

PAPER DETAILS

TITLE: Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözmede Kullandıkları Stratejiler

AUTHORS: Ramazan GÜRBÜZ, Yunus GÜDER

PAGES: 371-386

ORIGINAL PDF URL: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/1487627>

Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözmede Kullandıkları Stratejiler*

Ramazan GÜRBÜZ¹, Yunus GÜDER²

Geliş Tarihi: 08.03.2016

Kabul Ediliş Tarihi: 31.05.2016

ÖZ

Bu araştırmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin rutin olmayan problemleri çözmede kullandıkları farklı stratejileri belirlemek ve bu farklılığın nedenlerini ortaya koymaktır. Bu amaçla, literatür ışığında 3 matematik problemi çalışmada uygulanmak üzere seçilmiştir. Seçilen problemler, farklı stratejiler kullanılarak doğru cevaba ulaşmayı mümkün kılan yapıda problemlerdir. Çalışma, nitel araştırma yöntemi çerçevesinde bir durumu, olguyu ya da olayı sınırlı sayıda örneklem ile her yönüyle derinlemesine inceleme olanağı sunan özel durum (case study) çalışması üzerine kurulmuştur. Araştırmanın çalışma grubunu, Türkiye'nin doğusundaki bir ilde görev yapan 6 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Veri toplama araçlarını uygulanan problemlerin çözümü için öğretmenlerin hazırlamış oldukları raporlar oluşturmaktadır. Verileri analiz etmek için literatürde yer alan problem çözme stratejilerinden yararlanılmış ve nitel araştırma tekniklerinden betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda öğretmenlerin problemlerin doğru sonucunu bulmada kısmen yeterli oldukları, fakat farklı stratejiler kullanmada yeterli olmadıkları sonucuna varılmıştır.

Anahtar kelimeler: Problem çözme, problem çözme stratejileri, matematik öğretmenleri

The Strategies Mathematics Teachers Use in Problem Solving

ABSTRACT

The purpose of this study is to identify different strategies secondary mathematics teachers use in solving non-routine problems and to find out the causes of these differences. For this purpose, literature review was carried out about mathematical problems and three mathematics problems were selected to be applied in the study. The problems enable the utilization of different strategies. This is a case study. The sample group of the study is 6 mathematics teachers working in a city in the East part of Turkey. Data collection tool consists of the reports prepared by the teachers in order to solve the problems. For data analysis, problem solving strategies in the literature were utilized and descriptive analysis was used. As a result of the analysis, it is concluded that teachers are partly proficient in finding the answers of the problems, but they are incompetent in using different strategies.

Keywords: Problem solving, problem solving strategies, math teachers

* Bu çalışmanın bir bölümü 1. Yükseköğretimde Eğitim Araştırmaları ve Uygulamaları Kongresinde sözlü bildiri olarak sunulmuştur. 30-31 Mayıs, İstanbul, 2014.

¹ Prof. Dr., Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, rgurbuz@outlook.com

² Doktora Öğrencisi, Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, yunusguder2010@hotmail.com

GİRİŞ

Matematik öğretim programları incelendiğinde, problem çözmeye oldukça önem verildiği görülmektedir. Türkiye’de 2013 yılında yayımlanan ortaokul matematik öğretim programında yer alan matematik eğitiminin genel amaçları incelendiğinde, matematik problemlerini çözme sürecinde kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilecek, problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilecek bireylerin yetiştirilmesi hedeflenmektedir (MEB, 2013). Gail (1996) problem çözmeyi, sadece bir matematik probleminin sonucunu bulmak değil, yeni durumlarla karşı karşıya gelmek ve bu durumlara esnek, işe yarar ve zarif çözümler bulmak olarak tanımlarken; Altun (2000) problem çözmeyi, ne yapılacağı bilinmeyen durumlarda yapılması gerekeni bilme olarak tanımlamıştır. NCTM’nin 2000 yılında yayımladığı *Okul Matematiği için Standartlar ve İlkeler (Principles and Standards for School Mathematics)* kitabında beş öğrenme standardından biri olan problem çözme standardının dört özelliği sağlaması gerektiği belirtilmiştir: (i) Problem çözme aracılığıyla yeni matematiksel bilgiyi inşa etme, (ii) Matematikte ve başka bağlamlarda ortaya çıkan problemleri çözme, (iii) Problemleri çözmek için uygun stratejilerin bir çeşidini uyarlama ve uygulama, (iv) Matematiksel problem çözme süreçleri üzerinde derinlemesine düşünme ve kendini ayarlama.

Literatürde matematik problemleri, değişik bakış açılarına göre çeşitli sınıflamalara tâbi tutulmuşlardır (Altun, 2005). En göze çarpan ayırım, gerektirdikleri düşünme ve çabaya göre rutin (sıradan) ve rutin olmayan (sıra dışı) problemler şeklindeki ayırımdır. Rutin problemler, günlük hayatta karşılaşılan ve çözülmesinde dört işlem becerilerinin yeterli olduğu, problemde geçen matematiksel bilgilerin ifade edilebildiği problemlerdir. Rutin olmayan problemler ise rutin problemlere göre daha fazla düşünme gerektiren, çözmek için yöntemin açık olarak gözükmmediği, problemin anlaşılması, çözümle ilgili stratejinin seçilmesi, seçilen stratejinin uygulanması ve çözümün değerlendirilmesi adımlarının tam anlamıyla uygulandığı problemlerdir (Durmaz ve Altun, 2014). Rutin olmayan problemler doğası gereği bir çırpıda çözülen sorular değildir. Bu nedenle problem çözme becerilerini devreye sokmak ve geliştirmek için hem öğrencinin hem de öğretmenin sabır ve zamana gereksinimi vardır. Öğrenme ortamlarında öğrencilere problemler üzerinde çalışabilecekleri böyle zamanlar sağlanmalıdır (MEB, 2013).

