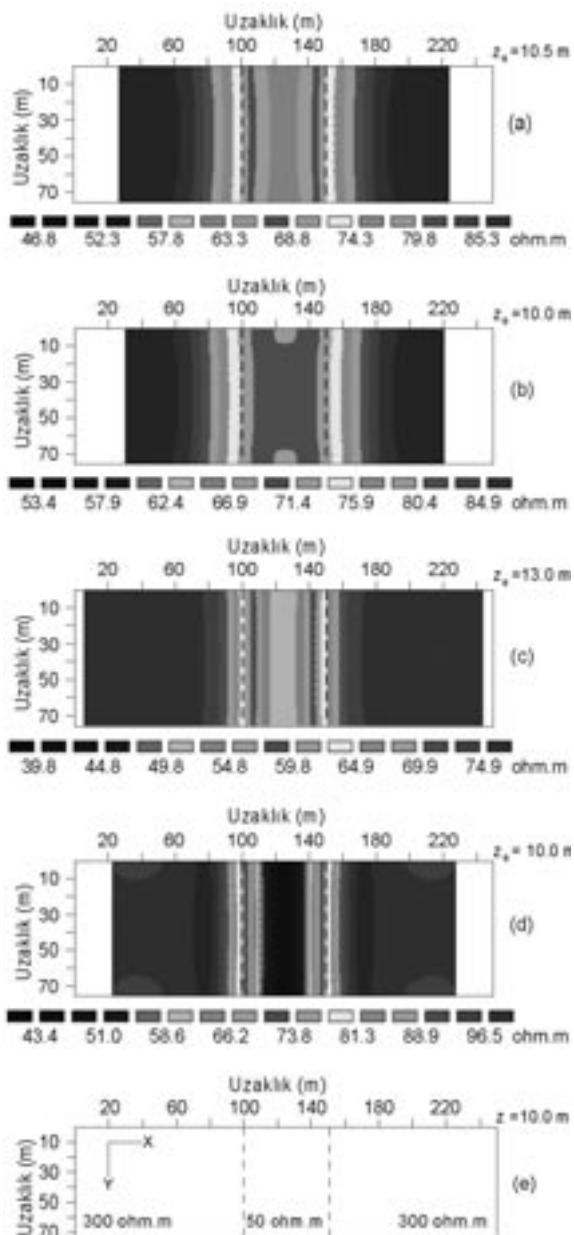


Şekil 6. Çevresel model-2'nin  $y=21$  m'deki görünür özdirenç yapma kesitleri: (a) Schlumberger, (b) Wenner, (c) pole-pole, (d) dipole-dipole, (e) modelin  $y=21$  m'deki düşey kesiti.

*Figure 6. Apparent resistivity pseudo-sections of the environmental model-2 at the  $y$ - horizontal distance of 21 m: (a) Schlumberger, (b) Wenner, (c) pole-pole, (d) dipole-dipole, (e) vertical resistivity model at the  $y$ - horizontal distance of 21 m.*

Bu amaçla  $(250 \times 75)$  m boyutlarındaki yapay bir model oluşturulmuştur (Şekil 7e ve 8e). Hesaplamalar, alanın  $x$  ve  $y$  yönlerinde 5 m aralıkl-

