

PAPER DETAILS

TITLE: Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Temsil Kullanimina İlişkin Öğrenci ve Öğretim Stratejileri Bilgileri

AUTHORS: Deniz Eroglu,Dilek Tanisli,Dilek TANISLI

PAGES: 275-307

ORIGINAL PDF URL: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/39921>



Elementary Mathematics Teachers' Knowledge of Students and Teaching Strategies Regarding the Use of Representations

Deniz EROĞLU* & Dilek TANIŞLI

Anadolu University, Eskişehir, TURKEY

Received: 28.03.2013

Accepted: 05.05.2015

Abstract – Knowledge of students and knowledge of teaching strategies could be regarded as the main components of teachers' knowledge. The purpose of this study was to investigate how elementary mathematics teachers interpret the students' answers including erroneous representation, which strategies these teachers offer to overcome students' errors and how their interpretations and offered strategies differ in terms of their experience years. Basic qualitative research approach was used. For the purpose of the study, clinical interviews were conducted with 5 elementary mathematics teachers, and 3 of teachers' professional experience is less than ten years and 2 of teachers' professional experience is more than thirty years. Results of the study revealed that teachers poorly interpret the students' errors and correspondingly they offer only limited strategies in order to overcome students' errors. Furthermore, results showed that -contrary to expectations- less-experienced and highly experienced teachers showed similar results in terms of their interpretations of students' answers and offered strategies in order to overcome students' errors.

Keywords: Mathematics teachers, representation, knowledge of students, knowledge of teaching strategies

DOI No:

Summary

Introduction

Knowledge of content and student, and knowledge of content and teaching are two main parts of professional teachers' knowledge that deals with teaching process and teachers' decision making about their teaching. Especially important is mathematical content knowledge including useful forms of representations and how students best learn mathematical concepts. Teachers need to present analogies, examples, explanations and

* Corresponding Author: Deniz EROĞLU, Anadolu University, Faculty of Education, Eskişehir, TURKEY.

multiple representations of the mathematical concepts so they can make mathematical ideas accessible to students. Among these teaching ways, multiple representations are powerful tools to promote better understanding of mathematical concepts.

In order to choose pedagogically appropriate representations, teachers should consider two important aspects; mathematical knowledge and students' thinking. Firstly, representations should be mathematically accurate, appropriate and understandable to students. Secondly, representations enable students to understand mathematical concepts and reason about them. Studies relating to knowledge of representations has generally been conducted within the context of students and pre-service teachers. In contrast, there has been little research conducted with mathematics teachers who directly affect learning process.

The purpose of this study is to investigate how elementary mathematics teachers interpret students' responses including erroneous representation, which strategies these teachers offer to overcome students' errors and how their interpretations and offered strategies differ in terms of their years of teaching experience.

1. How is student knowledge of teachers – who have different years of teaching experience – regarding the use of representations?
2. How is teaching strategies knowledge of teachers – who have different years of teaching experience – regarding the use of representations?

Teachers' knowledge-their teaching and teacher' teaching-students' learning are closely related to each other. Hence, their knowledge of representation might affect students' use of representations. On the other hand, understanding students' difficulties and developing their creative thinking skills about representations, it is important that teachers should evaluate students' response process. Because teachers' awareness and evaluations of students' errors relating to representations is a necessary requisite to effective teaching, it is important to investigate elementary mathematics teachers' knowledge of students and teaching strategies within the context of mathematical representations.

Methodology

In this study, basic qualitative research approach is the research method that examines. Participants of this study is five teachers (3 of their professional experience is less than ten years and 2 of their professional experience is more than thirty years) who teaches in

different elementary schools. Purposeful sampling method is used to determine the participants of the study. Data is obtained through the clinical interviews enable to obtain deep understanding of teachers' knowledge. Data is analyzed by theme called thematic analysis which is one of the most common approach in qualitative research.

