

PAPER DETAILS

TITLE: Laktasyon Egrileri Modellemesinde Çok Degiskenli Uyarlanabilir Regresyon Egrileri (Mars)
Yönteminin Uygulanması

AUTHORS: Hikmet ORHAN, Emine Çetin TEKE, Zübeyde KARCI

PAGES: 363-373

ORIGINAL PDF URL: <http://dogadergi.ksu.edu.tr/tr/download/article-file/480646>



Laktasyon Eğrileri Modellemesinde Çok Değişkenli Uyarlanabilir Regresyon Eğrileri (Mars) Yönteminin Uygulanması

Hikmet ORHAN^{ID1}, Emine Çetin TEKE^{ID2}, Zübeyde KARCI^{ID3}

¹Süleyman Demirel Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Biyoistatistik ve Tibbi Bilişim Anabilim Dalı, Isparta, Türkiye, ²Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Zooteknici Anabilim Dalı, Isparta, Türkiye, ³Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Isparta, Türkiye

✉ : hikmetorhan@gmail.com

ÖZET

Bu çalışmanın amacı, siyah alaca ineklerde kontrol günü, sağlam süresi, iletkenlik ve hareketlilik bağımsız değişkenleri kullanılarak süt verimini MARS yöntemi ile modellemektir. MARS doğrusal olmayan modellerin uygun düşüm noktaları belirlenerek doğrusal alt modellerle tahminleme yapan parametrik olmayan bir yöntemdir. Çalışmada 80 ineğin 2006-2011 yılları arasındaki günlük laktasyon kayıtları kullanılmıştır. En uygun modeli tespit etmek amacıyla her bir laktasyon için farklı etkileşimler denenmiştir. Model uygunluğu, genelleştirilmiş çapraz geçerlilik katsayısının (GCV) minimum ve belirleme katsayısının (R^2) maksimum olması kriterleri ile değerlendirilmiştir. Bu kriterler dikkate alındığında ilk dört laktasyon için etkileşimsiz model, beşinci laktasyon için ise üçlü etkileşimli model en iyi model olarak belirlenmiştir. İlk beş laktasyon sırasına göre MARS modellerinin belirleme katsayıları (R^2) sırasıyla 0.983, 0.991, 0.991, 0.975 ve 0.950 olarak bulunmuştur. Modellerde tüm bağımsız değişken katsayılarının % 99 önem düzeyinde anlamlı olduğu görülmüştür. Süt verimini tahminlemede MARS modellerinin tümünde en etkin değişkenin kontrol günü olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlara göre MARS ile oluşturulan modellerin süt veriminin tahmin edilmesinde güvenle kullanılabileceği kanısına varılmıştır.

DOI:10.18016/ ksudobil.334237

Makale Tarihçesi

Geliş Tarihi : 11.08.2017

Kabul tarihi : 11.09.2017

Anahtar Kelimeler

Parametrik olmayan regresyon modeli,
süt sağircılığı,
süt verimi

Araştırma Makalesi

Application of Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS) for Modeling the Lactation Curves

ABSTRACT

The aim of this study is to model milk yield using the MARS method using independent variables such as Holstein cows control day, milking time, conductivity and mobility. MARS is a non-parametric method for predicting linear sub-models to determine appropriate knot points of non-linear models. This study included daily lactation records for 80 Holstein cows between 2006 and 2011. For each lactation, the most suitable model was determined by testing different maximum interaction models. The model suitability is generally assessed by the criteria that generalized cross-validation criterion (GCV) minimum and R^2 maximum values. When these criteria are taken into consideration, the non-interactive model for the first four lactations and the 3 interacting model for the fifth lactation are determined as the best models. The determination coefficients (R^2) of the MARS models according to the lactation order are found to be 0.983, 0.991, 0.991, 0.975 and 0.950, respectively. All the independent variable coefficients in models were found to be important at 99% level. In all models, MARS has been identified as the most meaningful variable of control day. According to these results, we can say that the estimation of milk yield of models produced by MARS is successful and safe.

Article History

Received : 11.08.2017

Accepted : 11.09.2017

Keywords

Nonparametric regression model,
dairy cattle,
milk yield

Research Article

GİRİŞ

Laktasyon süresi süt hayvanlarının buzağılamasından kuruya çıkarılmasına kadar geçen süredir. Süt siğirlarında laktasyon süresi ortalama 305 gündür ve bu süre bakım ve beslenmeye bağlı olarak değişiklik gösterebilir (Özyurt ve Özkan, 2009).

Laktasyon eğrisi, buzağılama ile kuruya çıkışma arasındaki süt verimini modelleyen eğridir. Bu eğri günlük süt veriminin kontrol günlerine göre grafiği çizilerek tespit edilir. Laktasyon eğrisinin genel şekli, buzağılamadan sonra maksimuma ulaşana kadar artış gösterip kuruya çıkışına kadar kademeli olarak azalış göstermektedir (Orhan ve Kaygısız, 2002).

Süt veriminin modellenmesi konusunda çok sayıda çalışma yapılmış ve kontrol günü ile süt verimi arasındaki ilişkiyi açıklayan farklı modeller geliştirilmiştir (Wood, 1967; Orhan ve Kaygısız, 2002; Ural ve Koşkan, 2014). Ancak bağımsız değişken sayısının birden fazla olduğu modellere rastlanmamıştır. MARS çok değişkenli doğrusal olmayan modelleri parçalayarak doğrusal modellerle açıklanma imkânı sunmaktadır.

Grzesiak (2010) çalışmasında istatistiksel ve makine öğrenme yöntemleri (sınıflandırma fonksiyonları, lojistik regresyon, yapay sinir ağları ve MARS) kullanarak suni tohumlama güçlüğü olan inekleri tespit etmiştir. En iyi sonucun yapay sinir ağları (ANN) ve çok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileri (MARS) yöntemleri ile elde edildiğini ve test seti ile gerçekleştirilen suni tohumlama farklılıklarını olan ineklerin saptanmasında da ANN ve MARS'in diğer istatistiksel yöntemlerle karşılaştırıldığında daha doğru sonuçlar verdiği belirtmiştir.

Temel ve ark. (2010) yaptıkları çalışmada, MARS modelinin özelliklerini diğer regresyon modellerine göre avantajlarını ve uygulama adımlarını anlatmışlardır. Kanser ve behçetli hastaların ailelerinden tespit edilmiş bir takım davranış ve psikolojik test sonuçlarına ait veriler kullanarak kişilerin depresyon durumunu tahmin etmişlerdir. Tahmin amacıyla kurulan MARS modelinin oldukça başarılı tahmin yaptığı belirtmişlerdir. MARS'in değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkileri inceleyip yorumlayabildiğini vurgulamışlar ve hekimlere biyolojik yapıyı daha iyi tanımlamalarını tavsiye etmişlerdir.

Samui ve ark. (2015) yaptıkları çalışmada, Bangalore'da azalan kaya derinliği seviyesinin (d) mekansal değişkenliğinin tahmini için yapay sinir ağları (ANFIS) ve çok değişkenli uylarlamalı regresyon eğrileri (MARS) kullanılmışlardır. MARS ve ANFIS modelleri arasındaki karşılaştırma sonucunda MARS modelinin ANFIS modelinden üstün olduğunu belirtmişlerdir.