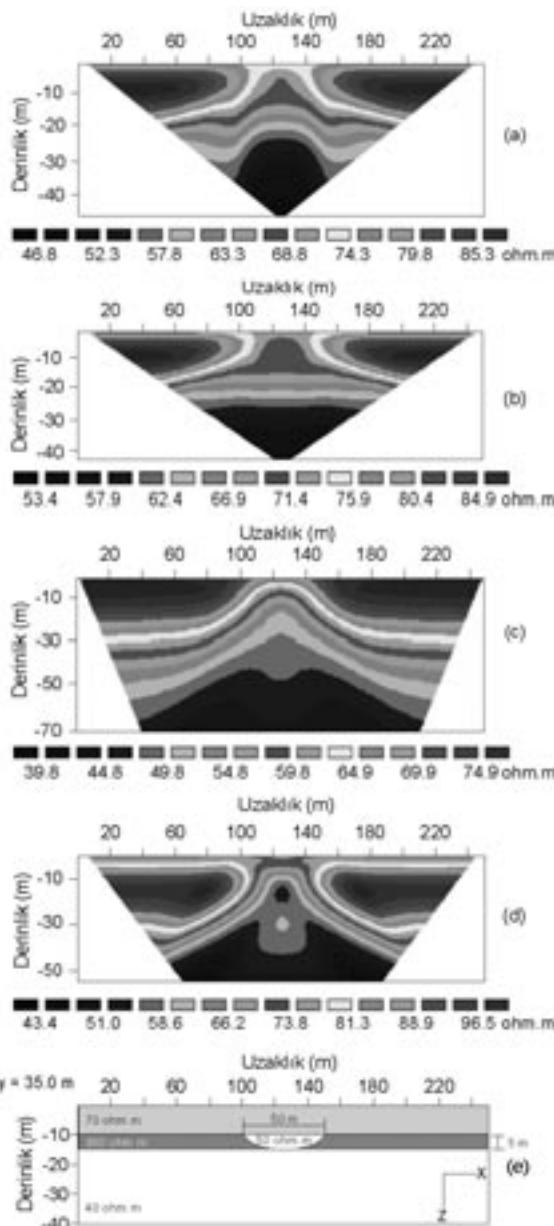
larla ölçüldüğü düşünülerek yapılmıştır. Daha önce belirtilen dizilik türlerine göre yapılan hesaplamalarla elde edilen görünür özdirenç yapma kesitleri incelendiğinde; bu model için en tanımsal anomaliyi dipol-dipol dizilikimi vermektedir (Şekil 8d). Modelde tasarımılanan tüm yapıların yatay ve düşey yönlerdeki görüntüleri en belirgin şekilde bu dizilikte ortaya çıkmaktadır. Görünür özdirenç değerleri için de aynı tanımsallık devam etmektedir. Özellikle yaklaşık 10 m etki derinliğindeki görünür özdirenç kesitleri alındığında, tüm diziliklerin yapı sınırlarını oldukça iyi tanımlamasına karşın, pol-pol ve dipol-dipol'ün düşük özdirençli paleo kanalı gerçek özdirenç değerlerine daha yakın olarak tanımladığı görülmektedir (Şekil 7). Görünür özdirenç değerlerinin dipol-dipol dizilikte  $z_e=10$  m kesitinden elde edilen haritada, paleo kanal yapısının belirgin biçimde ortaya çıktığı görülmektedir (Şekil 7d). Schlumberger dizilikimi yapma kesitinde ise, örtü tabakası gömülü kanalın olduğu yerin dışında kalmaktadır. Ayrıca, gömülü kanalın etkisini gösteren anomali, alttaki yatay katman etkisini de bozmaktadır ve oluşan bu anomali, ortamda yapıyı tanımlamaktan uzaktır. Gömülü kanalın altında bulunan yatay katmanın olduğu yerdeki görünür özdirenç değerleri ise, modeldeki özdirenç değerine oldukça yakındır (Şekil 8a).  $z_e=10.5$  m kesitinden elde edilen yatay görünür özdirenç haritasında da varsayılan yapı etkisinin modele uygun biçimde sürdüğü görülmektedir. Ancak varsayılan kanalın sınırları net olarak belirlenememekte ve görünür özdirenç değerleri de modele dipol-dipol ve pol-pol sonuçlarından daha uzaktır (Şekil 7a).  $z_e=10$  m'den elde edilen Wenner görünür özdirenç haritasında, yapı sınırlarının belirginiği oldukça düşüktür (Şekil 7b). Yapma kesitte ise; örtü tabakası, kanalın üzeri hariç, açıkça gözlenmektedir. Gömülü kanal ve çevre birimlerin etkisi ise açıkça tanımlanamamaktadır. Ancak, en alttaki yatay katmanı simgeleyebilecek biçimde görünür özdirenç değerinin model ile uyumlu ve görünür değerlerinde model özdirenç değerine yakın olduğu görülmektedir (Şekil 8b). Pol-pol dizilikinde örtü katmanı modele benzer bir anomali vermesine karşın, tasarlanan kanal biçimli yapı üzerinde anomali bozulması gözlenmektedir. Üstteki örtü katmanı için görünür özdirenç değeri, model özdirenç değerine çok yakın bir değer almaktadır. Ancak bu dizilikin duyarlılığının zayıf olması nedeniyle, derine doğru çevre ortamların etkisi açıkça gözlenememekte ve görünür



Şekil 7. Hidrojeolojik modelin görünür özdirenç haritaları: (a) Schlumberger,  $z_e=10.5$  m, (b) Wenner,  $z_e=10$  m, (c) pol-pol,  $z_e=13$  m, (d) dipol-dipol,  $z_e=10$  m ve (e) modelin  $z=10$  m'deki yatay kesiti.