Results

The results of study revealed that all teachers said that student's response to question about fraction equivalence was erroneous. Moreover, they declared about this question that student made such an error because of using whole parts in different sizes. Secondly, algebraic function question included three different students' erroneous response about table, graph and verbal expression. In this question, only one teacher who had seven-year teaching experience correctly solved this question and realized the main errors in responses of students. On the other hand, other teachers misunderstood the problem in the interview task and also mistakenly evaluated the students' responses. In addition to the evaluation of the students' responses, some of the teachers also stated the reasons of the errors. However, these teachers could not adequately explain the underlying reasons of students' errors. Inadequate prior knowledge, deficiency because of teaching and incomplete solution were stated as reasons for students' errors. Moreover, none of the teachers could not declare any reason for the student's graph response. On the other hand, highly-experienced male teacher also could not declare any reason for any students' response. The reasons of teachers demonstrated that teachers could not actually have a variety of idea about the reasons of students' erroneous responses.

Teachers offered using six types of representations such as table, graph, figure, algebraic expression, manipulative and real-life problems in order to overcome students' erroneous responses and their misunderstanding. However some of the teachers could not successfully generate an appropriate representation that reflects the problem situation and imprecisely use the representation. They could not produce effective mathematical explanation for their representations when they pushed to think more deeply. Similar suggestions concerning the representation to overcome students' errors appeared in the response of less-experienced and highly-experienced teachers. On the other hand, whereas less-experienced teachers declared the effectiveness of the use of representation in their teaching, highly-experienced teachers regarded to use algebraic expression instead of representations for solving mathematical problems.

Conclusion and Discussion

This study contributed our understanding about elementary mathematics teachers' knowledge about students and teaching strategies. A main conclusion could be drawn from this study that teachers did not have adequate knowledge of students and teaching strategies relating to the use of representation. Accordingly, in-service training of teachers should emphasis the importance of understanding students' thinking and reasons underlying these thinking and using constructivist teaching strategies. In addition teachers' conceptions about representations should be improved through the in-service training. An investigation of teachers' knowledge relating the use of representations would make a significant contribution to our understanding about the nature of teachers' knowledge.

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Temsil Kullanımına İlişkin Öğrenci ve Öğretim Stratejileri Bilgileri

Deniz EROĞLU[†] & Dilek TANIŞLI

Anadolu Üniversitesi, Eskişehir, TÜRKİYE

Makale Gönderme Tarihi: 28.03.2013

Makale Kabul Tarihi: 05.05.2015

Özet – Öğrenci bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisi öğretmenin sahip olması gereken bilginin temel bileşenleri olarak görülebilir. Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin hatalı temsil içeren yanıtlarını nasıl yorumladıklarını, bu hatalı yanıtlar için hangi öğretim stratejilerini önerdikleri, bu yorum ve stratejilerin mesleki deneyim yılına göre nasıl değiştiğini belirlemek amaçlanmıştır. Araştırmada temel nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Araştırmanın amacı doğrultusunda mesleki deneyimi on yılın altında olan 3 ve mesleki deneyimi otuz yılın üzerinde olan 2 toplamda 5 ortaokul matematik öğretmeni ile klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Verilerin analizi sonucunda öğretmenlerin öğrenci hatalarını yorumlamada yetersiz kaldıkları ve buna bağlı olarak da önerdikleri stratejilerin çeşitliliğinin az olduğu ortaya çıkmıştır. Sonuçlar mesleki deneyim yıllarına göre incelendiğinde ise deneyimli ve deneyimi az olan öğretmenlerin öğrenci yorumlarının ve önerdikleri stratejilerin benzer olduğu görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Matematik öğretmeni, temsil, öğrenci bilgisi, öğretim stratejisi bilgisi

Giriş

Öğretmenlerin öğrenme ve öğretme sürecini şekillendirmedeki rolü, araştırmacıların öğretmenin sahip olması gereken bilgi çeşitlerinin neler olduğunu belirlemeye ve geniş perspektifli bilgi modellerini tanımlamalarına yol açmıştır (Ball, Thames, & Phelp, 2008; Grossman, 1990; Magnusson, Krajcik, & Borko; 1999; Park & Oliver, 2008; Shulman, 1986). Bu modelleri hazırlayanların başında yer alan Shulman (1986, 1987) alan, pedagoji ve öğrenci bilgisi bileşenleri sentezlenmiş ve “*pedagojik alan bilgisi*” tanımlamasını ortaya koymuştur. Bu bilgi alanı öğretmenin alan bilgisinin niteliğiyle birlikte, öğretmenin alan bilgisini öğretime nasıl dönüştüreceği ve bu bilgiyi dönüştürürken de bilginin öğrenci tarafından nasıl kazanılacağını bilmesi ile ilgilidir. O halde alan bilgisi-öğretim bilgisi ile alan bilgisi-öğrenci bilgisi ikilileri pedagojik alan bilgisinin temel bileşenleri olarak görülebilir. Benzer bir ilişki Ball vd. (2008) ile Rowland, Turner, Thwaites ve Huckstep’in (2009) ortaya koyduğu

[†] İletişim: Deniz EROĞLU, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eskişehir, TÜRKİYE.

