

PAPER DETAILS

TITLE: GNSS/Nivelman Verisiyle Yerel Jeoidin Modellenmesinde Polinomlarla Enterpolasyon ve En Küçük Kareler Destek Vektör Makineleri Yöntemlerinin Karsilastirilmesi

AUTHORS: Merve OCAK,Leyla ÇAKIR

PAGES: 395-401

ORIGINAL PDF URL: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/2650774>

AKÜ FEMÜBİD 23 (2023) 025501 (395-401)

AKU J. Sci. Eng. 23 (2023) 025501 (395-401)

DOI: 10.35414/akufemubid.1175281

Araştırma Makalesi / Research Article

GNSS/Nivelman Verisiyle Yerel Jeoidin Modellenmesinde Polinomlarla Enterpolasyon ve En Küçük Kareler Destek Vektör Makineleri Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Merve OCAK^{1*}, Leyla ÇAKIR¹¹ Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Trabzon.

Sorumlu yazar e-posta*: merveocak@ktu.edu.tr

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-4477-4396>

lcakir@ktu.edu.tr

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-6624-4727>

Geliş Tarihi: 14.09.2022

Kabul Tarihi: 20.03.2023

Öz

Günümüzde gelişen teknolojiyle birlikte haritacılık faaliyetlerinde GNSS ölçüm yöntemleri, yersel ölçü yöntemlerine göre daha çok tercih edilmektedir. GNSS ölçümleri ile elde edilen yükseklik bilgisi elipsoid yüksekliktir. Fakat yeryüzü üzerindeki bir noktayı fiziksel olarak tanımlayabilmemiz için ortometrik yüksekliklere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu durumda elipsoid yükseklikten ortometrik yüksekliğe geçiş sağlanabilmesi için jeoid yüksekliğinin bilinmesi gerekir. Bu çalışmada Trabzon ilinde ITRF96 koordinat sistemindeki 455 adet GNSS/Nivelman noktası kullanılarak en uygun yerel jeoidin belirlenmesi amaçlanmıştır. Kullanılan noktalar model ve test noktası olarak iki gruba ayrılmış ve yerel jeoidin belirlenmesi için polinomlarla enterpolasyon ve en küçük kareler destek vektör makineleri (EKK-DVM) yöntemleri kullanılmıştır. Ayrıca uygulamada çalışma bölgesi için nokta yoğunlukları farklı iki durum oluşturulmuş ve nokta sayısının jeoid modelleme üzerindeki etkisi incelenmiştir. İstatistiksel sonuçlar ve grafikler incelendiğinde jeoid modellemede polinomlarla enterpolasyon yöntemine kıyasla EKK-DVM yönteminin daha iyi duyarlılığa sahip olduğu görülmektedir.

Anahtar kelimeler

Jeoid; GNSS/Nivelman;
Polinomlar; En küçük
kareler destek vektör
makinesi

Comparison of Polynomial Interpolation and Least Squares Support Vector Machines Methods for Modelling Local Geoid using GNSS/Levelling Data

Abstract

GNSS surveying methods are more preferred than terrestrial measuring methods thanks to recent technological developments in mapping activities. The height information obtained by GNSS measurements is the ellipsoidal height. However, orthometric heights are needed to be able to physically describe a point on the ground. Thus, the geoid height must be known in order to convert an ellipsoidal height to orthometric height. In this study it is aimed to determine the most suitable local geoid by using 455 GNSS/levelling points in ITRF96 coordinate system of Trabzon province. The points used are divided into two groups as reference and test points, and polynomial interpolation and least support vector machine (LS-SVM) methods are used to determine the local geoid. In addition, two cases with different point densities are generated for the study region and the effect of the number of points on the modeling is examined. When the statistical results and graphics are examined, it is seen that the LS-SVM has better accuracy compared to the polynomial interpolation method in geoid modelling.

Keywords

Jeoid; GNSS/Levelling;
Polynomials; Least
Support Vector
Machine

© Afyon Kocatepe Üniversitesi.