*Figure 7. Apparent resistivity maps of the hydrogeological model: (a) Schlumberger,  $z_e=10.5$  m, (b) Wenner,  $z_e=10$  m, (c) pole-pole  $z_e=13$  m, (d) dipole-dipole,  $z_e=10$  m and (e) horizontal resistivity model at the depth of  $z=10$  m.*

özdirenç değerleri de yumuşatılmış bir anomali görüntüsü vermektedir. Varsayılan paleo-kanal türü yapının etkisi, andıran kesitte net şekilde



Şekil 8. Hidrojeolojik modelin  $y=35$  m'deki görünür özdirenç yapma kesitleri: (a) Schlumberger, (b) Wenner, (c) pole-pole, (d) dipole-dipole, (e) modelin  $y=35$  m'deki düşey kesiti.

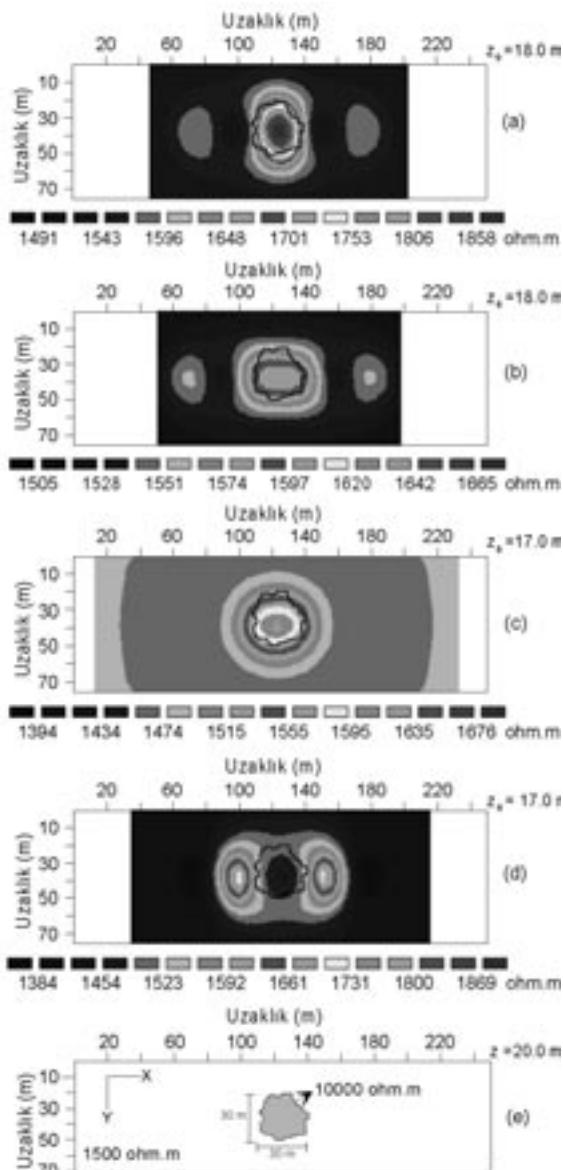
*Figure 8. Apparent resistivity pseudo-sections of the hydrogeological model at the y-horizontal distance of 35 m: (a) Schlumberger, (b) Wenner, (c) pole-pole, (d) dipole-dipole, (e) vertical resistivity model at the y- horizontal distance of 35 m.*

gözlenememesine rağmen, anomalilerde yukarı doğru bir uzanım gözlenmektedir (Şekil 8c). Bu dizilimin  $z_e=13$  m'den elde edilen görünür özdirenç haritası ise, yapı hakkında Wenner ve

Schlumberger diziliminden daha iyi bir yorum olanağı sunmaktadır (Şekil 7c).