E-mail: denizeroglu@anadolu.edu.tr

matematik öğretmenlerine özgü, matematik öğretim bilgisi modellerinde de görülmektedir. Bu araştırmacılara göre öğretim bilgisi, bir öğretmenin öncelikle öğrenci bilgisine sahip olmasını diğer bir değişle, öğrencinin ne düşündüğünü ve neyi karmaşık bulduğunu bilmesini, öğrencinin tamamlanmamış düşüncesini yorumlayabilmesini ve öğrencinin özel bir konu alanı ile ilgili sahip olduğu ön bilgilerini, inancını, hatalarını ve kavram yanlışlarını tahmin etmesini ve yorumlamasını gerektirir. Öğretim bilgisi için sahip olunması gereken öğrenci bilgisinin yanı sıra öğretmenin konuyu öğrencilere kavratmak için en etkili öğretim yöntem ve stratejileri, ele alacağı konunun programdaki yerini ve diğer konularla ilişkisini, konuyu sunmak için gerekli olan en güçlü analogileri, örnekleri, açıklamaları, temsilleri bilmesi ve kullanması da önemlidir (Ball ve diğer., 2008; Rowland ve diğer., 2009; Shulman, 1987).

Konunun öğrencilere sunumu matematik öğretim bilgi bileşenleri içerisinde en önemli yere sahiptir (Charalambos, Hill & Ball, 2011; Fennema & Franke, 1992). Aynı zamanda konunun sunumu sırasında kullanılan analogiler, örnekler, açıklamalar ve kullanılan çoklu temsiller öğrencilerin konuyu daha kolay anlamalarında önemli bir rol oynamaktadır (Cramer, Post, & delMas, 2002, Shulman, 1987). Özellikle de matematiksel kavramlara ilişkin kullanılan çoklu temsiller öğrenme-öğretme süreci üzerinde yarattığı etki bakımından oldukça önemlidir. Örneğin yapılan bazı araştırmaların sonuçları, öğretmenlerin uygulamalarında kullandığı çoklu temsillerin kavramsal anlamayı geliştirdiği, temsil içi ve temsiller arası geçiş becerilerinin geliştirilmesinin de derin ve etkili bir anlamayı sağlayabildiği yönündedir (Cramer ve diğer., 2002; Niemi, 2002). Hill, Rowan ve Ball (2005)'un çalışmaları da, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlamalarını ve gelişimlerini desteklemede konuya ilişkin uygun temsilleri kullanmalarının, öğretmenlerin matematiksel bilgileri ile öğrencilerin başarıları arasında anlamlı bir ilişki olduğunu göstermiştir. Diğer taraftan Ball (1993) bir öğretmenin pedagojik açıdan istenen bir temsili seçebilmesinde, öğretmenin göz önünde bulundurması gereken iki husustan bahsetmiştir. Birincisi öğretilecek matematiksel konunun doğasıdır, ikincisi ise konuyu öğrenen öğrencinin düşüncesidir. Birinci hususta, öğretmenin seçeceği temsilin öğretilen konuyu tam ve anlaşılır bir şekilde yansıtması, ikincisinde ise seçilen temsilin öğrencilerin anlayabileceği ve üzerinde fikir yürütebileceği şekilde olması gerektiğinden bahsedilmiştir. Bu noktada öğretmenlerin sınıfta kullandıkları temsillerin, öğrencilerin kavramları ilişkilendirmelerinde ve problem çözme sürecini açıklamalarında öğrencilere yardımcı olduğu ifade edilmiştir (Huang & Cai, 2007). Yapılan bazı çalışmalar da bu düşüncüyü destekler niteliktedir. Örneğin kesirler konusunda somut materyal ve şekil gibi farklı temsil çeşitleri kullanılarak yapılan öğretimlerde öğrencilerin konuyu daha iyi

öğrendikleri (Cramer ve diğer., 2002) ve farklı temsil çeşitlerini kullanabilme becerisine sahip öğrencilerin ise problemleri daha doğru çözebildikleri (Niemi, 1996) görülmüştür.