1. Giriş

Konum bilgisinin üçüncü boyutu olan yükseklik, mühendislik ve jeodezik çalışmalar için önemli bir

parametredir. Yeryüzündeki bir noktanın yüksekliği, jeoid yüzeyine çekül eğrisi boyunca olan uzaklık olarak tanımlanmaktadır. Jeoid ise fiziksel yeryüzünün şekli olarak tanımlanmasına rağmen

düzgün bir şekle sahip olmadığı için matematiksel olarak ifade edilmesi oldukça güçtür ve fiziksel yeryüzünde yapılan ölçümlerin değerlendirilebilmesi için matematiksel bir hesap yüzeyine gerek vardır. Bu yüzden jeoidin belirlenmesi önemli bir problemidir.

Teknolojinin gelişmesi ve uydu tekniklerinin yaygınlaşması ile birlikte haritacılık faaliyetlerinde GNSS (Küresel Konum Belirleme Sistemleri) ölçüm teknikleri, daha hızlı, kolay ve pratik bir şekilde konum bilgisi sağladığından dolayı yersel ölçüm tekniklerine göre çokça tercih edilmektedir. GNSS ölçümlerinde nokta konumları WGS84 elipsoidine bağlı olarak jeosentrik koordinatlar (X,Y,Z) ya da coğrafi koordinatlar (ϕ, λ, h) olarak elde edilmektedir (Çakır ve Yılmaz, 2013). Fakat elde edilen elipsoidal yüksekliklerin ülke sisteminde kullanılabilir olması için fiziksel anlam taşıyan ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu dönüşüm için aşağıdaki bağıntı kullanılmaktadır.

$$h = N + H \quad (1)$$

Bu eşitlikte h elipsoidal yüksekliği, H ortometrik yüksekliği ve N ise jeoid yüksekliğini ifade etmektedir (Heiskanen ve Moritz 1967). Böylece elipsoidal ve jeoid yüksekliği bilinen noktanın kolayca ortometrik yükseklik değeri hesaplanabilir. Haritacılık faaliyetlerinde gerekli olan jeoid yükseklik bilgisi Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'nde (BÖHHBÜY) önerildiği gibi çalışma alanındaki mevcut yerel jeoid modelinden yararlanılarak ya da GNSS/Nivelman yöntemiyle yerel jeoid modeli oluşturularak elde edilebilir (Int Kyn.1).

Literatürdeki çalışmalara bakıldığında yerel jeoid modelleme ile ilgili enterpolasyon yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilen birçok çalışma görülmektedir (Zhong 1997; Kuhar vd. 2001; Yanalak ve Baykal 2001; İnal vd. 2002; Kavzoğlu ve Saka 2005; Zaletynik 2008; Akyılmaz vd. 2009; Kao vd. 2014; Çakır ve Yılmaz 2014; Doğanalp ve Selvi 2015; Karaaslan vd. 2016; Kaloop vd. 2018; Tuşat ve Mikailsoy 2018; Yılmaz ve Kuru 2019; Erol ve Erol 2021). Bu çalışmada örnekleri verilen çalışmalarda da amaçlanan yerel jeoid modellemesi kapsamında

GNSS/Nivelman ölçüleriyle jeoid yüksekliklerinin enterpolasyonu yapılmıştır. Modelleme için kullanılan noktalar dayanak ve test noktaları olacak şekilde iki gruba ayrılmıştır. Jeoidin modellenmesinde polinomlar ile enterpolasyon ve en küçük kareler destek vektör makineleri yöntemlerinden yararlanılmıştır. Oluşturulan yerel jeoid modellerinde kullanılan yöntemlerle hesaplanan jeoid yükseklik değerleri ve bilinen jeoid yükseklik değerleri istatistiksel olarak karşılaştırılarak en doğru sonucu veren yöntemin belirlenmesi hedeflenmiştir.