Eyduran ve ark. (2017) yaptıkları çalışmada, Mengali koçlarının vücut ağırlığını (BW, kg) tahmin edebilmek

icin doğrusal olmayan bir yöntem olan çok değişkenli uylarlanabilir regresyon eğrileri (MARS) ile modelleme yapmışlardır. Sundukları model ile açıklayıcı değişken olarak koyunun gövde uzunluğu (BL, cm) ve göğüs çevresi (CG, cm) ile yüksek tahmin gücüne sahip modeller elde edildiği bildirilmiştir. Etkileşim düzeyini iki olarak belirlemiştir. Çalışma sonucunda MARS algoritması gerçek vücut ağırlığı ile tahmin edilen vücut ağırlığı arasındaki uygunluk kriterlerini R^2 (0.88), SD (0.35) ve Pearson korelasyon ($r = 0.94$) olarak hesaplamışlardır.

Son yıllarda ülkemizde süt hayvanı yetiştirciliğinde artış yaşanmış ve ülke ekonomisine önemli derecede katkıda bulunmasına rağmen bu katkı gelişmiş ülkelerde göre daha düşük düzeydedir (Özyurt ve Özkan, 2009). Gelişmiş ülkelerdeki süt üretimine erişebilmek ve ülkemizdeki bireylerin süt ihtiyaçlarını karşılayabilmek için süt verimi yüksek hayvanların seçilmesi önem teşkil etmektedir.

Bu çalışmada daha az hataya sahip modellerle ileriki dönem süt verimlerini tahmin etmek için siyah alaca ineklerde kontrol günü, saigm süresi, iletkenlik ve hareketlilik bağımsız değişkenleri kullanılarak çok değişkenli uylarlanabilir regresyon eğrileri (MARS) yöntemi ile süt verimi tahmin edilmiştir.

MATERIAL ve METOT

Çalışmada, Burdur ilinde 2009-2011 yıllarında yürütülmüş TUBİTAK 109O336 nolu projeden derlenmiş veriler kullanılmıştır. Veriler 80 adet siyah alaca ineğe ait 5 laktasyon kaydından oluşmaktadır. Her bir laktasyon kaydında 305 günlük süt verimleri kullanılmıştır. Modellerin oluşturulmasında ineklerin günlük süt verimleri bağımlı değişken kontrol günü, saigm süresi, iletkenlik ve hareketlilik değişkenleri bağımsız değişkenler olarak alınmıştır. Çalışmanın analizleri Salford Predictive modeller 8.0 programı deneme sürümü kullanılarak yapılmıştır.

1990'ların başında fizikçi Jerome H. Friedman tarafından geliştirilen MARS modeli çok değişkenli parametrik olmayan regresyon tekniğidir (Friedman, 1990). Bu teknik bir bağımlı değişken ve bağımsız değişkenler kümesi arasındaki bir olası ilişkiyi belirleyen eğriyi parçalayarak doğrusal doğru parçalarının birlikte modellenmesi esasına dayanmaktadır. Yani bağımsız değişkenin farklı aralıklarında ayrı regresyon eğimleri kullanarak parçalı doğrusal temel fonksiyonlarla doğrusallık sağlar. Bu doğrusal temel fonksiyonlar düğüm (knot) noktalarıyla ayrılır. Düğüm; regresyon doğrusunun eğiminin değiştiği ve bir aralıktan diğerine geçirildiği noktalardır. MARS algoritması modelde tüm değişkenler arasında olası etkileşimleri kapsayan düğümlerin tümünü belirlemeye çalışır. Her bir düğüm belirlenmesi farklı değişken kombinasyonları kullanılarak gerçekleştirilir. Tüm model bileşenlerinin analiz edilmesi sonucu oluşan

değişken kombinasyonlarına temel fonksiyon (basis functions) denir. Hem temel fonksiyonlar hem de düğüm noktaları tespit edildikten sonra en yüksek tahmin performansına sahip fonksiyonlar en küçük kareler yöntemi ile belirlenir. (Friedman, 1991; Salford Systems, 2001). MARS modellerinin en büyük avantajı hem bağımsız değişkenlerin bireysel etkilerini hem de birbirleriyle etkileşimlerini modelde tanımlaması ve grafiklerle sunmasıdır.

Temel fonksiyonlar, x_t ’nin (bağımsız değişken) yüksek oranda doğrusal olmayan dönüşümleri olabilir. Fakat Y_t (bağımlı değişken) temel fonksiyonların doğrusal bir fonksiyonudur (Hastie ve ark. 2008). Temel fonksiyon (1) numaralı eşitlik şeklinde tanımlanır.

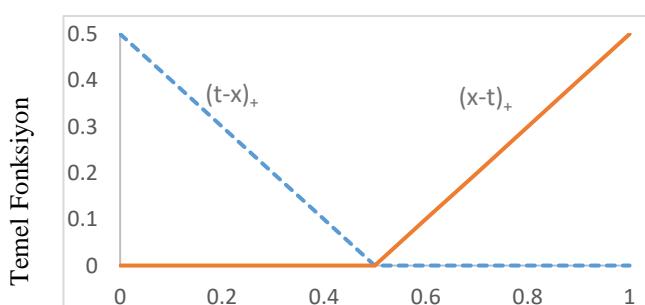
$$\prod_{r=1}^{L_m} [S_{l,m}(X_{v(l,m)} - t_{l,m})] \quad (1)$$

Eşitlik (1)’te L_m etkileşim derecesini, $S_{l,m}$ -1 ya da +1 işaret değerini, $t_{l,m}$ düğüm değerini ve $X_{v(l,m)}$ bağımsız değişken değerini göstermektedir. Etkileşim derecesi (L_m), bağımsız değişkenler arasındaki etkileşimi ifade etmektedir. Çok değişkenli regresyon analizlerinde olduğu gibi ikili etkileşimden daha yüksek boyutta (3'lü, 4'lü gibi) etkileşim seçeneklerin yorumlanması zorlaştırdığı için pratikte ikiden daha fazla bağımsız değişkenin etkileşimini modele koymak tercih edilmez.

Özellikle doğrusal ve doğrusal olmayan genişleme için temel fonksiyonlar iki yönlü kullanılır. t düğüm değeri olmak üzere, (2) ve (3) nolu eşitlikte verildiği gibi iki yönlü temel fonksiyonlar $(x-t)_+$ ve $(t-x)_+$ şeklinde ifade edilir. Bu fonksiyonların yanındaki (+) işareteti eşitliğin sonucunun pozitif olduğunu ifade etmektedir. Aksi halde her bir fonksiyon sıfır noktasında değerlendirilir (Hastie ve ark. 2008).

$$(x-t)_+ = \begin{cases} x-t, & x > t \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (2)$$

$$(t-x)_+ = \begin{cases} t-x, & x < t \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (3)$$



Şekil 1. Temel fonksiyonlar $(x-t)_+$ ve $(t-x)_+$

Örnek olarak, $(x-0.5)_+$ ve $(0.5-x)_+$ fonksiyonları Şekil 1’de gösterilmiştir. Şekil 1.’de tek düğüm noktası ve iki temel fonksiyon yer almaktadır. Her fonksiyon, düğümdeki t değeri ile birlikte parçalı doğrusaldır. Bu iki fonksiyon yansyan çiftleri oluşturmaktadır. Temel

fonksiyonlar bağımsız değişkenleri en uygun düğüm noktalarıyla aralıklara bölen parçalı doğrusal regresyon eğrileridir. Bu eğriler,

$$C = \{(x_j - t)_+, (t - x_j)_+\} \quad (4)$$

$$t \in \{x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{Nj}\}, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (5)$$

şeklindedir. Regresyonda bağımlı değişken ile her bir bağımsız değişkenin ilişkisi incelenebilirken, MARS algoritması ile bağımsız değişkenlerin kendi aralarında etkileşimleri ve bağımlı değişken üzerindeki bu etkileşimlerin etkileri incelenebilmektedir. MARS, bağımlı ve bağımsız değişkenlerin dağılımları hakkında herhangi bir varsayımla öngörmez ve değişken tipi de önemli değildir (Salford Systems, 2001).