Türkiye’de ve uluslararası alan-yazında temsil bilgisi ve kullanımına yönelik yapılan araştırmalar incelendiğinde ise araştırmaların genellikle öğrenci ya da öğretmen adayları bağlamında olduğu görülmüştür (Ball, 1990; Billings & Klanderman, 2000; Çelik & Sağlam-Arslan, 2012; Gfeller, Niess, & Lederman, 1999; İpek & Okumuş, 2012). Buna karşın öğrenme-öğretme sürecini doğrudan etkileyen öğretmenler üzerine sadece uluslararası alan-yazında sınırlı sayıda araştırmaya rastlanmıştır (Cai, 2005; Cai & Lester, 2005; Cai & Wang, 2006; Monoyiou, Papageorgiou, & Gagatsis, 2007; Patterson & Norwood, 2004). Bu araştırmalar da, öğretmenlerin temsil tercihinin öğrenci tercihinin etkisi veya öğretmen inancının temsil kullanımını nasıl etkilediği üzerine yapılmıştır.

Öğretmenin sınıf içi matematik uygulamaları ve öğrencilerin öğrenmesi, öğretmenin sahip olduğu alan bilgisiyle yakından ilgili olduğu ifade edilmiştir (Fennema & Franke, 1992; Shulman, 1987). Ayrıca öğretmenlerin öğrenci çözümlerini değerlendirmelerinin (Hwang, Chen, Dung & Yang, 2007), öğrencilerin farklı bakış açılarını ve çözüm yollarını anlamalarının (Even & Tirosh, 2008) gerekliliği ve öğrencilerin temsiller aracılığıyla öğrenmelerinde öğretmenin önemli bir rol oynadığı (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) belirtilmiştir. Ancak araştırmacılar tarafından temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgisini inceleyen çalışmaya rastlanmaması ve ulusal alan-yazında öğretmenlerle yapılan çalışma sayısının az olması bu araştırmanın gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Öte yandan Türkiye’de ise öğretmenlerin temsil bilgilerinin irdelendiği çalışmalara rastlanmamıştır. Bu bilgi araştırmanın planlanmasında etkili olmuş ve araştırmada öğrencilerin hatalı temsil kullanımına yönelik çözümleri üzerinden öğretmenlerin sahip oldukları temsil bilgisine odaklanılmıştır. Bu doğrultuda çalışmanın genel amacı, ilköğretim matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin pedagojik alan bilgileri bağlamında öğrenci ve öğretim stratejileri bilgilerini ortaya koymaktır. Bu genel amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır.

1. Farklı mesleki deneyime sahip öğretmenlerin temsil kullanımına ilişkin öğrenci bilgileri nasıldır?
2. Farklı mesleki deneyime sahip öğretmenlerin temsil kullanımına ilişkin öğretim stratejileri bilgileri nasıldır?

Bu çalışmanın hali hazırda ortaokulda çalışan öğretmenlerin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim strateji bilgilerini ortaya koyacağı düşüncesinden hareketle, hizmet içi eğitim programlarını düzenleyen eğitimcilere, öğretmen yetiştirme programlarında derslerin düzenlenmesi konusunda araştırmacılara ve kendi bilgilerini değerlendirme konusunda ise öğretmenlere katkı getireceği düşünülmektedir.

Bir sonraki bölümde araştırmanın yönteminden bahsedilecek ve katılımcılar, verilerin toplanması ve analizi süreci ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Yöntem

İlköğretim matematik öğretmenlerinin öğrencilerin hatalı temsil içeren yanıtlarını nasıl yorumladıklarını ve bu hatalı yanıtlara ilişkin hangi öğretim stratejilerini önerdiklerini belirlemek amacıyla yapılan bu çalışmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında eğitim araştırmalarında sıklıkla kullanılan temel nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir (Merriam, 2009). Temel nitel araştırma da görüşmeler, gözlemler ve döküman incelemelerinde kullanılan sorular, belirlenen odak noktaları ve kurulan ilişkiler araştırmanın kuramsal çerçevesine bağlı olarak gerçekleştirilmektedir (Merriam, 2009).