2. Materyal ve Metot

2.1 Polinomlarla Enterpolasyon

Polinomlarla enterpolasyon yöntemi, jeoid modelleme çalışmalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yöntemde amaçlanan oluşturulacak olan jeoid modelinin, tek bir fonksiyon ile en iyi şekilde ifade edilmesidir. Bunun için ortogonal veya ortogonal olmayan polinom yüzeyleri kullanılmaktadır. Ortogonal polinomlar ile enterpolasyonda;

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij} x^i y^j \quad (2)$$

eşitliğinden, ortogonal olmayan polinomlar ile enterpolasyonda ise

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (3)$$

eşitliğinden yararlanılmaktadır. Burada n polinom derecesini, α polinom bilinmeyen katsayılarını, x ve y ise noktaların düzlem koordinatlarını ifade etmektedir. Bu eşitliklerde yer alan polinom bilinmeyen katsayıları ise en küçük kareler ilkesine göre dengelemeli olarak hesaplanmaktadır. Bu yöntemde dikkat edilmesi gereken en önemli şey kullanılacak olan polinom derecesinin belirlenmesidir. Polinom derecesi düşük bir değer seçildiğinde yüzey kabaca belirlenmiş olmakta, yüksek seçildiğinde ise yüzeyde salınımlar oluşmaktadır. Bundan dolayı en iyi yüzey için polinom derecesi, istatistik analizler yardımıyla bulunur. Bu aşamada, model ve kestirilen

parametreler için anlamlılık ve uyumsuz ölçü testlerinden yararlanılır (İnal vd. 2002).

2.2 En Küçük Kareler Destek Vektör Makinaları

Destek vektör makineleri Vapnik tarafından geliştirilen istatistiksel öğrenme teorisine dayalı bir makine öğrenme tekniğidir. Sınıflandırma ve regresyon tahmini problemlerini çözmek için geliştirilmiştir. DVM yönteminde veriler düşük boyutlu uzaydan yüksek boyutlu uzaya eşlenir. Bunun için en uygun karar fonksiyonları yani optimal hiperdüzlem oluşturulur (Vapnik 2000). Oluşturulan bu karar fonksiyonları ikinci dereceden programlama ile elde edilir fakat hesap karmaşıklığı fazla olmaktadır. EKK-DVM yaklaşımında ise bu eksikliğin üzerine gidilmiş ve ikinci dereceden programlama yerine lineer denklem sistemleri kullanılmıştır. Bu da DVM formülasyonlarındaki eşitsizlik kısıtlamalarının eşitlik kısıtlamaları ile değiştirilmesiyle elde edilmiştir (Suyken ve Vandewalle 1999). Girdi verisi $x_i \in R^n$ ve çıktı verisi $y_i \in R$ olan N tane veri noktasından oluşan bir eğitim veri seti için EKK-DVM kestirilecek fonksiyonu aşağıdaki eşitlik ile elde edilir.

$$y(x) = w^T \varphi(x) + b \quad (4)$$

Bu eşitlikte $\varphi(\cdot)$ girdi verilerini bulunduğu uzaydan yüksek boyutlu bir uzaya eşleyen kernel fonksiyonu, w ağırlık vektörü ve b bias değeridir. EKK-DVM’de optimal hiperdüzlemin oluşturulması yapısal risk minimizasyon kuralına göre eşitlik (5), (6) ve (7)’ye bağlı olarak çözülür.

$$\text{minimize } \frac{1}{2} w^T w + \frac{1}{2} \gamma \sum_{i=1}^N e_i^2 \quad (5)$$

$$y_i = w^T \varphi(x_i) + b + e_i \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

Burada γ düzenleme parametresi, e ise hata değeridir. Ağırlık vektörü sonsuz boyutta olabileceğinden dolayı optimizasyon eşitliklerini ikincil forma dönüştürmek için Lagrange fonksiyonu kullanılmaktadır.

$$L(w, b, e, \alpha) = \frac{1}{2} w^T w + \frac{1}{2} \gamma \sum_{i=1}^N e_i^2 - \sum_{i=1}^N \alpha_i (w^T \varphi(x_i) + b + e_i - y_i) \quad (7)$$