### Karstik Boşluk Modelleri

Karstik yapılar, mühendislik uygulamalarında önemli bir sorun olarak ortaya çıkar ve bunların saptanması sığ jeofiziğin yaygın uygulama alanlarından birini oluşturur. Özellikle özdirenç yöntemi, bu tür yapıların yerlerinin belirlenmesinde önemli bir araştırma teknigidir. Bu amaçla, bu tür yapıların üç-boyutlu özdirenç çalışmaları sonucunda belirlenebilirliğini göstermek için, karstik yapılara uygun değişik benzetim modelleri kurulmuştur. Bu modellerden ikisi, ayrıntılı olarak tartışılmıştır. Oluşturulan ilk yapay model, ( $250 \times 70$ ) m boyutlarındaki bir alanda, 1500 ohm.m özdirenç değerine sahip bir kireçtaşı, ya da dolomit içerisinde, ve 30 m genişliğinde, yüzeyden 10 m derindeki bir boşluğu göstermektedir (karstik model-1) (Şekil 9e ve 10e). Hesaplamlar, alanın x ve y yönlerinde 5 m aralıklarla ölçüldüğü düşünülerek yapılmıştır. Görünür özdirenç haritaları, yapıyı en iyi tanımlayan  $z_e=17$  ve 18 m'den elde edilmiştir. Dört ayrı dizilim için elde edilen yapma kesitler ve görünürlük özdirenç haritaları incelendiğinde, modelin tüm dizilimlerde bir anomali oluşturduğu gözlenmektedir (Şekil 9 ve 10). Schlumberger dizilimi için elde edilen görünürlük özdirenç haritasında ( $z_e=18$  m) böylesi bir yapı ve çevreleyen ortam açıkça belirlenirken (Şekil 9a), yapma kesitte anomali biçimini yüzeyden derine doğru artan görünürlük özdirenç değerlerine sahiptir ve tanımsallığı engellemektedir (Şekil 10a). Pol-pol diziliminin yapma kesitinde boşluk ve çevreleyen ortam açıkça belirlenirken, boşluğun altında görünürlük özdirenç değerleri azalmakta ve anomali derine doğru hiperbolik bir biçim almaktadır (Şekil 10c). Bu dizilimin  $z_e=17$  m'den elde edilen görünürlük özdirenç haritasında, Schlumberger ve Wenner'den daha iyi bir belirlenebilirlik mevcuttur (Şekil 9c). Dipol-dipol, yapma kesitleri hiperbolik bir anomali oluşturmamasına karşın, boşluğun bulunduğu yerde yüksek özdirenç değerleri görülmektedir (Şekil 10d). Bu dizilimin  $z_e=17$  m'deki görünürlük özdirenç haritası, modeli diğer tüm dizilimlerden daha kötü tanımlamaktadır (Şekil 9d). Wenner dizilimde ise, karstik yapı belirlenmeye birlikte, hem  $z_e=18$  m'den elde edilen görünürlük özdirenç haritasından, hem de yapma kesitten yapının sınırları hakkında yorum yapmak oldukça zordur (Şekil 9b ve 10b). Böylesi bir ya-

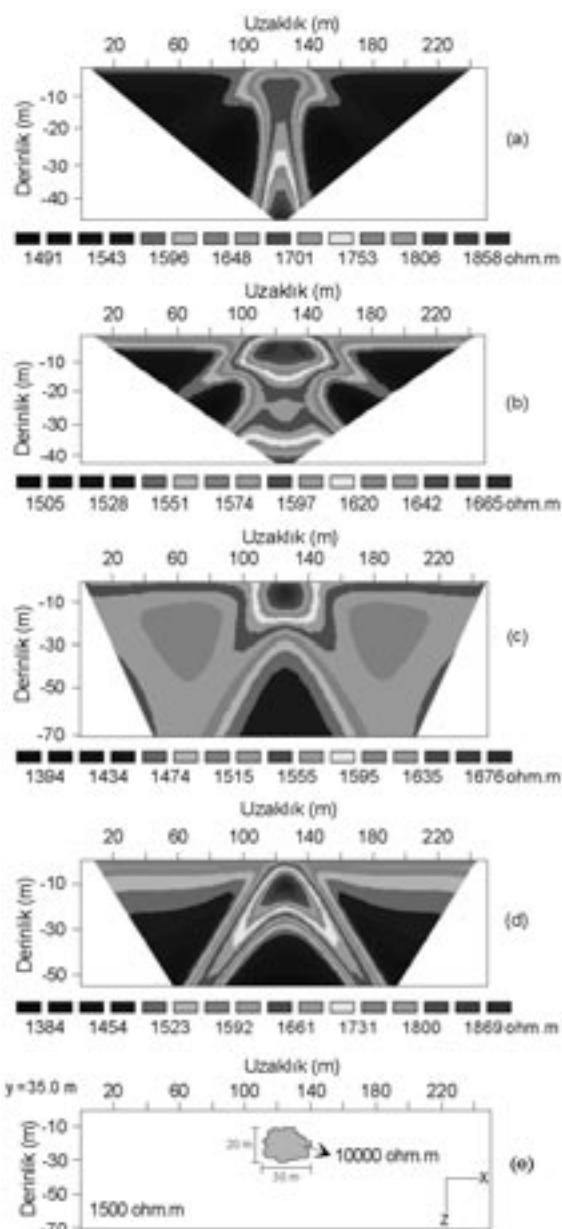


Şekil 9. Karstik model-1'in görünür özdirenç haritaları: (a) Schlumberger,  $z_e=18$  m, (b) Wenner,  $z_e=18$  m, (c) pole-pole  $z_e=17$  m, (d) dipole-dipole,  $z_e=17$  m ve (e) modelin  $z=20$  m'deki yatay kesiti.