Matematik eğitimi, bir konunun öğretiminde o konuyla ilgili tanım ve formülleri verip sonra konuyla ilgili alıştırmalar çözmek veya öğretmenin öğrenme ortamında açıkladığı yöntemleri taklit etmek değildir. Matematik eğitimi, gerçek anlamda problemi çözmek için yöntem geliştirmek, geliştirilen yöntemleri uygulamak ve bu uygulamaların sonuca götürüp götürmediğini kontrol etmektir (Van De Walle, Karp & Bay- Williams, 2012). Polya (1997), problem çözme sürecini dört aşama olarak belirlemiştir: (i) Problemi anlama, (ii) Çözümle ilgili plan hazırlama, (iii) Hazırlanan planın uygulanması, (iv) Çözümün

değerlendirilmesi. Problem çözme yoluyla öğretim yaparken bu adımların kullanılması öğrenci başarısını arttırabilir, fakat çözümün doğruluğunu garanti etmez (Altun, 2006). Polya'nın belirlediği bu adımlar hem basit hesaplamalara dayalı alıştırmalarda hem de birkaç adımlı karmaşık problemlerde kullanılabilir. Öğrenciler problemi çözmek için bir plan hazırlarken (ii. adım), bir strateji seçer ya da tasarlarlar. Bu süreçte eğer önemli ya da kullanışlı bir strateji keşfedilirse bu stratejinin önemi vurgulanmalı ve tartışılmalıdır. Öğretim programı içerisinde yer alan, öğrencilere kazandırılması amaçlanan matematik problem çözme stratejileri şunlardır (MEB, 2009): *Deneme-yanılma, şekil, resim, tablo vb. kullanma, materyal (malzeme) kullanma, sistematik bir liste oluşturma, örüntü arama, geriye doğru çalışma, tahmin ve kontrol, varsayımları kullanma, problemi başka bir biçimde ifade etme, problemi basitleştirme, problemin bir bölümünü çözme, benzer bir problem çözme, akıl yürütme, işlem seçme, denklem kurma, canlandırma vb.* Bu çalışmada bu stratejilerden en sık kullanılan altı strateji (*problemi basitleştirme, tahmin ve kontrol, bağıntı arama, şekil çizme, sistematik liste yapma, geriye doğru çalışma olmak*) seçilmiştir.

Problem çözme stratejileri ile ilgili literatür incelendiğinde, araştırmaların genellikle öğretmen adayları (Avcu, 2012; Altun ve Memnun, 2008; Duru, vd.; 2011; Türnüklü ve Yeşildere, 2005; Ariol, 2009; Deringöl, 2006) ortaokul öğrencileri (Karataş ve Baki, 2013; Karaca, 2012; Yazgan ve Arslan, 2011; Altun ve Arslan, 2006; Özcan, 2005; Verschaffel, De Corte ve ark. 1999; Pugalee 2001) ve ilkokul öğrencileri (Olkun ve ark, 2009; Dönmez, 2002; Sulak, 2005) üzerinde yoğunlaştığı görülür. Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin problem çözmede kullandıkları stratejiler incelenmiş ve farklı stratejilerin kullanılmasının nedenleri irdelenmiştir. İlgili literatür ışığında matematik öğretmenlerinin problem çözme stratejilerini ayrıntılı olarak inceleyen çalışmalara pek rastlanılmamıştır. Bu da çalışmayı özgün kılmaktadır.

YÖNTEM

Ortaokul matematik öğretmenlerinin problem çözmede kullandıkları stratejileri belirlemeyi amaçlayan bu çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çalışma, nitel araştırma yöntemi çerçevesinde bir durumu, olguyu ya da olayı sınırlı sayıda örneklem ile her yönüyle derinlemesine inceleme olanağı sunan özel durum (case study) çalışması üzerine kurulmuştur (Çepni, 2009).

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2013-2014 eğitim-öğretim yılında Türkiye'nin doğusunda yer alan bir ilde görev yapan 6 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Mesleki deneyimin, matematik problemlerine farklı stratejiler kullanarak çözüm üretmede etkili olacağı varsayımından hareketle öğretmen seçiminde mesleki deneyim ön planda tutulmuştur. Araştırmada yer alan katılımcıların cinsiyet, eğitim durumu ve mesleki deneyimlerine yönelik bilgiler aşağıda Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. *Katılımcıların Özellikleri*

Öğretmenler	Cinsiyet	Eğitim Durumu	Mesleki Deneyim
Ö1	Erkek	Lisans/Eğitim Fakültesi	1-5 yıl
Ö2	Erkek	Lisans/Eğitim Fakültesi	10-15 yıl
Ö3	Erkek	Lisans/Eğitim Fakültesi	1-5 yıl
Ö4	Erkek	Lisans/Eğitim Fakültesi	10-15 yıl
Ö5	Bayan	Lisans/Eğitim Fakültesi	5-10 yıl
Ö6	Erkek	Lisans/Eğitim Fakültesi	5-10 yıl

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada, ilgili literatür taranmış ve bu literatürden elde edilen 3 matematik problemi revize edilerek araştırmacılar tarafından son hali verilmiştir. Seçilen problemler, farklı stratejiler kullanılarak doğru cevaba ulaşmayı mümkün kılan yapıda problemlerdir. Bu problemlerin çözümü için öğretmenlerin hazırlamış oldukları raporlar veri toplama araçlarını oluşturmaktadır.