Model kurma sürecinde ileri doğru adım algoritmasında doğrusal regresyonda olduğu gibi bağımsız değişkenleri kullanmak yerine C fonksiyonlarını ve bu fonksiyonlardaki değişkenlerin interaksiyonlarını ve doğrusal olmayan dönüşümlerini kullanır (Temel ve ark. 2010; Hastie ve ark. 2008). MARS modeli,

$$Y = \beta_0 + \sum_{m=1}^M \beta_m \alpha_m(X_t) + \varepsilon_i \quad (6)$$

olarak tanımlanır. Eşitlikte m : düğüm sayısını, M temel fonksiyon sayısını, X bağımsız değişkeni, α_m m. temel fonksiyonun katsayısı, β_0 modeldeki sabit terimi, $\alpha_m(X_t)$ t. bağımsız değişken için m. temel fonksiyonu belirtmektedir.

MARS’ın bir diğer amacı, hata kareler toplamı en küçük olan düğüm noktalarını belirlemektedir. Modelin kurulması aşamasında ileriye doğru adımsal yöntem birçok (modele az katkısı olan ya da katkı sağlayamayan) düğüm oluşturacak fakat fazla düğümler geriye doğru adımsal budama yöntemi ile modelden çıkarılacaktır (Abraham ve Steinberg, 2001). Model seçimi, Craven ve Wabha (1979) tarafından geliştirilen “Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik” (Generalized Cross Validation / GCV) ölçütünü temel alır. Bu katsayı, hem artıkların hmasını hem de model karmaşasını hesaba katar (Salford Systems, 2001; Tunay, 2001; Temel ve ark., 2010). GCV katsayısı;

$$GCV(M) = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{f}_M(x_i))^2}{(1 - \frac{C(M)}{n})^2} \quad (7)$$

şeklindedir. Burada n : örneklem veri sayısını, C : eklenen temel fonksiyonların maliyet-karmaşıklik (costcomplexity) ölçüsünü, M : MARS Modelinin kurduğu regresyon modeli sayısını göstermektedir. Modelde M tane doğrusal bağımsız temel fonksiyon varsa,

$$C(M)=M+cd \quad (8)$$

formülü kullanılır. Eşitlikte bulunan c katsayısı ileri doğru olan süreçte seçilen düğüm sayısını ve d katsayısı etkili serbestlik derecesi olup bağımsız temel fonksiyonların sayısını göstermektedir. MARS modelinde genellikle $d=3$ alınır. Friedman (1991) tüm yapılan çalışmalar sonucunda d için en iyi değerlerin $2 \leq d \leq 4$ aralığında olduğunu belirtmiştir (Friedman, 1991; Salford Systems, 2001).

Eşitlik lineer formda olduğu için MARS model sonuçları varyans analiz (ANOVA) sonuçları kullanılarak değerlendirilir. MARS, modelde değişkenlerin tek tek veya kombinasyon halinde girileceği tanımlandığında, düşük ve yüksek dereceli modellerin karşılaştırılmasına olanak verir. Friedman (1991), düzeltilmiş R^2 yi bir karşılaştırma ölçüyü olarak önermektedir. Etkileşim terimleri içeren bir model sadece düzeltilmiş R^2 önemli ölçüde yüksekse tercih edilebilmektedir (Tunay, 2001).

BULGULAR ve TARTIŞMA

Cok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileri (Multivariate Adaptive Regression Splines – MARS) yöntemi ile kontrol günü süt verimleri analiz edilmiştir. Her bir laktasyon için farklı maksimum etkileşimli modeller denenerek en uygun model tespit edilmiştir. Model uygunluğu, genelleştirilmiş çapraz geçerlilik katsayısının (GCV) minimum ve R^2 nin maksimum olması kriterleri ile değerlendirilmiştir. Modelleme öncelikle her laktasyon için ayrı modellenmiştir. Sonrasında genel modelleme için laktasyon sırası bağımsız değişkenlere eklenerek 6 adet MARS modeli ile laktasyon eğrileri değerlendirilmiştir. Laktasyon eğrileri için en uygun maksimum etkileşim seviyesi ve MARS ile modelleme sonuçları Çizelge 1.'de verilmiştir.

Çizelge 1. Laktasyon eğrilerinin MARS yöntemi ile modelleme sonuçları

	1.Laktasyon	2.Laktasyon	3.Laktasyon	4.Laktasyon	5.Laktasyon	Genel
Etkileşim	Etkileşimsiz	Etkileşimsiz	Etkileşimsiz	Etkileşimsiz	3'lü Etkileşim	3'lü Etkileşim
R^2	0.983	0.991	0.989	0.975	0.950	0.974
Düzeltilmiş R^2	0.982	0.991	0.988	0.974	0.948	0.974
GCV	0.106	0.172	0.339	0.678	1.408	0.564
Modele giren temel fonksiyon sayısı	11	12	11	10	14	32
F-Değeri	509.13	2679.20	2405.31	1151.87	396.31	1735.33
Korelasyon (r)*	0.982	0.992	0.990	0.981	0.972	0.973
RMSE	0.2945	0.3701	0.5321	0.7486	1.0144	0.7064
MAPE	0.0105	0.0120	0.0176	0.0260	0.0389	0.0233
Açıklayıcı Değişkenler	Önem düzeyi					
Laktasyon sırası	-	-	-	-	-	77.36
Kontrol Günü	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
Hareketlilik	30.48	26.29	22.20	7.12	43.68	22.68
Sağım Süresi	12.70	3.80	12.02	1.75	12.49	7.34
İletkenlik	0.00	0.00	8.26	0.00	10.54	5.14

R²: Belirleme katsayısı; **GCV:** Genelleştirilmiş çapraz geçerlilik **RMSE:** Hata kareler ortalamasının karekökü; **MAPE:** Ortalama mutlak hata oranı; **r:** Gerçek ve model tahmini süt verimleri arası korelasyon katsayısı