Figure 9. Apparent resistivity maps of the karstic model-1: (a) Schlumberger,  $z_e=18$  m, (b) Wenner,  $z_e=18$  m, (c) pole-pole  $z_e=17$  m, (d) dipole-dipole,  $z_e=17$  m and (e) horizontal resistivity model at the depth of  $z=20$  m

pi için en iyi dizilimin sırasıyla; pol-pol, Schlumberger, Wenner ve dipol-dipol olduğu ortaya çıkmıştır.

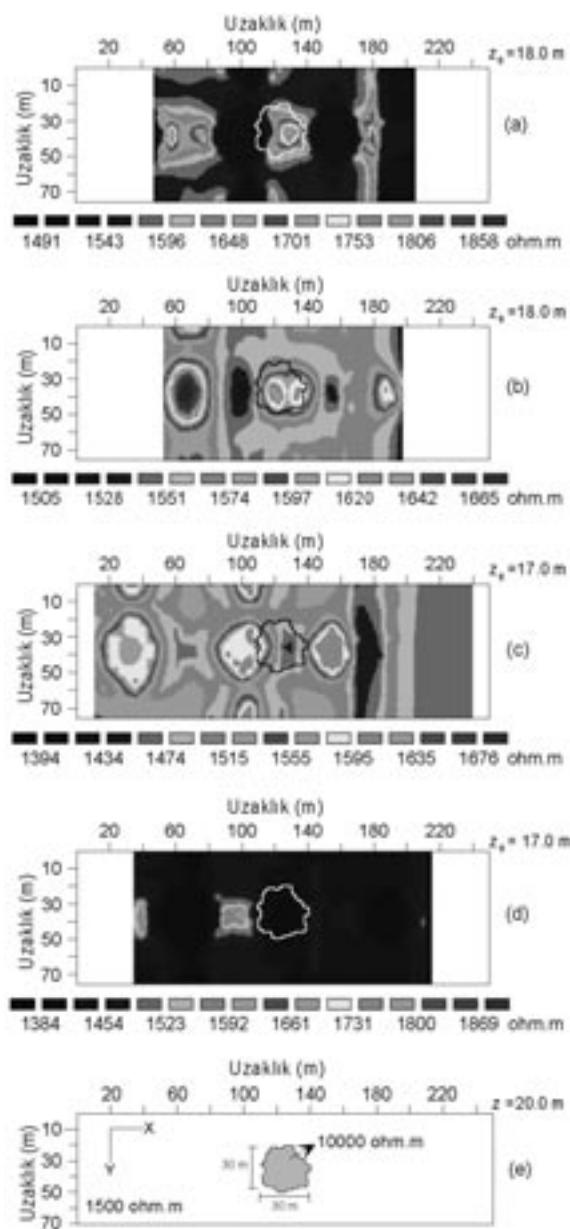
İkinci model ise, birinci modelin yüzeye yakın bölümlerinin çeşitli iklimsel etkiler nedeniyle bo-



Şekil 10. Karstik model-1'in  $y=35$  m'deki görünür özdirenç yapma kesitleri: (a) Schlumberger, (b) Wenner, (c) pol-pol, (d) dipol-dipol, (e) modelin  $y=35$  m'deki düşey kesiti.

Figure 10. Apparent resistivity pseudo-sections of the karstic model-1 at the  $y$ -horizontal distance of 35 m: (a) Schlumberger, (b) Wenner, (c) pole-pole, (d) dipole-dipole, (e) vertical resistivity model at the  $y$ - horizontal distance of 35 m.

zunmuş ve bunun sonucu oluşan oyuklarında 80 ohm.m'lık özdirenç değerine sahip toprak ile dolduğu düşünülperek oluşturulmuştur (karstik model-2) (Şekil 11e ve 12e). Bu modelle yapılan