Problem Çözmede Farklı Stratejileri Kullanma Testi

Ortaokul matematik öğretmenlerinin problem çözme stratejilerini belirlemeyi amaçlayan bu çalışmada Problem Çözmede Farklı Stratejileri Kullanma Testi (PÇFST)'nden yararlanılmıştır. Bu test 1'i olasılık ve 2'si cebir öğrenme alanı ile ilgili olmak üzere toplam 3 problemden oluşmaktadır (Problemler "*Bulgular*" bölümünde *Problem-1*, *Problem-2* ve *Problem-3* olarak yer almaktadır). Literatürden yararlanılarak (Shifter & Fosnot, 1993; Lapan & Even, 1989) araştırmacılar tarafından revize edilip geliştirilen bu teste son şekli verilmiş ve uygulanmıştır. Testin geçerliğini sınamak üzere, uzman görüşüne başvurulmuş, matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlamış bir uzman ve matematik eğitimi alanında doktora yapan altı araştırmacı tarafından testin ölçmeyi hedeflediği, kapsam ve görünüş geçerliğine sahip olduğu belirlenmiştir. Geliştirilen problemlerin farklı stratejiler kullanılarak çözülebiliyor olmalarına özen gösterilmiştir. Problemler uygulandıktan sonra öğretmenlerin geliştirdikleri farklı çözümlerini irdelemek için bazı öğretmenlerle yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

Verilerin Analizi

Matematik öğretmenlerinin problem çözmede kullandıkları farklı stratejileri belirlemeyi amaçlayan bu çalışmanın verilerinin analizinde, nitel analiz tekniklerinden betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Betimsel analiz tekniğinde araştırmacı görüştüğü ya da gözlemiş olduğu bireylerin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtabilmek amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verebilmektedir. Bu analiz türünde temel amaç elde edilmiş olan bulguların okuyucuya özetlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde sunulmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Güvenirlik için ise iki araştırmacı tarafından gerçekleştirilen analizler karşılaştırılarak görüş birliği sağlanmıştır. Kodlayıcılar arası güvenilirlikte Miles ve Huberman'ın güvenilirlik formülü kullanılmıştır. Son olarak veriler doğrudan alıntılar ve öğretmenlerin çizimleri ile desteklenerek her bir problem için ayrı ayrı yorumlanarak sunulmuştur (Miles&Huberman, 1994). Çalışmada her bir

öğretmen (Ö1, Ö2, Ö3, vb. şeklinde) kodlanmıştır. PÇFST’nden elde edilen veriler; *problemi basitleştirme, tahmin ve kontrol, bağıntı arama, şekil çizme, sistematik liste yapma, geriye doğru çalışma* olmak üzere altı strateji üzeinden değerlendirilmiş ve bu stratejilere göre öğretmenlerin cevapları analiz edilmiştir. Çalışma kapsamındaki stratejiler aşağıda kısaca açıklanmıştır (Yazgan, 2007).

Problemi Basitleştirme: Bu strateji, içerdiği büyük sayılar ve karmaşık bağıntılar nedeniyle çözilemeyen bir problemin daha küçük sayıları içeren bir modelini çözme ve bu modeller arasındaki ilişkiden faydalanarak çözüme ulaşma şeklinde bir çalışma gerektirir.

Tahmin ve Kontrol: Problemin çözümü için mantıklı bir cevabın ne olacağını düşünmeyi ve sonra bunun çözümü için uygun olup olmayacağını kontrol etmeyi içerir. Yapılan her kontrol, bir sonraki tahmin için yol gösterir ve bu süreç doğru cevabı buluncaya kadar devam eder. Bu strateji aynı zamanda “*dene ve gör*” şeklinde de adlandırılabilir.

Bağıntı (Örüntü) Arama: Bazı problemlerin özel çözümleri sıralandığında, bunların aritmetik, geometrik veya türeyiş kuralı daha değişik olan bir dizi oluşturduğu görülür.

Şekil Çizme: Problemden verilen veri ve bağıntıların görünür hale gelmesine yardım eden her türlü çizim. Bunlar basit çizimler, geometrik şekiller, noktalar vs. olabilir.

Sistematik Liste Yapma: Problemden verilen verilerle tüm olasılıkların sistemli bir şekilde yazılmasıdır.

Geriye Doğru Çalışma: Bu strateji, sonuçla ilgili bilgileri kullanarak başlangıçtaki durumu bulmayı gerektiren problemlerin çözümünde kullanışlıdır.

BULGULAR

Bu bölümde araştırmada kullanılan problemler ve öğretmenlerin her bir probleme ait kullandıkları çözüm stratejileri sunulacaktır. Öğretmenlerin kullandıkları strateji ile ilgili yaptıkları çizimlerden, verdikleri sözel cevaplardan, yürüttükleri muhakemelerden örnekler verilecektir.

Problem-1 ve Öğretmenlerin Bu Problemi Çözerken Kullandıkları Stratejiler

Problem-1

Dursun, Temel ve Fadime kayıkla denizde gezerlerken kayık su almaya başlıyor. Dursun, Temel ve Fadime 4 dakikada 20 litre su alan kayığın 50 litre su aldığı batacağını biliyorlar. Temel kayığı kıyıya doğru sürmeye, Dursun ile Fadime de suyu boşaltmaya başlıyor. 1 dakikada Fadime 2 litre, Dursun 4 litre su boşaltıyor. Karaya vardıklarında kayıkta hiç su kalmıyor. Buna göre;

- Fadime kaç litre su boşaltır?*
- Dursun kaç litre su boşaltır?*
- Karaya kaç dakikada ulaşırlar?*

Cebir öğrenme alanıyla ilgili olan Problem-1'de beş öğretmen problemi basitleştirme, bir öğretmen ise *bağıntı arama* stratejisini kullanmıştır. Problemi basitleştirme stratejisini kullanan öğretmenler problemle ilgili verileri zihinlerinde koordine etmiş ve bu verileri belirli bir sıraya göre düzenlemişlerdir. Problemle ilgili veriler karmaşık bir yapıdan çıkarılmış, veriler arasında ilişki kurularak problemin çözümü daha basit bir hale indirgenmiştir. Aşağıda bir öğretmenin problemi basitleştirme stratejisini kullanarak verdiği çözüm sunulmuştur. Diğer 4 öğretmen de benzer çözümler yapmışlardır.