Katılımcılar

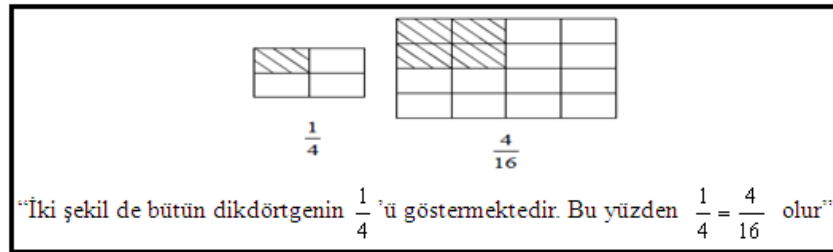
Bu çalışmanın katılımcılarını ortaokul düzeyinde öğretmenlik yapan farklı mesleki deneyimlere sahip 5 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumlar üzerinde çalışma olanağı verdiğinden, bu çalışmada amaçlı örnekleme yöntemi çeşitlerinden ‘ölçüt örnekleme’ kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Öğretmenlerin çalışma süreleri örneklem ölçütü olarak belirlenmiştir. Çalışma süresi 10 yılın altında olan 3 öğretmen ve 30 yılın üzerinde olan 2 öğretmen çalışmaya gönüllü olarak katılmışlardır. Öğretmenlerin özelliklerine Tablo 1’de yer verilmiştir.

Tablo 1 Katılımcı Öğretmenlerin Özellikleri

Öğretmen	Cinsiyet	Mesleki Deneyim (Yıl)	Eğitim Geçmişi
Ali	Erkek	5	İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Bilal	Erkek	7	İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Cansu	Kadın	8	Matematik Bölümü
Doğan	Erkek	33	Eğitim Enstitüsü
Emel	Kadın	33	İlköğretim Matematik Öğretmenliği