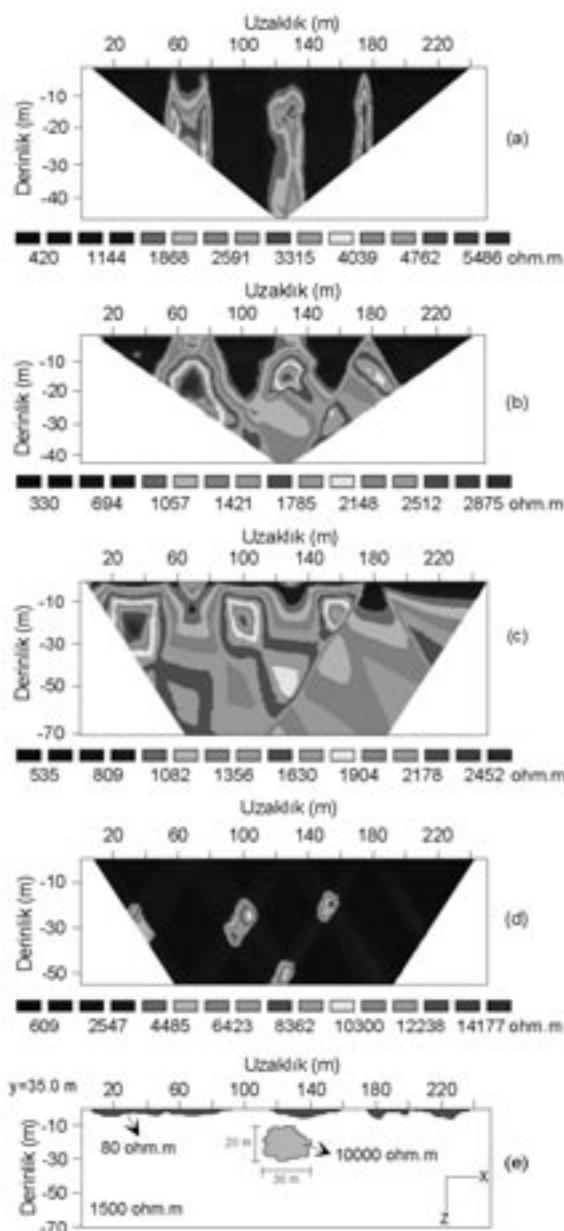


Şekil 11. Karstik model-2'nin görünür özdirenç haritaları: (a) Schlumberger,  $z_e=18$  m, (b) Wenner,  $z_e=18$  m, (c) pol-pol,  $z_e=17$  m, (d) dipol-dipol,  $z_e=17$  m ve (e) modelin  $z=20$  m'deki yatay kesiti.

Figure 11. Apparent resistivity maps of the karstic model-2: (a) Schlumberger,  $z_e=18$  m, (b) Wenner,  $z_e=18$  m, (c) pole-pole  $z_e=17$  m, (d) dipole-dipole,  $z_e=17$  m and (e) horizontal resistivity model at the depth of  $z=20$  m.

hesaplamalar sonucu elde edilen haritalar ve yapma kesitler incelendiğinde, tüm dizimlerde yüzeydeki bozunma ve burada bulunan düşük özdirençli katmandan dolayı gömülü yapının

anomalisi önemli oranda maskelenmekte ve ayrıca yüzey örtüsünden kaynaklanan birçok ikinçil anomali grubu ortaya çıkmaktadır (Şekil 11 ve 12). Elde edilen görünür özdirenç haritaların-



Şekil 12. Karstik model-2'nin  $y=35$  m'deki görünür özdirenç kesitleri: (a) Schlumberger, (b) Wenner, (c) pol-pol, (d) dipol-dipol, (e) modelin  $y=35$  m'deki düşey kesiti.

Figure 12. Apparent resistivity pseudo-sections of the karstic model-2 at the  $y$ -horizontal distance of 35 m: (a) Schlumberger, (b) Wenner, (c) pole-pole, (d) dipole-dipole, (e) vertical resistivity model at the  $y$ - horizontal distance of 35 m.

dan ( $z_e=17$  ve  $18$  m için) aşağıda bulunan karsilik yapıyı hemen hemen hiçbir dizilimle belirleme olağrı olmamasına karşın, yine de en iyi sonucu, sırasıyla, Wenner ve Schlumberger dizilimi vermektedir (Şekil 11a,b,c,d). Benzer biçimde yapma kesitlerden de gömülü karstik yapıyı belirleme olağrı yoktur. Karstik yapının etkisi Schlumberger ve Wenner dizilimlerinde, diğer anomalilerle karışmasına karşın, bir ölçüde olsa görülmektedir (Şekil 12a ve b). Ancak pol-pol ve dipol-dipol dizilimlerinden böylesi bir yapıyı tanımlama olağrı bulunmamaktadır (Şekil 12c ve d).