İlk dört laktasyon için maksimum etkileşim derecesi arttığında, GCV değerleri artmaktadır ve ilk dört laktasyon için en uygun modelin etkileşimsiz model olduğu tespit edilmiştir. Beşinci laktasyonda maksimum etkileşim derecesi arttığında R^2 değeri artmakta ve GCV değeri azalmaktadır. Beşinci laktasyon ve genel model için en uygun modelin 3'lü etkileşimli model olduğu gözlemlenmiştir. (Çizelge 1). Hem her bir laktasyonda hem de genel modelde modele giren bütün temel fonksiyonların % 99 düzeyinde önemli olduğu ve modele giren temel fonksiyonların anlamlı olduğu tespit edilmiştir. Mars yaklaşımının avantajı; açıklayıcı değişkenlerin modeldeki önemlerini belirlemenin mümkün olmasıdır. Bütün modellemelerde kontrol günü değişkeninin % 100

önemle süt verimi modellemesini açıklayan en önemli değişken olduğu görülmüştür (Çizelge 1). Kontrol günü, hareketlilik ve sağlam süresi açıklayıcı değişkenleri bütün laktasyonlarda modele dahil olurken, iletkenlik değişkeni sadece üçüncü laktasyon, beşinci laktasyon ve genel modele dahil olmuştur. Laktasyon sırasına göre modelin açıklanma oranı; % 98.3; % 99.1; % 98.9; % 97.5; % 95'tir. Laktasyon sırasına göre gerçek ve tahmin edilen süt verimleri arasındaki korelasyon katsayıları (r) ise 0.982; 0.992; 0.990; 0.981; 0.972 bulunmuştur.

Laktasyon sırasına göre ortalama mutlak hata oranları (MAPE); 0.0105; 0.0120; 0.0176; 0.0260; 0.0389 ve hata kareler ortalamasının karekökü (RMSE); 0.2945; 0.3701; 0.5321; 0.7486; 1.0144'dür.

Genel modelde ise MAPE değeri 0.0233 ve RMSE değeri 0.7064'dür. Çok değişkenli regresyon eğrileri (MARS) yönteminin süt verimi tahminini çok az bir sapma ile yaptığı söylenebilir.

Üçlü etkileşim modelinin en uygun model olduğu beşinci laktasyonda; etkileşim içinde olan kontrol günü ve iletkenlik değişkenleri birlikte dört temel fonksiyon ile hareketlilik ve kontrol günü değişkenleri ise iki temel fonksiyon ile modele dahil olmuştur. Kontrol günü ve iletkenlik değişkenlerinin etkileşimi, kontrol gününden sonra modele en fazla katkısı olan değişken çiftidir. Genel modelde ise laktasyon sırası ve kontrol günü etkileşimli temel fonksiyonlarının modellemede en fazla katkısı olmuştur.

Beş laktasyonda da süt verimini en yüksek oranda açıklayan kontrol günü değişkenini modelden çıkartma kaybının en yüksek olduğu Çizelge 2'de görülmektedir. Çıkardıktaki kayıp sütunu bağımsız değişken veya etkileşim içinde olan değişkenlerin modelden çıkarılması durumunda, tahminlerde

meydana gelecek kaybı yani modeldeki uyum eksikliğini açıklamaktadır (Çizelge 2). Temel fonksiyon sayısı bağımsız değişken veya etkileşim içinde olan değişkenlerin kaç temel fonksiyonla modele dahil olduklarını ve efektif parametre sayısı o değişken birleşiminin yükleniği toplam serbestlik derecesini göstermektedir (Steinberg ve ark.1999).

Varyans ayrıştırma tablosunda standart sapmanın yüksek olması; o değişkenin modelin açıklama gücüne olan katkısının yüksek olduğunu ifade etmektedir. Bütün laktasyonlarda kontrol günü değişkeninin bulunduğu fonksiyonun standart sapması en büyüktür. Bütün laktasyonlarda modele giren temel fonksiyon sayısının yarısından fazlasıyla açıklanan ve standart sapması en büyük olan kontrol günü değişkeni süt verimi modellemesinde önemlidir. Modelden çıkarılması halinde modelde önemli derecede uyum eksikliği meydana gelecektir (Çizelge 2).

Çizelge 2. Kontrol günü için varyans ayrıştırma sonuçları

Laktasyon Sırası	Standart Sapma	Modeldeki temel fonksiyon sayısı	Çıkarmadaki Kayıp	Kontrol Günü Sayısı	TF	Efektif Parametre Sayısı
1. Laktasyon	1.64842	11	0.79267	6	16.10527	
2. Laktasyon	3.60340	12	2.44900	10	26.66667	
3. Laktasyon	4.34452	11	2.67154	6	15.47369	
4. Laktasyon	4.59569	10	19.78977	8	21.33334	
5. Laktasyon	3.98969	14	3.04570	6	18.52174	
Genel	14.6748	32	0.96015	4	11.20000	

Geriye doğru adım sürecinde modele en az katkısı olan temel fonksiyonlar çıkartılmış ve modele giren temel fonksiyonlar belirlenmiştir. Final modelini oluşturan temel fonksiyonlar ve tahmin modeli laktasyon sırasına göre verilmiştir (Çizelge 3-7).

Çizelge 3-7' de verilen temel fonksiyonlara ilişkin yukarıdaki ifadelerde düşüm değeri ile gözlem değeri arasındaki farkın pozitif olması durumunda, bu farkın model fonksiyonunda yer alan ilgili tahmin katsayısı ile çarpılması gerekmektedir. Farkın negatif olması durumunda ise, temel fonksiyon sıfır değerini alarak modele katkı sağlamamaktadır (Muzır, 2011).

Birinci laktasyonda MARS algoritması gerçek süt verimi ile tahminlenen süt verimi arasındaki pearson

korelasyon 0.982 ($p=0.001$) olarak hesaplanmış ve dağılım grafiği Şekil 2'de verilmiştir.

İkinci laktasyonda MARS algoritması gerçek süt verimi ile tahminlenen süt verimi arasındaki pearson korelasyon 0.992 ($p=0.001$) olarak hesaplanmış ve dağılım grafiği Şekil 3' te verilmiştir.

Üçüncü laktasyonda MARS algoritması gerçek süt verimi ile tahminlenen süt verimi arasındaki pearson korelasyon 0.990 ($p=0.001$) olarak hesaplanmış ve dağılım grafiği Şekil 4' te verilmiştir.

Dördüncü laktasyonda MARS algoritması gerçek süt verimi ile tahminlenen süt verimi arasındaki pearson korelasyon 0.981 ($p=0.001$) olarak hesaplanmış ve dağılım grafiği Şekil 5' de verilmiştir.