Yukarıdaki eşitlikte yer alan α Lagrange çarpanlarıdır ve standart DVM’lerde bu çarpanlar sadece pozitif değer alırken, EKK-DVM’de hem pozitif hem de negatif değerler alabilmektedir (Suyken ve Vandewalle 1999). Eşitlik (7)’deki problemin çözümü için gerekli olan koşullar şu şekildedir;

$$\frac{\partial L}{\partial w} = 0 \rightarrow w = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi(x_i)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = 0 \rightarrow w = \sum_{i=1}^N \alpha_i = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_i} = 0 \rightarrow \alpha_i = \gamma e_i \quad i = 1, \dots, N$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \rightarrow w^T \varphi(x_i) + b + e_i - y_i = 0 \quad i = 1, \dots, N$$

w ve e elimine edildikten sonra eşitlik (9)’daki matris formuyla a ve b değerleri çözülür.

$$\begin{bmatrix} 0 & \vec{1}^T \\ \vec{1} & \Omega + \gamma^{-1} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix} \quad (9)$$

$y = [y_1; \dots; y_N]$, $\vec{1} = [1; \dots; 1]$, $a = [a_1; \dots; a_N]$ olmak üzere ve Kernel fonksiyonu $K_{ij} = \varphi(x_i)^T \varphi(x_j)$, $i, j = 1, \dots, N$ ile birlikte lineer denklem kümesi çözümlendiğinde fonksiyon tahmini için EKK-DVM modeli eşitlik (10)’daki gibi olmaktadır. Kullanılan çekirdek fonksiyonları sayesinde hesap yükü büyük ölçüde azalmakta ve bu durum DVM metodolojisini etkili ve verimli hale getirmektedir (Suyken ve Vandewalle 1999; Patil vd. 2005). Bu çalışmada ise radyal tabanlı çekirdek fonksiyonu olarak $K(x, x_i) = e^{-\lambda \|x - x_i\|^2}$ kullanılmıştır.

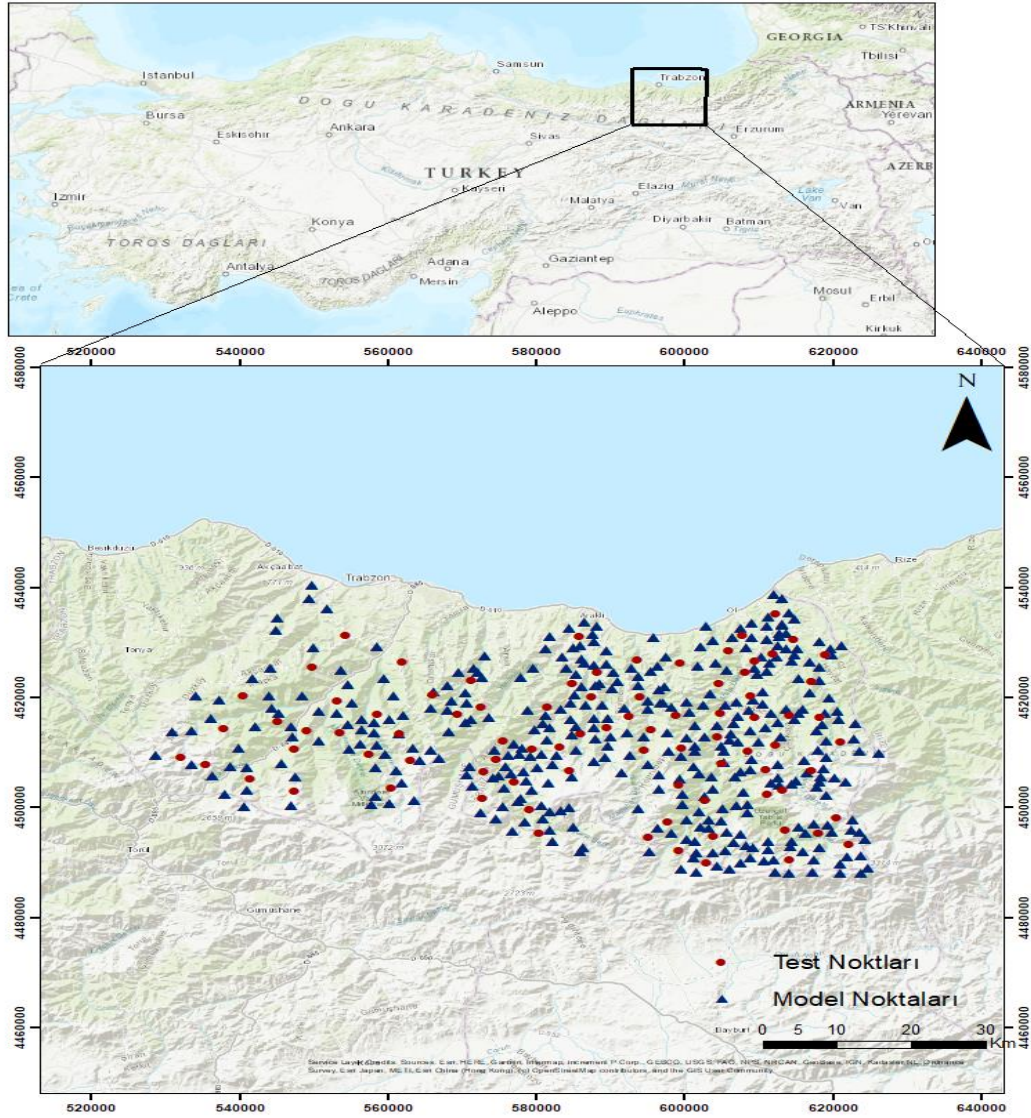
$$y(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(x, x_i) + b \quad (10)$$