## SONUÇLAR

Bu çalışmada; sig olcekli özdirenç çalışmalarında karşılaşılan sorunların bilgisayar ortamındaki benzetimi, sonlu farklar yöntemiyle elde edilmiştir. Üç boyutlu olarak yapılan bu modelleme çalışmasında dört farklı dizilim (Schlumberger, Wenner, pol-pol, dipol-dipol) kullanılmış ve bunların yanitları elde edilmiştir. Çalışmalar; sorunların genel özellikleri bilindiğinde, doğaya uygun karmaşık modellerin ve kullanılan yöntem yardımıyla da bu yapılar üzerindeki özdirenç yanıtlarının kısa sürede oluşturulabileceğini ortaya koymuştur. Model yapının karmaşıklaması ve özellikle aranan hedef yapının üzerinde dirençli, ya da iletken başka yapıların bulunması durumunda oldukça farklı sonuçların elde edildiği görülmüştür. Böylece yapının karmaşıklasımıyla aranan hedef yapının belirlenmesi zorlaşmaktadır. Bu sonuç, benzeri yeraltı durumlarının araştırılmasında elde edilen görünür özdirenç andiran kesitlerinden yorum yapmanın ne denli önemli sakincalar doğuracağını açıkça ortaya koymaktadır. Bu gibi durumlarda; kullanılan dizilim sayısının fazlalığı, sahada farklı jeofizik yöntemlerin uygulanması, ters-çözüm modellemesi ve iyi bir jeoloji bilgisi yorumlamayı artıracaktır. Çalışmalar sırasında; anomaliye en büyük katkıyı genelde sig derinlikte gömülü bulunanlar yapılar vermektedir. Böylece yeraltındaki hedef yapıların siğlaşmasıyla görünür özdirenç haritalarından yorum yapmanın, dizilime bağlı olarak değişimle birlikte, genelde kolaylaşlığı; yapıların derinleştiği durumda ise, hem yapma kesitlerin, hem de görünür özdirenç haritalarının daha da karmaşık bir durum aldığı saptanmıştır. Ayrıca; modellerin karmaşıklaması, özdirenç değerleri arasındaki zıtlığın artması ve yapıların farklı derinliklerde gömülü olma duru-

mu yapıların belirlenebilirliğini doğrudan etkilemektedir. Bu nedenle; bu çalışma siğ jeofizik araştırmalarda, üç boyutlu çalışma yapılmaz ise, görünür özdirenç değerleri yardımıyla yorum yapmanın önemli sakıncalar içereceğini ortaya çıkarmıştır.

Bu çalışmada olduğu gibi, kısa sürede ve kolayca elde edilebilen yapma kesitler ve haritalar; arkeoloji, çevre sorunları, mühendislik ve hidrojeoloji ile ilgili siğ ölçekli sorunların çözümünde yorumlamaya önemli oranda katkı sağlayacaktır. Ayrıca, yeraltındaki cisimlerin değişik dizilimlere göre farklı yanıtlar vermesi de, araştırmanın amacına uygun dizilimin seçilmesi açısından bu tür çalışmaların önemini ortaya koymaktadır. Böylece araştırılacak alanda, elde edilmesi olası anomalilerin bilgisayar ortamında benzetimi ile araştırma sorunu hakkında çalışma öncesi bazı yorumlar yapılabilir ve arazi ölçümleri daha iyi planlanabilir.

## KATKI BELİRTME

Yazarlar, yayının son şekline gelmesinde gösterdiği önemli katkılarından dolayı dergi editörü Prof. Dr. Reşat Ulusay'a ve isim belirtilmeyen hakeme teşekkür ederler.