Ö1:

CEVAP-1 4 dakikada 20 litre su alıyorsa (bir de almış olarak kabul ediyoruz)
 1 dakikada 5 litre su alır.
 Fadime 1 dakikada 2 litre su boşaltıyor. } Toplam dakikada 6 litre su boşaltılır.
 Dursun " " 4 " " " }
 Dakikada $(6-5) = 1$ litre su boşaltılır. Kıyıda kadar su kalıyorsa 20 dakika geçmiştir.
 a) $2 \cdot 20 = 40$ litre
 b) $4 \cdot 20 = 80$ litre
 c) 20 dakika (kaybolan suyu tahliye işlemi başladıktan sonra) + 4 dakika (kaybolan su al-
 dığını fark etmeleri üzerine). Toplamda 24 dakika
 NOT: (Kaybolan önceden sorumlu olduğu düşünülmüştür)

Problem-1'i diğer öğretmenlerden farklı strateji kullanarak çözen Ö4, akıl yürütme becerisini kullanarak biriken ve boşaltılan su miktarını hesaplamış ve bunlar arasında bir örüntü bulmaya çalışmıştır. Ö4'ün *bağıntı arama* stratejisini kullanarak Problem-1'e verdiği çözüm aşağıda sunulmuştur:

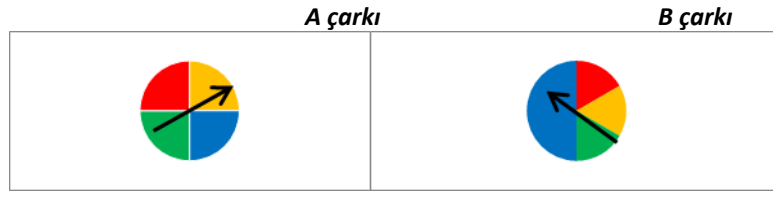
Ö4:

Soruda önemli olan kıyıya varış sayısıdır.
 Önce x diyoruz
 x dakika için 4 dakikada 20 litre su alan kayık;
 $\frac{x}{4}$ yani toplamda $\frac{x}{4} \cdot 20$ litre su almış olur ve kumulluk
 batar ancak soruyu göre kayık batmamıştır çünkü;
 Fadime ve Dursun kayıkta biriken suyu boşaltmışlardır.
 $\Rightarrow$ Kıyıya varıncaya kadar kayıkta su kalmadığına göre
 ve boşaltılan miktarları ayırır.
 biriken $\frac{20}{4} \cdot x = 5x$
 boşaltılan $\frac{20}{4} \cdot x = 5x$
 $20 + 5x = 6x$
 $20 = x$

Problem-2 ve Öğretmenlerin Bu Problemi Çözerken Kullandıkları Stratejiler

Problem-2

Üç öğrenci iki çarkı döndürerek mor rengi (ya ilk çarkta kırmızı ikinci çarkta mavi veya ilkinde mavi ikincisinde kırmızıyı denk getirecek şekilde) elde etmeye çalışıyorlar. Bu öğrenciler ya iki çarkı birer kez çevirebiliyorlar ya da bir tanesini iki kez çevirebiliyorlar. Meryem A çarkını iki kez çevirmeyi seçer, Cem B çarkını iki kez çevirmeyi seçer ve Sevgi de ilk önce A sonra da B çarkını birer kez çevirmeyi seçer. Hangi öğrenci kırmızı ve mavi renklerini birlikte elde etme şansına en fazla sahiptir? (Lapan & Even, 1989, s.17).



Olasılık öğrenme alanıyla ilgili olan Problem-2’de bir öğretmen problemi basitleştirme, bir öğretmen sistematik liste yapma ve dört öğretmen şekil çizme stratejisini kullanmışlardır. Problem-2’nin çözümünde kullanılan stratejilerden örnekler aşağıda sunulmuştur:

Ö2:

Meryem
CEVAP-2 : (A çarkı iki kez)
B çarkını sabit tutarak; 90° lik kırmızı renk, 180° lik mavi den geçer ve 180° lik
bölümü mor rengine dönüştürür. Meryem bu işlemi 2 kez yaptığında göre toplamda
360° lik mor renk oluşur.

Cem : (B çarkı iki kez)
Bu sefer A çarkını sabit tutarak; orolama 60° lik kırmızı (B çarkı) bölge
90° lik mavi bölgeden geçer ve 90° lik kırmızı maviye dönüştürür. Bu işlemi
2 kez olduğundan toplamda 180° lik bütün mor renk olarak elde edil
bilir.

Sevgi : (Önce A, sonra B)
A çarkını döndürdüğünde 180° lik kırmızı } toplamda 270° lik kırmızı
B " " " 90° lik " } maviye dönüştürür.