3. Bulgular

Çalışmada Doğu Karadeniz Bölgesinde bulunan Trabzon iline ait Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü tarafından yapılan çalışmalar kapsamında tesis edilen C3 dereceli noktalar kullanılmıştır (Şekil 1). Yaklaşık olarak 4700 km²’lik bir alana dağılmış olan 455 adet noktanın jeoid yükseklik değerleri GNSS/Nivelman yöntemiyle belirlenmiştir. Çalışmada bu noktalara ait jeoid

yükseklik değerleri ve ITRF96 koordinat sisteminde sağa ve yukarı değerleri kullanılmıştır. Çalışma sahası oldukça eğimli bir topografyaya sahip olduğundan jeoid yükseklik değerleri 24.597-30.692m arasında değişmektedir. Bu çalışmada yerel jeoid modellemede polinomlar ile enterpolasyon ve en küçük kareler destek vektör makineleri yöntemleri kullanılmıştır. Uygulamada 455 adet noktanın 85 adedi test noktası, geriye kalan 370 adet nokta ise model noktası olarak belirlenmiştir (Model 1). Ayrıca modellemede kullanılan model noktası sayısının yerel jeoid modelleme üzerindeki etkisini inceleyebilmek için de model nokta sayısı azaltılarak 270 adet noktali

ikinci bir nokta seti oluşturulmuştur (Model 2). Model noktalarının belirlenmesinde noktaların homojen dağılımda ve araziye iyi temsil edecek yerlerde olmasına dikkat edilmiştir. Kullanılan yöntemler sonucunda hesaplanan test noktalarına ait jeoid yükseklik değerleri ile gerçek jeoid yükseklik değerleri karşılaştırılmış, elde edilen jeoid yükseklik farklarına ait KOH ve R^2 değerleri değerlendirme ölçütü olarak ele alınmıştır. Böylelikle kullanılan yöntemlerden hangisinin daha iyi duyarlılıkta sonuç verdiği tespit edilmeye çalışılmıştır.