## KAYNAKLAR

- Apparao, A., 1979. Model tank experiments on resolution of resistivity anomalies obtained over buried conducting dikes-in-line and broadside profiling. *Geophysical Prospecting*, 27, 835 - 847.
- Berge, M.A., 2002. Siğ aramacılıkta sonlu farklar yöntemi ile iki-boyutlu düz çözüm özdirenç modellemesi. Lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, 77 s (yayımlanmamış).
- Brizzolari, E., and Bernabini, M., 1979. Comparison between Schlumberger electrode arrangement and some focused electrode arrangements in resistivity profiles. *Geophysical Prospecting*, 27, 233 - 244.
- Candansayar, M.E., and Başokur, A.T., 2001. Detecting small-scale targets by the 2D inversion of two-sided three-electrode data: application to an archaeological survey. *Geophysical Prospecting*, 49, 13 -25.
- Coggon, J.H., 1971. Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method. *Geophysics*, 36, 132 -155.
- Dahlin, T., 2001. The development of dc resistivity imaging techniques. *Computer and Geosciences*, 27, 1019 -1029.
- Dahlin, T., and Zhou, B., 2004. A numerical comparison of 2-D resistivity imaging with 10 electrode arrays. *Geophysical Prospecting*, 52, 379 -398.
- Dahlin, T., Bernstone, C., and Loke, M. H., 2002. Case History: A 3-D resistivity investigation of a contaminated site at Lernacken, Sweden. *Geophysics*, 67, 1692-1700.
- Das, U.C., and Parasnis, D.S., 1987. Resistivity and induced polarization responses of arbitrarily shaped three-dimensional bodies in a two-layered earth. *Geophysical Prospecting*, 35, 98 -109.
- Dey, A., and Morrison, H.F., 1979a. Resistivity modeling for arbitrarily shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting*, 27, 106 -136.
- Dey, A., and Morrison, H.F., 1979b. Resistivity modeling for arbitrarily shaped three-dimensional structures. *Geophysics*, 44, 753 -780.
- Dieter, K., Paterson, N.R., and Grant, F.S., 1969. IP and resistivity type curves for three-dimensional bodies. *Geophysics*, 34, 615 - 632.
- Edwards, L.S., 1977. A modified pseudosection for resistivity and IP. *Geophysics*, 42, 1020-1036.
- Göktürkler, G. ve Drahor, M. G., 2004. Yinelemeli yöntemle üç boyutlu özdirenç modellemesi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen ve Mühendislik Dergisi (baskıda).
- Griffiths, D.H., and Barker, R.D., 1993. Two-dimensional resistivity imaging and modelling in areas of complex geology. *Journal of Applied Geophysics*, 29, 211-226.
- Griffiths, D.H., Turnbull, J., and Olayinka, A.I., 1990. Two-dimensional resistivity mapping with a computer-controlled array. *First Break*, 8(4), 121 -129.
- Hohmann, G.W., 1975. Three-dimensional induced polarization and electromagnetic Modeling. *Geophysics*, 40, 309 - 324.
- Jepsen, A.F., 1969. Numerical modeling in resistivity prospecting. Ph. D. Thesis, University of California, Berkeley, USA (unpublished).
- Kurtulmuş, T.Ö., 2003. Siğ aramacılıkta sonlu farklar yöntemi ile üç-boyutlu özdirenç modellemesi. Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, 69s (yatımlanmamış).
- Loke, M.H., 2001a. Res3dmod ver. 2.1, Three-dimensional resistivity and IP forward modeling using the finite difference and finite element methods. User's manual, [www.geoelectrical.com](http://www.geoelectrical.com).

- Loke, M.H., 2001b. *Tutorial: 2-D and 3-D electrical imaging surveys*. Penang, Malaysia, Universiti Sains Malaysia, unpublished course notes, 121 pp, [www.geoelectrical.com](http://www.geoelectrical.com).
- McGillivray, P.R., and Oldenburg, D.W., 1990. Methods for calculating Frechet derivatives and sensitivities for the non-linear inverse problem, a comparative study. *Geophysical Prospecting*, 38, 499-524.
- Meyer, W.H., 1977. Computer modelling of electromagnetic prospecting methods. Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley, USA (unpublished).
- Mufti, I.R., 1976. Finite difference resistivity modeling for arbitrarily shaped two-dimensional structures. *Geophysics*, 41, 62 -78.
- Okabe, M., 1981. Boundary element method for the arbitrarily inhomogeneities problem in electrical prospecting. *Geophysical Prospecting*, 29, 39 - 59.
- Parasnis, D.S., 1965. Theory and practice of electric potential and resistivity prospecting using linear current electrodes. *Geoexploration*, 3(1), 3 - 69.
- Pridmore, D.F., Hohmann, G.W., Ward, S.H., and Sill, W.R., 1981. An investigation of finite element modeling for electrical and electromagnetic data in three dimensions. *Geophysics*, 46, 1009 -1024.
- Rijo, L., 1977. Modeling of electric and electromagnetic data. Ph.D. Thesis, University of Utah, USA (unpublished).
- Scriba, H., 1981. Computation of the electric potential in three-dimensional structures. *Geophysical Prospecting*, 29, 790 - 802.
- Telford, W.M., Geldart, L.P., Sheriff, R.E., and Keys, D.A., 1976. *Applied Geophysics*, Cambridge University Press, Cambridge, 860 pp.
- Van Nostrand, R.G., and Cook, K.L., 1966. Interpretation of resistivity data. USGS Prof. Paper, Printing Office, Washington, USA, 449 pp.
- Van Overmeeren, R.A., and Ritsema, I.L., 1988. Continuous vertical electrical sounding. *First Break*, 6(10), 313 - 324.