Çizelge 3. Birinci laktasyon için temel fonksiyonlar ve tahmin denklemi

Temel Fonksiyon	Açık Yazılımı	Model
TF1	max(0, KONTROLGÜNÜ - 33)	
TF2	max(0, 33 - KONTROLGÜNÜ)	
TF4	max(0, 138.437 - HAREKETLILIK)	
TF6	max(0, SAĞIMSÜRESI - 9.56)	$Y = 25.5114 - 0.0237388 * TF1 - 0.228176 * TF2 - 0.0431375 * TF4 + 0.975201 * TF6 - 0.0369352 * TF14 + 0.0349842 * TF16 + 0.0276542 * TF18 - 0.0322728 * TF20 - 1.39566 * TF22 - 0.0352385 * TF26 + 1.56497 * TF28$
TF14	max(0, KONTROLGÜNÜ - 87)	
TF16	max(0, KONTROLGÜNÜ - 153)	
TF18	max(0, KONTROLGÜNÜ - 63)	
TF20	max(0, KONTROLGÜNÜ - 207)	
TF22	max(0, SAĞIMSÜRESI - 8.735)	
TF26	max(0, HAREKETLILIK - 104.27)	
TF28	max(0, SAĞIMSÜRESI - 8.191)	

TF: Temel fonksiyon

Çizelge 4. İkinci laktasyon için temel fonksiyon ve tahmin denklemi

Temel Fonksiyon	Açık Yazılımı	Model
TF1	max(0, KONTROLGÜNÜ - 21)	
TF2	max(0, 21 - KONTROLGÜNÜ)	
TF3	max(0, HAREKETLILIK - 130.122)	
TF5	max(0, KONTROLGÜNÜ - 117)	$Y = 29.4773 + 0.0296232 * TF1 - 0.315411 * TF2 - 0.0727656 * TF3 + .242651 * TF5 - 0.0889739 * TF7 + 0.498669 * TF9 + 0.128342 * TF13 - 0.038261 * TF15 - 0.0939307 * TF17 - 0.238098 * TF19 + 0.0521997 * TF21 - 0.0297815 * TF23$
TF7	max(0, KONTROLGÜNÜ - 39)	
TF9	max(0, SAĞIMSÜRESI - 8.586)	
TF13	max(0, KONTROLGÜNÜ - 261)	
TF15	max(0, KONTROLGÜNÜ - 219)	
TF17	max(0, KONTROLGÜNÜ - 267)	
TF19	max(0, KONTROLGÜNÜ - 123)	
TF21	max(0, KONTROLGÜNÜ - 135)	
TF23	max(0, KONTROLGÜNÜ - 93)	

TF: Temel fonksiyon

Çizelge 5. Üçüncü laktasyon için temel fonksiyon ve tahmin denklemi

Temel Fonksiyon	Açık Yazılımı	Model
TF1	max(0, KONTROLGÜNÜ - 21)	
TF2	max(0, 21 - KONTROLGÜNÜ)	
TF3	max(0, SAĞIMSÜRESI - 8.36)	$Y = 33.0005 + 0.112736 * TF1 - 0.363701 * TF2 + 0.834689 * TF3 - 0.0699268 * TF6 - 0.182068 * TF7 + 0.0218674 * TF11 - 2.30775 * TF13 - 1.94118 * TF14 - 0.41756 * TF25 + 0.337619 * TF27 - 0.0834486 * TF29$
TF6	max(0, 131.771 - HAREKETLILIK)	
TF7	max(0, KONTROLGÜNÜ - 33)	
TF11	max(0, KONTROLGÜNÜ - 141)	
TF13	max(0, ILETKENLIK - 9.604)	
TF14	max(0, 9.604 - ILETKENLIK)	
TF25	max(0, KONTROLGÜNÜ - 291)	
TF27	max(0, KONTROLGÜNÜ - 285)	
TF29	max(0, HAREKETLILIK - 101.447)	

TF: Temel fonksiyon

Çizelge 6. Dördüncü laktasyon için temel fonksiyon ve tahmin denklemi

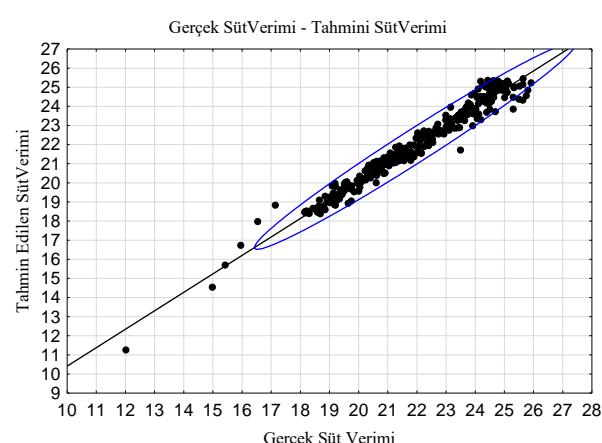
Temel Fonksiyon	Açık Yazılımı	Model
TF2	max(0, 27 - KONTROLGÜNÜ)	
TF3	max(0, KONTROLGÜNÜ - 153)	
TF5	max(0, HAREKETLİLİK - 131.043)	
TF7	max(0, KONTROLGÜNÜ - 45)	$Y = 30.8361 - 0.369997 * TF2 + 0.271777 * TF3 - 0.0743779 * TF5 - 0.0605958 * TF7 - 2.05564 * TF10 - 0.0400036 * TF11 - 0.231707 * TF13 - 0.164655 * TF19 + 0.0864971 * TF21 + 0.100624 * TF23$
TF10	max(0, 7.769 - SAĞIMSÜRESİ)	
TF11	max(0, KONTROLGÜNÜ - 93)	
TF13	max(0, KONTROLGÜNÜ - 159)	
TF19	max(0, KONTROLGÜNÜ - 249)	
TF21	max(0, KONTROLGÜNÜ - 225)	
TF23	max(0, KONTROLGÜNÜ - 261)	

TF: Temel fonksiyon

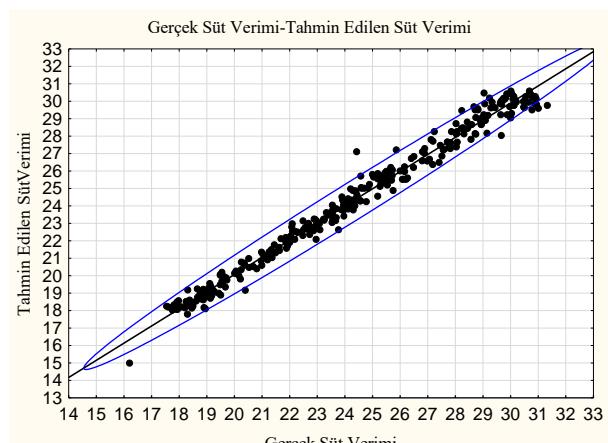
Çizelge 7. Beşinci laktasyon için temel fonksiyon ve tahmin denklemi

Temel Fonksiyon	Açık Yazılımı	Model
TF2	max(0, 27 - KONTROLGÜNÜ)	
TF3	max(0, ILETKENLIK - 9.236) * TF2	
TF5	max(0, ILETKENLIK - 9.51)	
TF7	max(0, KONTROLGÜNÜ - 248) * TF5	
TF8	max(0, 248 - KONTROLGÜNÜ) * TF5	
TF11	max(0, KONTROLGÜNÜ - 57)	
TF13	max(0, KONTROLGÜNÜ - 219)	
TF15	max(0, KONTROLGÜNÜ - 260) * TF5	$Y = 26.0078 - 0.331161 * TF2 - 0.517347 * TF3 - 2.45873 * TF5 + 0.235078 * TF7 + 0.0210113 * TF8 + 0.232393 * TF11 - 0.172847 * TF13 - 0.180446 * TF15 + 0.0941788 * TF17 - 0.000530099 * TF19 + 0.518186 * TF21 - 0.0682257 * TF22 - 0.208337 * TF24 + 0.000769765 * TF30$
TF17	max(0, KONTROLGÜNÜ - 201)	
TF18	max(0, 201 - KONTROLGÜNÜ)	
TF19	max(0, HAREKETLİLİK - 142.091) * TF18;	
TF21	max(0, SAĞIMSÜRESİ - 6.9)	
TF22	max(0, KONTROLGÜNÜ - 99)	
TF23	max(0, 99 - KONTROLGÜNÜ)	
TF24	max(0, KONTROLGÜNÜ - 45)	
TF30	max(0, HAREKETLİLİK - 71.125) * TF23	