Meryem > Sevgi > Cem

Ö2, problem 2’de 1.çarktaki okun 2. çarka da değeceğini düşünerek çözüm stratejisi geliştirmiştir. Yani çarkların birbirinden bağımsız olmadığını düşünmüştür. Ö2, bu problemde çarkın tamamını 360 derece kabul etmiş ve çarkta her bir bölmeye karşılık gelen açıları hesaplayarak problemi daha basit bir hale dönüştürmeye çalışmıştır. Ö2, 2. problemde problemi basitleştirme stratejisini kullanmıştır.

Ö3:

CEVAP-2

<u>A Garhi</u>	<u>B Garhi</u>
Kırmızı - $\frac{1}{4}$	Mavi - $\frac{1}{2}$
Sarı - $\frac{1}{4}$	Kırmızı - $\frac{1}{6}$
Mavi - $\frac{1}{4}$	Sarı - $\frac{1}{6}$
Yeşil - $\frac{1}{4}$	Yeşil - $\frac{1}{6}$

Meryem $\rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

Cem $\rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

Sevgi $\rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$

Cem ve Sevgi mor rengi elde etme şansı Meryem'e göre daha yüksektir.

Ö3, Problem 2'de her bir renge karşılık gelen oranları sistemli bir şekilde belirlemiştir. Bu oranları belirledikten sonra her bir kişinin mor şansı elde etme olasılıklarını bulup, sıralamayı bu olasılık sonuçlarına göre yapmıştır. Ö3, 2. problemde *sistemli liste yapma* stratejisini kullanmıştır.

Ö5:

Meryem

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

Cem

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

Sevgi

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \frac{3}{24} + \frac{1}{24}$$

$$= \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

$\frac{1}{6} > \frac{1}{12} > \frac{1}{16}$

Sevgi Cem Meryem

En fazla şans Sevgi sahiptir

Ö5 ve diğer 3 öğretmen problem 2'yi yukarıdaki örnek gösterime benzer şekilde çözmüşlerdir. Bu öğretmenler her bir kişinin mor rengi elde etme olasılıklarını çizimler yaparak bulmuşlardır. 4 öğretmen problem 2'de *şekil çizme* stratejisini kullanmışlardır.

Problem-3 ve Öğretmenlerin Bu Probleme Ait Çözümlerde Kullandıkları Stratejiler

Problem-3

Ahmet geri dönüşüm dükkânına kullanılmış bir kâğıt parçalama makinesini satın alarak başladı. İşler iyi gidince, Ahmet hiç kullanılmamış aynı makineden ikinci bir tane daha alır. Eski makine bir kamyon yükü kâğıdı 4 saatte parçalamaktadır. Yeni makine ise, aynı kamyon yükü kadar kâğıdı sadece 2 saatte parçalayabilmektedir. Ahmet her iki makineyi de aynı anda çalıştırırsa, bir kamyon yükü kadar kâğıdı ne kadar zamanda parçalatabileceğini hesaplayınız? (Shifter & Fosnot, 1993, s. 24-27).

Ö4:

CEVAP-3

Eski makina 1 Saatte 1 kamyon yollar (2.100 Eskiye 2 makine)

Yeni makina 2 Saatte 1 kamyon yollar (2.100 Eskiye 2 makine)

(yeni makina eskie göre 2 kat hızlı.)

Birleşik orantıyı kullanalım.

Eski makine ve göre;

1 Eski makine	4 saatte	1 yollar (2.100)
3 Eski makine	?	1 yollar (2.100)

I. is x altındakiler = 2. is x üstündekiler

$$1 \cdot ? \cdot 3 = 1 \cdot 4 \cdot 1$$

$$? \cdot \frac{3}{3} = \frac{4}{3}$$

$$? = \frac{4}{3} \text{ saat yapar.}$$

Ö4, problem 3'te Ö2 gibi yapılan işin süresi ve hızı arasında ilişki kurmuştur.
 Ö4, Ö2'den farklı olarak birleşik orantı yöntemini kullanarak sonuca gitmiştir.
 Ö4, problem 3'te *bağıntı arama* stratejisini kullanmıştır.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışma, ortaokul matematik öğretmenlerinin rutin olmayan problemleri çözmede kullandıkları farklı stratejileri belirlemek ve bu farklılığın nedenlerini ortaya koymak amacıyla yapılmıştır. Bu amaçla elde edilen bulgular incelendiğinde; Problem-1'de beş öğretmenin *problemi basitleştirme* stratejisini, bir öğretmenin ise *bağıntı arama* stratejisini; Problem-2'de bir öğretmenin *bağıntı arama*, bir öğretmenin *sistematiik liste yapma* ve dört öğretmenin *şekil çizme* stratejisini, Problem-3'te dört öğretmenin *problemi basitleştirme*, iki öğretmenin *bağıntı arama* stratejisini kullandıkları tespit edilmiştir.

Cebir öğrenme alanıyla ilgili olan Problem-1'de beş öğretmen aynı stratejiyi kullanırken; bir öğretmen farklı strateji kullanmıştır. Problemi farklı strateji kullanarak çözen öğretmen mesleki deneyim olarak diğer öğretmenlerden daha kıdemlidir. Bu öğretmenin diğer öğretmenlerden farklı strateji kullanmasında *mesleki gelişim* ve *deneyim* faktörünün etkili olduğu düşünülmektedir. Alan bilgisinin yanında alanı öğretme bilgisi de iyi bilen bir öğretmenin problemleri farklı bakış açılarıyla değerlendirip çözüm/ler üretmesi mümkündür. Araştırmalar (Darling-Hammond, 2000; Borko, 2004; Reese, 2010) öğretmenlerin sürekli mesleki gelişim yoluyla; alan bilgilerini derinleştirebileceklerini, alanıyla ilgili son gelişmelerden haberdar olabileceklerini, yeteneklerini işyerinin standartlarıyla uyumlu hale getirebileceklerini ve öğrenci öğrenmesini pozitif etkileyebileceklerini ortaya koymuşlardır.