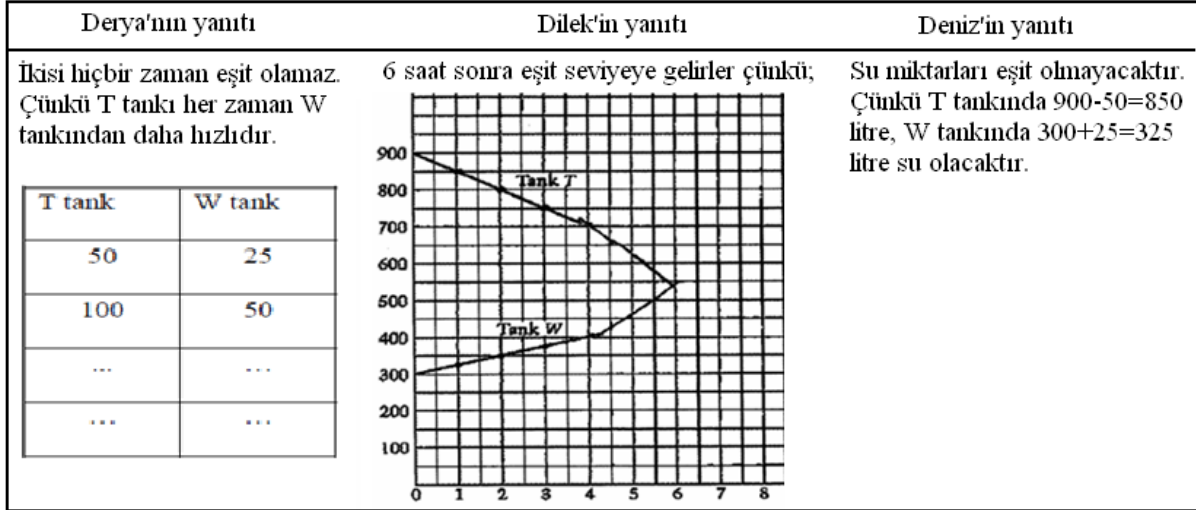
Verilerin Toplanması

Araştırmanın amacı doğrultusunda veriler görüşme çeşitlerinden biri olan ve matematik eğitiminde sıklıkla kullanılan klinik görüşmeler yardımıyla toplanmış ve görüşmeler matematik eğitiminde uzman ikinci yazar tarafından gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmeler açık uçlu sorular aracılığıyla muhakeme sürecinin ve bilgi yapısının çalışıldığı yaklaşım olduğundan, öğretmenlerin öğrenci ve öğretim bilgilerinin değerlendirilmesinde bu görüşme çeşidi kullanılmıştır (Clement, 2000). Bu süreçte öncelikle klinik görüşme görevleri hazırlanmış ve bu görevlerde Wu'dan (2004) uyarlanan temsil kullanımı ile ilgili öğrenci hatalarını içeren örnek durumlar kullanılmıştır. Görevler öğrencilerin denk kesirler ve cebirsel fonksiyonlar konusundaki problemlere vermiş oldukları hatalı temsil kullanımlarını içermektedir. Kesirlerin denkliği ile ilgili birinci görevde öğretmenlere denk kesirleri gösteren hatalı alan modeli çizmiş bir öğrencinin yanıtı gösterilmiş ve öğretmenlerden öğrencinin düşüncesini yorumlamaları istenmiştir. Birinci görevde kullanılan öğrenci yanıtı Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1 Denk Kesir Sorusuyla ilgili Öğrenci Yanıtı

İkinci görevde ise "İki büyük su tankı olan T ve W sırasıyla 900 ve 300 litre su almaktadır. T tankından saatte 50 litre su boşaltılırken, aynı zamanda W tankına saatte 25 litre su doldurulmaktadır. Kaç saat sonra T tankındaki su miktarı ile W tankındaki su miktarı birbirine eşit olur?" problemi ile ilgili üç öğrencinin hatalı yanıtları kullanılmıştır. Öğrencilerin yanıtları Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2 Cebirsel Fonksiyonlar Sorusuna İlişkin Öğrenci Yanıtı

Klinik görüşme görevlerinde hatalı temsil kullanımına yönelik sorular için klinik görüşme soruları hazırlanmıştır. Klinik görüşme sorularının açık uçlu olmasına, düşünme sürecinin açıklanmasına imkân veren ve görüşmeci ile öğretmen arasında konuşma geçmesine olanak sağlayan sorulardan seçilmesine dikkat edilmiştir (Hunting, 1997). Bu hatalı temsil kullanımları bağlamında ve araştırmanın amacı doğrultusunda öğretmenlere öğrenci yanıtlarının doğruluğu ya da yanlışlığıyla ilgili herhangi bir bilgi verilmeksizin öğretmenlerin söylemleri doğrultusunda daha derinlemesine bilgi elde etmek amacıyla ‘Sizce öğrenci ne düşünmüş olabilir?, Öğrencinin anlamadığı ön bilgisi nedir?, Öğrencinin anlamadıklarını belirleyebilmek için ona ne gibi sorular sorabilirsiniz?, Öğrencinin yanlış anlamasını giderebilmek için ne önerirsiniz?’ gibi sorular yöneltilmiştir. Görevlerin ve soruları anlaşılır olup olmadığını kontrol etmek için öğretmenlerle görüşmelerden önce klinik görüşme görevlerinin pilot çalışması yapılmıştır. Klinik görüşmeler video kamera ile kayıt altına alınmıştır.