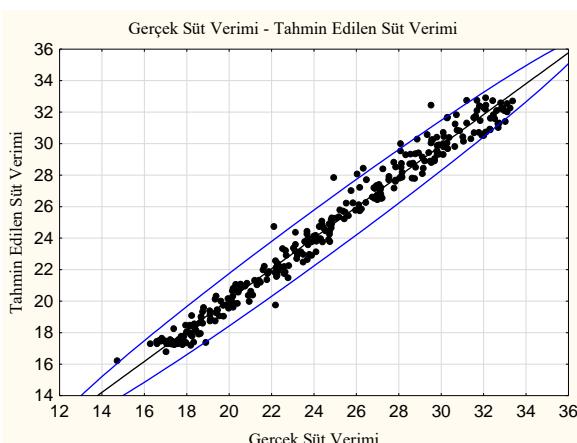
TF: Temel fonksiyon



Şekil 2. Birinci laktasyon gerçek ile tahmin edilen süt verimi dağılımı



Şekil 3. İkinci laktasyon gerçek ile tahmin edilen süt verimi dağılımı



Şekil 4. Üçüncü laktasyon gerçek ile tahmin edilen süt verimi dağılımı

Beşinci laktasyonda TF18 temel fonksiyonu, TF19 temel fonksiyonu ile etkileşerek TF18 dolaylı olarak modele girmiştir. Yine aynı şekilde TF23 temel fonksiyonu, TF30 ile etkileşim halindedir ve TF23 temel fonksiyonu dolaylı olarak modele girmiştir. TF18 ve TF23 temel fonksiyonları modelde olmamasına rağmen modele giren fonksiyonlar arasında yer almaktadır.

MARS modeli, gerek her bir açıklayıcı değişken için gerekse değişkenler arasındaki etkileşimler için belirlenen temel fonksiyonların doğrusal bir kombinasyonu olarak ifade edilmektedir. MARS algoritmasına göre beşinci laktasyonda seçilen değişkenlerin optimal dönüşümleri ve aralarında etkileşim bulunan açıklayıcı değişkenlerin etkileşimlerinin kombinasyonları Şekil 6 ve Şekil 7'de görülmektedir.

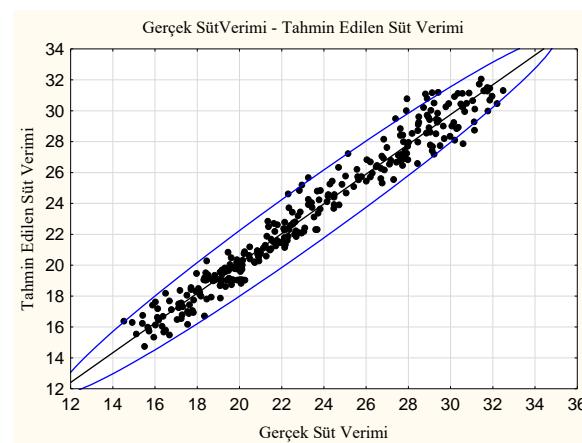
Modelde sağım süresi 6,9'dan büyük olanlar ile bağımlı değişken arasında doğrusal yönde bir ilişki vardır (Şekil 6).

$$TF21 = \max(0, SAĞIMSÜRESİ - 6.9);$$

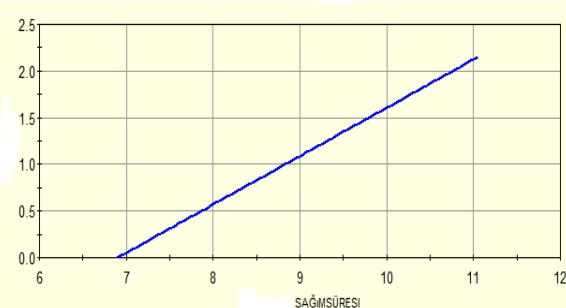
Üç boyutlu yüzey çizimleri ile bir çift tahmin edici değişken ile amaç değişkeni arasındaki ilişki gösterilir (Steinberg ve ark., 1999). Şekil 7'de Kontrol günü ve İletkenlik değişkenlerinin ikili etkileşimlerin süt verimi değişkenine olan katkısı verilmektedir.

Beşinci laktasyonda MARS algoritması gerçek süt verimi ile tahminlenen süt verimi arasındaki pearson korelasyon 0.972 ($p=0.001$) olarak hesaplanmış ve dağılım grafiği Şekil 8'de verilmiştir.

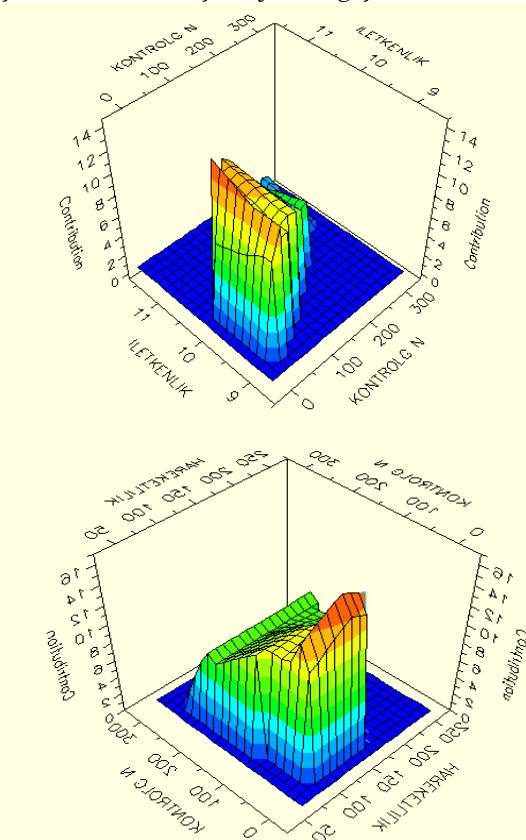
Kontrol günü, hareketlilik, sağım süresi ve iletkenliğin yanı sıra laktasyon sırası eklenerek kurulan genel MARS modeli 3'lü etkileşimli ve 32 tane temel fonksiyona sahip bir modeldir. Bu modeli oluşturan temel fonksiyonlar ve tahmin modeli Çizelge 8.'de verilmiştir.