Şekil 1. Çalışma alanı

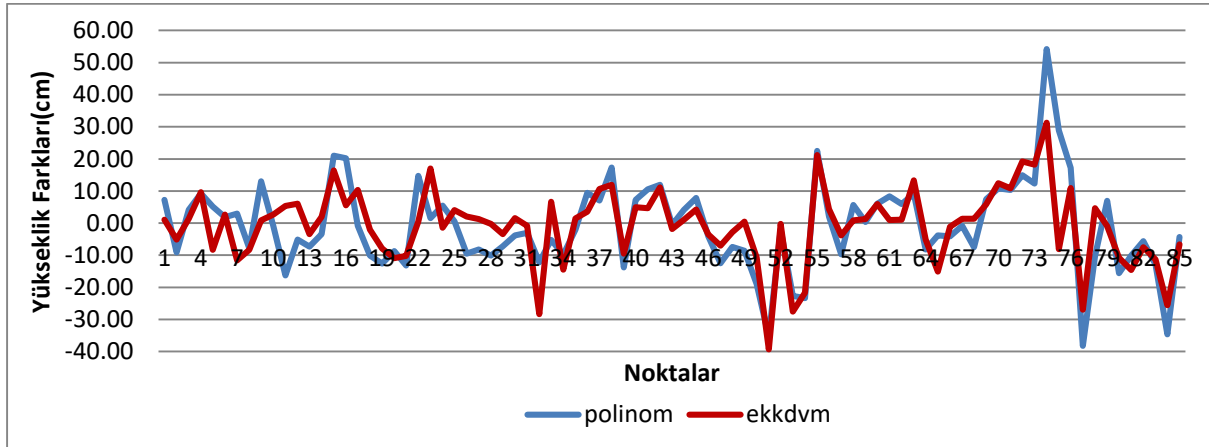
Kullanılan yöntemlerden polinomlar ile enterpolasyon yönteminde polinom dereceleri birinci dereceden başlanarak arttırılmış ve polinom katsayı parametrelerinin anlamlı olup olmadığı t testine göre belirlenmiştir. Polinom yüzeyleri için elde edilen istatistiksel değerlendirmelere göre Model 1 için test noktalarına ait elde edilen KOH ve R^2 değerleri 6. ortogonal olmayan polinom için 13.81cm ve 0.9899 olarak hesaplanmıştır. Model 2 için ise 7. ortogonal olmayan polinomlar kullanıldığında KOH 14.29 cm ve R^2 0.9894 olarak hesaplanmıştır.

EKK-DVM yönteminde, radyal tabanlı çekirdek fonksiyonu kullanılmıştır. Bu yöntem sonucunda

EKK-DVM ile model 1 için düzenleme parametresi $\gamma=455.21$, çekirdek fonksiyonunda kullanılan kernel boyutu $\lambda=0.2571$ olarak elde edilmiş ve KOH ve R^2 değerleri 11.47 cm ve 0.9930 olarak hesaplanmıştır. Model 2 için ise düzenleme parametresi $\gamma=182.99$, kernel boyutu $\lambda=0.2715$ olarak elde edildiğinde KOH=12.22cm ve $R^2=0.9922$ olarak hesaplanmıştır. Kullanılan yöntemler sonucunda her iki model için elde edilen test noktalarına ait istatistiksel sonuçlar Çizelge 1’de gösterilmiştir. Ayrıca noktalara ait gerçek jeoid yükseklik değerlerinden kullanılan yöntemler sonucunda bulunan jeoid yükseklik değerleri çıkartılarak yükseklik değerleri farkları elde edilmiş olup Şekil 2 ve Şekil 3’te gösterilmiştir