Cebir öğrenme alanıyla ilgili olan Problem-1'deki kayık, havuz gibi düşünüldüğünde, başlangıçta 50 litrelik bir havuzun 20 litresi doludur. Bir A musluğu bu havuza 4 dakikada 20 litre su akıttığına göre 1 dakikada 5 litre su akıtır. Aynı havuzdan B musluğu dakikada 4 litre, C musluğu dakikada 2 litre suyu boşaltmaktadır. Buna göre B musluğu 20 dakikada havuzdan 80 litre, C musluğu 20 dakikada havuzdan 40 litre su boşaltır. Havuz 20 dakikada boşalmış olur. Burada kayık havuza, problemde geçen kişiler ise musluğa benzetilerek doğru sonuca gitmek mümkündür. Problem-1'de farklı stratejiler kullanarak doğru sonuca ulaşmak mümkün iken; öğretmenlerin sadece bir stratejiye odaklanmalarının nedeninin geçmişte bu tür problemlerle karşılaştıklarında bu problemlere göstermiş oldukları tutum olduğu düşünülmektedir. Araştırmalar (Tolan, 1991; McLeod, 1992; Erkuş, 2000; Yıldız, 2006; Zan vd., 2006; İnceoğlu, 2010) tutumun, bireyin yaşantı ve deneyimleri sonucunda bireyde oluşturduğu ön düşünce, davranışa hazırlayıcı bir eğilim olduğunu göstermektedir.

Olasılık ile ilgili olan Problem-2'de A çarkında dört rengin gelme şansı da aynıdır. A ve B çarklarını birer torba gibi düşünelim. A torbasında 6 kırmızı, 6 mavi, 6 sarı ve 6 yeşil bilye olsun. B torbasında ise 12 mavi, 6 kırmızı, 6 sarı ve 6 yeşil bilye olsun. Bu şekilde problem karmaşık bir yapıdan daha somut bir modele dönüştürülerek de çözülebilir. Yani modelleme yoluyla da bu problem çözülebilir. Fakat öğretmenlerin hiçbiri bu stratejiyi kullanmamıştır. Bu problemde sadece alışılmış stratejiler kullanılmasının nedeninin olasılık konusunun doğal yapısı olduğu düşünülmektedir. Araştırmalar öğretmenlerin büyük çoğunluğunun olasılık konusunda gerekli bilgilere ve olasılığın öğretimi ile ilgili yeterli tecrübeye sahip olmadığını göstermektedir (Garfield, J., & Ahlegren, A., 1998; Bulut, 2001; Erkin, Demir ve Gülşen, 2000; Gürbüz, 2007; Gürbüz, 2010). 2. problemde elde edilen sonuçlar ilgili literatürle örtüşmektedir. Problem-2'de çarkları birbirinden bağımsız düşünemeyip problemin sonucunu yanlış bulan (Ö2) ve çarkların sadece bir kez çevrildiğini düşünüp problemin sonucunu yanlış bulan (Ö5) öğretmenler olmuştur. Öğretmenlerin ders esnasında da böyle hatalar yaptıkları düşünüldüğünde onların öğrencileri de aynı hataları yapabilirler.

Cebir öğrenme alanıyla ilgili olan Problem-3'te üstü açık dikdörtgenler prizması biçiminde bir şekil çizilebilir. Bu şekil kamyon dolusu kâğıtları temsil etsin. Yeni makine 1 saatte dikdörtgen prizmasındaki kâğıtların yarısını, eski makine ise 1 saatte dikdörtgen prizmasındaki kâğıtların dörtte biri kadar iş yapar. İki makine birlikte 1 saatte dikdörtgen prizmadaki kâğıtların dörtte üçü kadar iş yapar ve dikdörtgen prizmadaki kâğıtların dörtte biri kalır. İki makine kalan kısmı, toplam yaptıkları kısma harcanan zamanın üçte biri kadar sürede, yani 20 dakikada yaparlar. Kâğıtların tamamı 1 saat 20 dakikada parçalanmış olur. Burada olduğu gibi bu problemde de farklı çözüm stratejileri geliştirmek mümkün iken; öğretmenler bu problemde sadece 2 farklı strateji kullanmışlardır. Dört öğretmen bu problemde *problemi basitleştirme* stratejisini kullanırken; iki öğretmen *bağıntı arama* stratejisini kullanmıştır. Problemi basitleştirme

stratejisini kullanan öğretmenlerin, bu stratejiyi kullanmalarının nedeninin geçmişte bu tür problemlere olan tutumları olduğu düşünülmektedir. Ders kitapları ve kaynak kitaplarda işçi-havuz problemlerinin nasıl çözüleceğine ilişkin çözüm stratejileri mevcuttur. Problem-3 öğretmenlerin daha önce karşılaştıkları işçi-havuz problemlerine benzemektedir. Problemi basitleştirme stratejisini kullanan öğretmenler, bu problemi zihinlerinde işçi-havuz problemlerinde var olan çözüm yapısına uyarlayarak çözdükleri düşünülmektedir. Elde edilen bu sonuç Heinz (2000)'in öğretmen adaylarıyla işçi-havuz problemleri konusunda yaptığı çalışmayla paralellik göstermektedir.