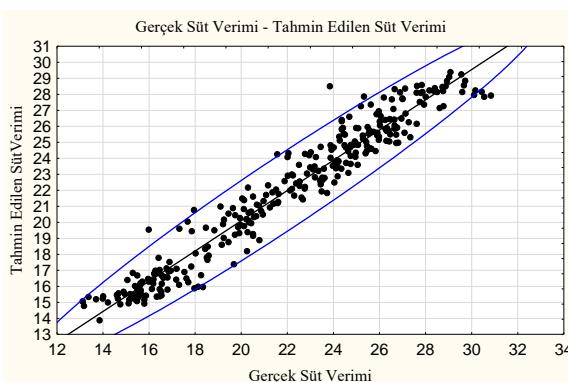
Şekil 5. Dördüncü laktasyon gerçek ile tahmin edilen süt verimi dağılımı



Şekil 6. MARS açıklayıcı değişkeninin katkısı



Şekil 7. MARS açıklayıcı değişkenlerinin etkileşimlerinin katkısı



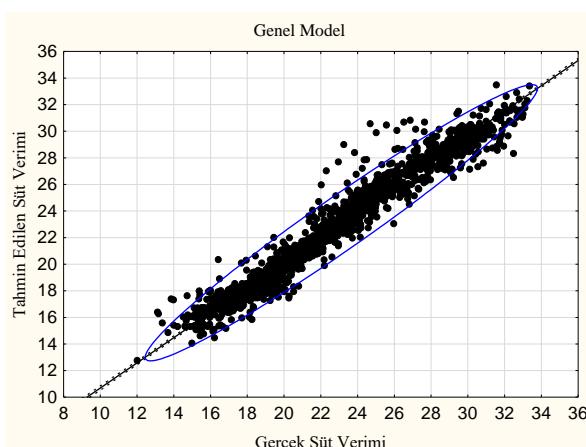
Şekil 8. Beşinci laktasyon gerçek ile tahmin edilen süt verimi dağılımı

Cizelge 8. Genel model için temel fonksiyonlar ve tahmin denklemi

Temel Fonksiyon	Açık Yazılımı	Model
TF1	max(0, KONTROLGÜNÜ - 25)	$Y = 36.5948 - 0.0802562 * TF1 -$
TF2	max(0, 25 - KONTROLGÜNÜ)	$0.302206 * TF2 - 28.7829 * TF3 -$
TF3	max(0, LAKTASYONSIRASI - 3)	$6.07061 * TF4 + 0.0486313 * TF5 +$
TF4	max(0, 3 - LAKTASYONSIRASI)	$0.129605 * TF6 + 21.5434 * TF7 -$
TF5	max(0, LAKTASYONSIRASI - 3) * TF1	$0.383147 * TF9 + 0.303719 * TF11 -$
TF6	max(0, 3 - LAKTASYONSIRASI) * TF1	$0.10882 * TF12 - 1.0571 * TF13 +$
TF7	max(0, LAKTASYONSIRASI - 2)	$1.9472 * TF14 + 3.17904 * TF15 -$
TF8	max(0, 2 - LAKTASYONSIRASI)	$0.183646 * TF17 + 0.152565 * TF18 -$
TF9	max(0, ILETKENLIK - 9.34) * TF2	$0.107257 * TF19 - 0.105781 * TF21 -$
TF11	max(0, KONTROLGÜNÜ - 248) * TF7	$0.0620388 * TF22 + 0.614713 * TF23 -$
TF12	max(0, 248 - KONTROLGÜNÜ) * TF7	$0.446066 * TF24 + 0.0275914 * TF25 -$
TF13	max(0, ILETKENLIK - 9.56) * TF7	$0.0132744 * TF27 - 0.00539527 *$
TF14	max(0, 9.56 - ILETKENLIK) * TF7	$TF28 + 0.0244009 * TF29 - 0.209923 *$
TF15	max(0, ILETKENLIK - 9.67) * TF4	$TF30 + 0.0303582 * TF32 -$
TF17	max(0, KONTROLGÜNÜ - 228) * TF3	$0.00601418 * TF33 - 0.112046 * TF34 +$
TF18	max(0, 228 - KONTROLGÜNÜ) * TF3	$0.161991 * TF36 + 0.0264523 *$
TF19	max(0, KONTROLGÜNÜ - 39) * TF8	$TF37 - 0.00816841 * TF38 - 0.127849 * TF40$
TF21	max(0, HAREKETLİLİLİK - 130.29) * TF14	
TF22	max(0, 130.29 - HAREKETLİLİLİK) * TF14	
TF23	max(0, ORTALAMASAĞIMSÜRESİ - 9.06)	
TF24	max(0, 9.06 - ORTALAMASAĞIMSÜRESİ)	
TF25	max(0, KONTROLGÜNÜ - 141)	
TF26	max(0, 141 - KONTROLGÜNÜ)	
TF27	max(0, LAKTASYONSIRASI - 4) * TF26	
TF28	max(0, 4 - LAKTASYONSIRASI) * TF26	
TF29	max(0, ILETKENLIK - 8.88) * TF11	
TF30	max(0, KONTROLGÜNÜ - 250) * TF7	
TF31	max(0, 250 - KONTROLGÜNÜ) * TF7	
TF32	max(0, ILETKENLIK - 10.51) * TF31	
TF33	max(0, 10.51 - ILETKENLIK) * TF31	
TF34	max(0, KONTROLGÜNÜ - 37)	
TF35	max(0, 37 - KONTROLGÜNÜ)	
TF36	max(0, LAKTASYONSIRASI - 4) * TF35	
TF37	max(0, 4 - LAKTASYONSIRASI) * TF35	
TF38	max(0, KONTROLGÜNÜ - 210) * TF4	
TF40	max(0, ILETKENLIK - 8.88) * TF36	

TF: Temel fonksiyon

Cizelge 8'de modele giren 32 temel fonksiyonun on üç tanesini laktasyon sırası ve kontrol günü etkileşimi, dört tanesini laktasyon sırası, kontrol günü ve iletkenlik üçlü etkileşimi, üç tanesini ise laktasyon sırası oluşturmuştur. Genel modelde MARS algoritması gerçek süt verimi ile tahminlenen süt verimi arasındaki korelasyon 0.973 ($p=0.001$) olarak hesaplanmış ve dağılım grafiği Şekil 9'da verilmiştir.



Sekil 9. Genel modelde gerçek ile tahmin edilen süt verimi dağılımı

Literatürde MARS yöntemi genellikle sosyal ve sağlık bilimlerinde kullanılmıştır. Kooperberg ve ark. (1995), Mallick ve ark. (1999), Temel ve ark. (2010), Muzır (2011) ve Öztürk ve Sevinç (2013), Orhan ve ark. (2017) çalışmaları örnek verilebilir. Zootekni alanında Mars yöntemi kullanarak yapılan çalışmalar olsa da süt verimi modellenmesinde MARS yöntemi kullanılarak yapılan çalışmaya rastlanmamıştır. Hayvancılık alanındaki çalışmalar; Yang ve ark. (2003), Grzesiak (2010) ve Çetin ve Mikail (2016), Eyduran ve ark. (2017), Karadaş ve ark. (2017) yılında yaptığı çalışmalar örnek verilebilir.

SONUÇ

Hayvancılıkta süt verimine ilişkin farklı modellerin oluşturulması, hayvanların ömrleri boyunca ortaya koyacakları verimin tahmin edilebilmesi için büyük önem taşımaktadır (Orhan ve Kaygısız, 2002). Çalışmada daha az hataya sahip modellerle ileriki dönem süt verimlerini tahmin etmek için mevcut süt verimi kayıtlarından yararlanılmıştır.