Çizelge 1. Test noktalarına ait istatistiksel sonuçlar

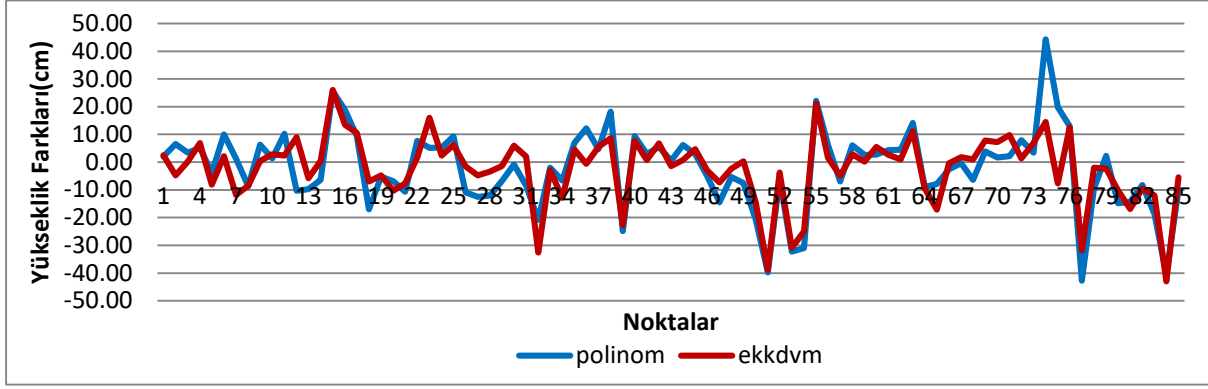
Yöntemler	Model 1				Model 2			
	min (cm)	maks (cm)	KOH (cm)	R^2	min (cm)	maks (cm)	KOH (cm)	R^2
Polinomlar	-38.28	54.21	13.81	0.9899	-42.82	44.22	14.29	0.9894
EKK-DVM	-39.35	31.25	11.47	0.9930	-42.95	26.01	12.22	0.9922



Şekil 2. Model 1 için test noktalarına ait jeoid yükseklik farkları

Şekil 2 incelendiğinde her iki yöntem için test noktalarına ait hesaplanan jeoid yükseklik farkı maksimum olan noktanın aynı nokta olduğu, bu nokta için hesaplanan maksimum jeoid yükseklik farkının polinomlar ile enterpolasyon yöntemi ile 54.21 cm, EKK-DVM yöntemi ile 31.25 cm olduğu görülmektedir. Tüm test noktaları için EKK-DVM yöntemiyle hesaplanan jeoid yüksekliği değerlerinin polinomlar ile enterpolasyon sonucu hesaplanan değerlere oranla daha iyi olduğu tespit edilmiştir.

Şekil 3 incelendiğinde de Model 2’ye göre test noktalarına ait hesaplanan maksimum yükseklik farkları için EKK-DVM yöntemiyle hesaplanan değerlerin polinomlar ile enterpolasyon sonucu hesaplanan değerlere oranla daha iyi olduğu görülmektedir. Hesaplanan maksimum jeoid yükseklik farkı polinomlar ile enterpolasyon yöntemi için 44.22 cm, en küçük kareler destek vektör makineleri yöntemi için 26.01 cm dir.



Şekil 3. Model 2 için test noktalarına ait jeoid yükseklik farkları

4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, yerel jeoid modeli oluşturmak için farklı iki yöntemden yararlanılmıştır. Uygulama bölgesine homojen dağılmış olan toplam 455 adet C3 derece noktadan farklı nokta dağılımına sahip iki ayrı test modeli oluşturularak polinomlar ve EKK-DVM yöntemleri ile kestirilen jeoid yükseklik değerleri ve gerçek jeoid yükseklik değerleri karşılaştırılmıştır. İstatistiksel değerlendirme sonuçlarına göre KOH değeri en küçük ve R^2 değeri

yüksek olan yöntemlerin performansları değerlendirilmiştir. Aynı zamanda jeoid modellemede nokta yoğunluğunun katkısı da irdelenmiş, nokta sayısı azaldıkça test noktalarına ait elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin doğruluğunun azalmakta olduğu görülmüştür. Kullanılan yöntemlerden en iyi sonuç yapay zeka yöntemlerinden biri olan EKK-DVM yöntemiyle elde edilmiştir.

Teşekkür

Yazarlar bu çalışmada kullanılan verileri sağlanmasında Trabzon Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü'ne katkıları için teşekkür eder.