Problem-3'te iki öğretmen diğerlerinden farklı olarak *bağıntı arama* stratejisini kullanmışlardır. Bu öğretmenler problemin çözümünde oran-orantı ile ilişki kurmuşlardır. Bu stratejiyi kullanan öğretmenlerin muhakeme gücünün yüksek olduğu düşünülmektedir. Gülseren (2009) Oran, orantı ve yüzde problemleri gibi temel konulardaki kavramları iyi anlayan her öğrencinin matematiksel muhakeme gücünü kullanarak işçi-havuz problemleri gibi problemlerin çözümünün üstesinden geleceğini belirtmiştir. Problem-3'ü bağıntı arama stratejisi ile çözen öğretmenler muhakeme güçlerini kullanarak oran-orantı ile ilişkilendirme yapmışlardır.

Bu çalışmada öğretmenlerin verilen problemlerde farklı stratejiler kullanmalarında *mesleki gelişim, mesleki deneyim, farklı düşünme* ve *tutumun* etkili olduğu düşünülmektedir. Araştırmalar (Baykul, 2005; Metallidou & Vlachou, 2010; Şengül ve Dereli, 2013) deneyim (tecrübe), duyuşsal ve bilişsel faktörlerin problem çözme sürecinin ve başarısını etkilediğini göstermiştir. Araştırmada kullanılan problemler doğaları gereği farklı stratejiler kullanılarak çözülebilecek yapıdadır. Bu faktörün de farklı strateji kullanmada etkili olduğu düşünülmektedir. Çalışmada farklı stratejiler kullanılmış olsa da sıra dışı bir strateji ile problemleri çözen öğretmenlere pek rastlanılmamıştır. Öğretmenler problemleri çözerken genellikle sonuç odaklı düşünmüşlerdir. Elde edilen sonuçlara bakıldığında; öğretmenlerin problemlerin sonucunu bulmada kısmen yeterli oldukları, fakat farklı çözüm stratejileri geliştirmede eksikleri olduğu söylenebilir.

KAYNAKLAR

- Altun, M. (2005). *Matematik öğretimi*, Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Altun, M. (2000). İlköğretimde problem çözme öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi*, 147, 27-33.
- Altun, M. ve Arslan Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19 (2), 1-21.
- Ariol, Ş. (2009). *Matematik Öğretmen Adaylarının Bütüncül (Holistik) ve Analitik Düşünme Stillerinin Matematiksel Problem Çözme Becerilerine Etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde Matematik Öğretimi* (1-5 Sınıflar) (8. bs). Ankara: Pegem A Yayıncılık.

- Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: mapping the terrain. *Educational Researcher*, 33 (8), 3-15.
- Bulut, S. (2001). Matematik öğretmen adaylarının olasılık performanslarının incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 33 – 39.
- Darling-Hammond, L. (2000). *Doing what matters most: Investing in quality teaching*. New York: The National Commission on Teaching and America's Future.
- Deringöl, Y. (2006). *İlköğretimde Matematik Problemi Çözmeyi Öğretmede Yeni Yaklaşımlar*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul
- Duru, A., Peker, M., Bozkurt, E., Akgün, L., & Bayrakdar, Z. (2011). Pre service primary school teachers' preference of the problem solving strategies for word problems. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 15, 3463–3468
- Erktin, E. ve Demir-Gülşen, M. (2000). Olasılık konusu ve matematik ders başarılarının bilişsel, duyuşsal ve bilişüstü değişkenlerle ilintisi. IV. *Fen Bilimleri Eğitimi Kongresinde Sunulmuş Bildiri*, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Ankara.
- Erkuş, A., Sanlı, N., Bağlı, M., T., ve Güven, K. (2000). Öğretmenliğe ilişkin tutum ölçeği geliştirilmesi, *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 25(116), 27-33.
- Gail, M. (1996). Problem solving about problem solving: Framing a Research Agenda. *Proceedings of the Annual National Educational Computing Conference, Minnesota*, 17, 255-261. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 398 890).
- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: implication for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63.
- Gülseren K. A. (2009). *Oran konusunun kavramsal öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri, ilköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Pegem Akademi Yayınları, Ankara.
- Gürbüz, R. (2007). Olasılık konusunda geliştirilen materyallere dayalı öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(1), 259-270.
- Gürbüz, R. (2010). The effect of activity based instruction on conceptual development of seventh grade students in probability. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(6), 743-767.
- Heinz, K. R. (2000). *Conceptions of ratio in a class or preservice and practicing teachers*. Unpublished Doctoral Dissertation, Penn State University, State College.
- Işık, C. ve Kar T. (2012). Sınıf öğretmeni adaylarının problem kurma becerileri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(1), 190-214.
- İnceoğlu, M. (2010). *Tutum, Algı, İletişim*, No: 69, Beykent Üniversitesi Yayınları, İstanbul.
- Karataş, İ. ve Baki, A. (2013). The effect of learning environments based on problem solving on students' achievements of problem solving. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 2013, 5(3), 249-268.
- Lampert, M. (1992). *Practices and problems in teaching authentic mathematics*. In F. K. Oser, A. Dick, & J. Patry (Eds.), *Effective and responsible teaching: The new synthesis* (pp. 295–314). San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- MEB (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: MEB Basımevi.

- McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: A Reconceptualization. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan.
- Miles M., & Huberman, M. (1994). *An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis* (2nd Ed.). California: Sage Publications.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics.
- Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartin, F.T., ve Gülbağcı, H. (2009). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: ilköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim*, 34(151), 65-73.
- Polya, G. (1997). *Nasıl çözmeli?* (çev.) Feryal Halatçı, İstanbul: Sistem Yayıncılık. (ss.168-169).
- Polya, G. (1957). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Pugalee, D.K. (2001). Writing, mathematics and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 101(5), 236-245.
- Reese, S. (2010). Traditional or alternative: Finding new teachers along different pathways. *Techniques Association For Career And Technical Education*, 85(1), 16-21.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
- Stylianides, A. J. & Stylianides, G. J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problemsolving beliefs: An instructional intervention of short duration. *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 8-29.
- Şengül, S. & Dereli, M. (2013). Tam Sayılar Konusunun Karikatürle Öğretiminin 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Tutumuna Etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(4), 2509-2534.
- Tolan, B. G. (1991) *Sosyal Psikoloji*, Ankara : Adım Yayıncılık.
- Türnüklü, E. ve Yeşildere, S. (2005). Problem, Problem Çözme ve Eleştirel Düşünme. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 107-123
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Boagerts, H & Ratinsky, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking & Learning*, 1(3), 195-229.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458-477.
- Yazgan, Y. (2007). Observations about fourth and fifth grade students' strategies to solve non-routine problems. *Elementary Education Online*, 6(2), 249-263.
- Yıldız, S. (2006). *Üniversite sınavına hazırlanan dersane öğrencilerinin matematik dersine karşı tutumları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Metallidou P. & Vlachou A. (2010). Children's self-regulated learning profile in language and mathematics. *The role of task value beliefs, Psychology in the Schools*, 47, 776-788.
- Zan, R., Brown, L., Evans, J. & Hannula, M. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics, Special Issue*, 63(2), 113-121.

SUMMARY

In literature, mathematical problems have been subjected to a variety of classifications in terms of different perspectives. The most distinctive classification is the one in which mathematical problems are divided into two as routine (usual) and non-routine (unusual) problems according to the thought and effort required by them. Routine problems present real life situations in which problem status can easily be identified and for which four operations skills are the only prerequisites. On the other hand, non-routine problems require more reflection and the solution strategy is not explicitly presented. Apart from bare calculations, non-routine problems require the organization, classification, and association of data. When literature about problem solving is examined, it is seen that researches have generally focused on pre-service teachers and students. There aren't many studies as to the problem solving proficiency and strategies of mathematics teachers. The purpose of this study is to examine proficiency level of mathematics teachers in non-routine problems and the strategies they use.

In this study, which aims to identify problem solving proficiency and strategies of secondary school mathematics teachers, qualitative research method was used. The research was based on a specific case study, which enables a comprehensive analysis of a situation, event, or phenomenon by means of a finite set of samples under the framework of qualitative research method. The participants of the study are 6 secondary school Mathematics teachers working in a city of East Turkey in 2013-2014 education year. Purposeful sampling technique was used in the study since occupational experience was the top priority in the selection of teachers. The test which is called Utilization of Different Strategies in Problem Solving was used. The test consists of 3 problems, one of them is about probability, and the other two are about algebra. The test, which was developed by the researchers, was finalized with the help of literature and was put into practice. Data collection tool in the study consisted of the answers given to the questions. 6 strategies were identified out of the Test of Utilization of Different Strategies in Problem Solving. These are *simplify the problem*, *guess and check*, *look for a pattern*, *draw a diagram*, *make a systematic list*, *work backward*. The answers of teachers were analyzed in accordance with those strategies.

This study was carried out in order to identify problem solving proficiency and strategies of secondary school Mathematics teachers. When data was examined, it was seen that for the first question 5 teachers made use of *simplify the problem* strategy and 1 teacher used *look for a pattern* strategy. For the second problem 1 teacher used *look for a pattern* strategy, 1 teacher used *make a systematic list* strategy and 4 teachers used *draw a diagram* strategy. For the third problem 4 teachers used *simplify the problem* strategy and 2 teachers used *look for a pattern* strategy.

While 5 teachers used the same strategy in the solving of the first problem, which was about algebra, 1 teacher used a different strategy. The teacher who

made use of a different strategy to solve the problem is senior to the others. The fact that this teacher used a different strategy is thought to stem from *occupational development and experience*. Studies (Darling-Hammond, 2000; Borko, 2004; Reese, 2010) have shown that teachers, by means of occupational development, can deepen their content knowledge, catch up with the latest improvements in the field, incorporate their skills into the standards of their workplaces and enhance students' learning.

3 different strategies were used for the second problem, which was about probability. It is thought that the utilization of usual strategies for this problem is due to the very nature of that subject. Studies have shown that most of the teachers lack the necessary knowledge and experience for the teaching of probability (Garfield, J., & Ahlgren, A., 1998; Bulut, 2001; Erkin ve Demir-Gülşen, 2000; Gürbüz, R., 2007; Gürbüz, 2010). The results of the second problem overlap with the related literature.

2 different strategies were used for the third problem, which was about algebra. While 4 teachers used *simplify the problem* strategy for this problem, 2 teachers used *look for a pattern* strategy. The teachers who used *simplify the problem* strategy are thought to have solved this problem by adjusting it to the solution structure problems. This finding overlaps with the study carried by Heinz (2000) on preservice teachers problems. The teachers who solved the third problem by means of *look for a pattern* strategy made an association with ratio and proportion by reasoning.

In this study, it is thought that *occupational development, occupational experience, different reasoning and attitudes* are the primary factors in teachers' using different strategies for the problems. Studies (Baykul, 2005; Metallidou&Vlachou, 2010; Şengül ve Dereli, 2013) have shown that affective and cognitive factors along with experience affect problem solving process and success. Problems used in the study inherently enable the utilization of different strategies, which is believed to be effective in the use of different strategies. Teachers generally found the right answers. When the results are examined it can be argued that teachers are proficient in solving problems but are incompetent in employing different strategies.