Beş laktasyon dönemi için yapılan modellemede ilk dört laktasyon için en uygun model etkileşimsiz model, beşinci laktasyon için ise en uygun model 3'lü etkileşimli modeldir. Birinci, ikinci ve beşinci laktasyon döneminde iletkenlik açıklayıcı değişkeni modele katkı sağlamamıştır.

Kontrol günü değişkeni bütün laktasyonlarda modele %100 katkı sağlamış ve modelden çıkarılması halinde modelde önemli derecede uyum eksikliğine neden olmaktadır. Laktasyon sırasına göre modelin açıklanma oranı; %98.3; %99.1; %98.9; %97.5; %95'tir. Genel modelin açıklanma oranı %97.4'tür. Genel modele bütün açıklayıcı değişkenler girmiştir ve en fazla katkıyı kontrol günü ve laktasyon sırası sağlamıştır. Bütün laktasyonlarda gerçek süt verimi ile tahminlenen süt verimi arasında yüksek korelasyonlar (laktasyon 1-5 sırasıyla: 0.982; 0.992; 0.990; 0.981; 0.972) bulunmuştur. Bu sonuçlar

laktasyonlar için oluşturulan MARS modellerinin tahmin gücünün yüksek olduğunu açıklamaktadır

Çalışmada siyah alaca ineklerde kontrol günü, sağlam süresi, iletkenlik, hareketlilik, bağımsız değişkenleri kullanılarak çok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileri (MARS) yöntemi ile süt verimi tahmin edilmiştir. Çalışmada kullanılan değişkenlere ek olarak gelecek çalışmalarda buzağılama mevsimi, ilk buzağılama yaşı, buzağılama ayı, buzağılama ağırlığı gibi açıklayıcı değişkenler kullanılarak çok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileri (MARS) yöntemi ile süt verimi tahmini yapılabilir. Ayrıca birçok hayvan türünden elde edilecek ürünlerin modellemesinde de MARS yöntemi kullanılabilir. MARS yöntemi, diğer çok değişkenli regresyon yöntemleri ve yapay sinir ağları yöntemi ile karşılaştırılabilir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma SDÜ Fen Bilimleri Zootekni Anabilim dalında yürütülen doktora tez çalışmasından kısmen özetlenmiştir. Tez çalışması 2211-C yurtçi öncelikli alanlar doktora burs programı ile TÜBİTAK'tan maddi destek almıştır.

KAYNAKLAR

- Abraham A, Steinberg D 2001. MARS: Still an Alien Planet in Soft Computing? Lecture Notes in Computer Science, Springer Berlin / Heidelberg Press, 2074: 235-244.
- Çetin FA, Mikail N 2016. Hayvancılıkta Veri Madenciliği Uygulamaları. Türkiye Tarımsal Araştırmalar Dergisi, 3(1): 79-88.
- Eyduran E, Akkus O, Kara MK, Tırnak C, Tariq M M 2017. Use of Multivariate Adaptive Regression Splines (Mars) in Predicting Body Weight from Body Measurements in Mengali Rams. International Conference on Agriculture, Forest, Food, Sciences and Technologies (ICAFOF), 11-17 May 2017, Nevşehir.
- Friedman JH 1990. Multivariate Adaptive Regression Splines. The Annals of Statistics, 19: 1- 141.
- Friedman JH 1991. Adaptive Spline Networks. In Advances in Neural Information Processing Systems: 675-683.
- Grzesiak W, Zaborski D, Sablik P, Żukiewicz A, Dybus A, Szatkowska I 2010. Detection of Cows with Insemination Problems Using Selected Classification Models. Computers and Electronics in Agriculture, 74(2): 265-273.
- Hastie T, Tibshirani R, Friedman JH 2008. The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference and Prediction. Second Edition, New York, Springer.
- Karadaş K, Erturk YE, Eyduran E, Gürsoy AK, Tariq MM 2017. Predictive Performances of Chaid and Mars Data Mining Algorithms in the Establishment

- of Relationship between Live Body Weight and Several Morphological Measurements of Indigenous Mengali Sheep and Its Economic Importance. International Conference on Agriculture, Forest, Food, Sciences and Technologies (ICAFOF), 11-17 May 2017, Nevşehir.
- Kooperberg C, Stone CJ, Truong YK 1995. Hazard Regression. *Journal of American Statistical Association*, 90 (429): 78-94.
- Leathwick JR, Elith J, Hastie T 2006. Comparative Performance of Generalized Additive Models and Multivariate Adaptive Regression Splines for Statistical Modelling of Species Distributions. *Ecological Modelling*, 199(2): 188-196.
- Mallick BK, Denison DGT, Smith AFM 1999. Bayesian Survival Analysis Using a MARS Model. *Biometrics*, 55: 1071-1077.
- Muzır E 2011. Basel II Düzenlemeleri Doğrultusunda Kredi Riski Analizi ve Ölçümü: Geleneksel Ekonometrik Modellerin Yapay Sinir Ağrı ve MARS Modelleriyle Karşılaştırılmasına Yönelik Ampirik Bir Çalışma. İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, Doktora Tezi, İstanbul.
- Orhan H, Kaygısız A 2002. Siyah Alaca Sığırlarda Farklı Laktasyon Eğrisi Modellerinin Karşılaştırılması. *Hayvansal Üretim*, 43(1): 94-99.
- Orhan H, Çetin Teke E, Karcı Z, Dinç G, Fentoğlu Ö 2017. Applicability of MARS Method Using Saliva Oxidative Stress Parameters in Detecting Periodontal Disease. 3rd International Researchers, Statisticians and Young Statisticians Congress (IRSYSC-2017) 24-26 May 2017, Konya.
- Öztürk S, Sevinç V 2013. Yeni Doğan Bebeklerin Düşük Doğum Ağırlığının Mars Yöntemine Dayalı İkili Lojistik Regresyonla Modellemesi. *İstatistik Araştırma Dergisi*, 10(2): 56-72.
- Özyurt A, Özkan M 2009. Orta Anadolu'da Yetiştirilen Siyah- Alaca Sığırlarda Laktasyon Eğri Şekli Ve Eğriye Etkili Olan Faktörler. *Hayvansal Üretim* 50(1): 31-37.
- Samui P, Kim D, Viswanathan R 2015. Spatial Variability of Rock Depth Using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) and Multivariate Adaptive Regression Spline (MARS). *Environmental Earth Sciences*, 73(8): 4265-4272.
- Steinberg D, Colla PL, Kerry M 1999. MARS User Guide. San Diego, CA: Salford Systems.
- Temel GO, Ankarah H, Yazıcı AC 2010. Regresyon Modellerine Alternatif Bir Yaklaşım: MARS. *Türkiye Klinikleri Journal of Biostatistics*, 2(2): 58-66.
- Tunay KB 2001. Türkiye'de Paranın Gelir Dolaşım Hızlarının MARS Yöntemiyle Tahmini. *ODTÜ Gelişme Dergisi*, 28 (3-4): 431-454.
- Yang CC, Prasher SO, Lacroix R, Kim SH 2003. A Multivariate Adaptive Regression Splines Model for Simulation of Pesticide Transport in Soils. *Biosystems Engineering*, 86(1): 9–15.