5. Kaynaklar

- Akyılmaz, O., Özlüdemir, M.T., Ayan, T. ve Çelik, R. N., 2009. Soft Computing Methods for Geoidal Height Transformation, *Earth Planets and Space*, **61**, 825–833.
- Çakır, L. and Yılmaz, N., 2014. Polynomials, Radial Basis Functions and Multilayer Perception Neural Network Methods in Local Geoid Determination with GPS/Levelling, *Measurement*, **57**, 148- 153.
- Doğanalp, S. ve Selvi, H.Z., 2015. Local Geoid Determination in Strip Area Projects by Using Polynomials, Least-Squares Collocation and Radial Basis Functions, *Measurement*, **73**, 429-438.
- Erol S. ve Erol B., 2021. A Comparative Assessment of Different Interpolation Algorithms for Prediction of GNSS/Levelling Geoid Surface Using Scattered Control Data, *Measurement*, **173**, 1-17.

Heiskanen, W.A. and Moritz, H., 1967. *Physical Geodesy*, W.H. Freeman and Company, San Francisco.

İnal, C. ve Yiğit, C.Ö., 2004. Elipsoidale Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Enterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılabilirliği, *Selçuk Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **19(1)**, 73-83.

Kaloop, M.R., Rabah, M., Hu, J.W. ve Zaki, A., 2018. Using Advanced Soft Computing Techniques for Regional Shoreline Geoid Model Estimation and Evaluation, *Marine Georesources & Geotechnology*, **36(6)**, 688–697.

Karaaslan, Ö., Tanır Kayıkçı, E. ve Aşık, Y., 2016. Jeoid Yüksekliklerini Belirlemek İçin Kullanılan Enterpolasyon Metotlarının Trabzon İli Verilerine Uygulanması, *Harita Teknolojileri Elektronik Dergisi*, **8(2)**, 151-164.

Kao, S.P., Chen, C.N., Huang, H.C. ve Shen, Y.T., 2014, Using a Least Squares Support Vector Machine to Estimate a Local Geometric Geoid Model, *BCG - Boletim de Ciências Geodésicas*, **20(2)**, 427–443.

- Kavzoglu, T. ve Saka, M.H., 2005. Modelling Local GPS/Levelling Geoid Undulations Using Artificial Neural Networks, *Journal of Geodesy*, **78**, 520–527.
- Kuhar, M., Stopar, B., Turk, G., ve Ambrozic, T., 2001. The Use of Artificial Neural Network in Geoid Surface Approximation, *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, **108(1)**, 22–27.
- Patil, N.S., Shelokar, P.S., Jayaraman, V. K. ve Kulkarni, B.D., 2005. Regression Models Using Pattern Search Assisted Least Square Support Vector Machines, *Chemical Engineering Research and Design*, **83(A8)**, 1030–1037.
- Suykens, J.A.K. ve Vandewalle, J., 1999. Least Squares Support Vector Machine Classifiers, *Neural Processing Letters*, **9**, 293–300.
- Tusat, E. ve Mikailsoy, F., 2018. An Investigation of the Criteria Used to Select the Polynomial Models Employed in Local GNSS/Leveling Geoid Determination Studies, *Arabian Journal of Geosciences*, **11**, 1-15.
- Vapnik, V. N., 2000. The Nature of Statistical Learning Theory, Second Edition, 314, New York.
- Yanalak, M. ve Baykal, O., 2001. Transformation of Ellipsoid Heights to Local Leveling Heights, *Journal of Surveying Engineering*, **127(3)**, 90-103.
- Yılmaz M. ve Kuru B., 2019. Makro ve Mikro Ölçekteki Lokal Jeoid Tespiti için Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, *Geomatik*, **4(1)**, 41-48.
- Zaletnyik, P., Völgyesi, L. ve Paláncz, B., 2008. Modelling Local GPS/Levelling Geoid Undulations Using Support Vector Machines, *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, **52(1)**, 39-43.
- Zhong, D., 1997. Robust Estimation and Optimal Selection of Polynomial Parameters for the Interpolation of GPS Geoid Heights, *Journal of Geodesy*, **71**, 552-561.

İnternet kaynakları

- 1-
<https://www.mevzuat.gov.tr/MevzuatMetin/3.5.201811962.pdf> (15/04/2021)