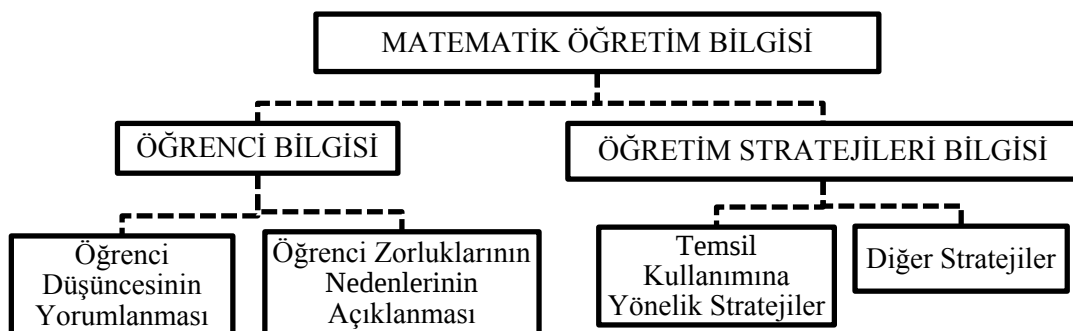
Veri Analizi

Veri analizine başlanmadan önce verilerin dökümleri yapılmıştır. Araştırmacının ve öğretmenlerin konuşmaları hiçbir değişiklik yapılmadan görüşme formuna yazılmıştır. Verilerin analizinde nitel araştırmalarda yaygın olarak kullanılan tematik analiz yöntemi kullanılmıştır (Liamputtong, 2009). Tematik analiz, verilerin içinde olan örüntüleri/temaları belirlemek, çözümlemek ve raporlaştırmak için kullanılan yöntemdir (Braun & Clarke, 2006). Tematik analizde iki temel adım vardır (Liamputtong, 2009). Birincisi veri dokümanının tamamını okumak ve görüşme verilerini anlamlaştırmaya çalışmak, diğeri de bütün bir veri

setinin parçalarını incelemek ve katılımcı grubun bütününün ne demek istediğini anlamaya çalışmaktır. Bu bağlamda verilerin analizi iki alan uzmanı tarafından bağımsız olarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın güvenilirliğini artırmak için birden fazla araştırmacının analiz yapması ve sürekli karşılaştırma yapılması yöntemlerinden yararlanılmıştır (Armstrong, Gosling, Weinman, & Marteau, 1997). Verilerin analizi yapılırken öncelikle başlangıç kodları her iki araştırmacı tarafından bağımsız şekilde belirlenmiş ve araştırmacılar bir araya gelerek belirlenen kodlar karşılaştırılmıştır. Kodlar konusunda görüş birliğine varıldıktan sonra temaların oluşturulması için araştırmacılar yeniden önce bağımsız sonra birlikte çalışarak temaların da tutarlı olmasını sağlamışlardır. Kodlar ve temaların oluşturulması sürecinde iki araştırmacı arasında görüş birliğine varılmış ve araştırmanın ana temaları ve alt temaları belirlenmiştir. Bu temalar oluşturulurken alan yazında geçen terminolojiye uygun isimler (matematik öğretim bilgisi, öğrenci bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisi) verilmesine özen gösterilmiştir. Daha sonra ayrıntılı bir biçimde tanımlanan ve adlandırılan tema ve alt temalar yorumlanmış ve sonuçlara ulaşılmıştır. Araştırmanın bulguları verilerin analizi sonucunda ortaya çıkan temalar altında yorumlanmış ve öğretmenlerin konuşmalarından doğrudan alıntılar yapılarak sunulmuştur. Bir sonraki bölümde verilerin analizi sonucunda öğretmenlerin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri ayrıntılı şekilde sunulmuştur.

Bulgular

İlköğretim matematik öğretmenlerinin çoklu temsil kullanımına ilişkin pedagojik alan bilgileri bağlamında öğrenci ve öğretim stratejileri bilgilerinin incelendiği bu çalışmada, bulgular matematik öğretim bilgisi teması altında öğrenci bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisi olmak üzere iki alt tema altında sunulmuştur. Tema ve alt tema altında yer alan diğer kategoriler Şekil 3’de gösterilmiştir.



Şekil 3 Pedagojik Alan Bilgisi Kategorileri

Öğrenci Bilgisi

Öğrenci bilgisini değerlendirmek için öğretmenlerden verilen problemlerdeki öğrencileri düşüncelerini yorumlamaları, öğrenci hatalarını fark edebilmeleri ve hataların nedenlerini açıklamaları beklenmiştir.

Öğrenci Düşüncesinin Yorumlanması

Öğretmenlere kesirlerin denkliği ve bir örüntüdeki değişimin analiz edilmesi ile ilgili hatalı temsil içeren öğrenci yanıtları gösterilmiş ve öğretmenlerden bu yanıtlardaki öğrenci düşüncelerini değerlendirmeleri istenmiştir. Öğretmenlerin kendilerine gösterilen iki soruya ilişkin hatalı öğrenci yanıtlarını değerlendirmeleri ise ayrı ayrı incelenmiş ve sunulmuştur.

Kesirlerin denkliği ile ilgili soru öğrencinin hatalı bir alan modelini içermektedir. Bütün öğretmenler öğrencinin bu yanıtını hatalı olarak değerlendirmişler ve öğrencinin aynı büyüklükteki bir bütünü kullanmadığı için böyle bir hata yaptığını söylemişlerdir. Örneğin, Emel öğretmenin öğrenci ile ilgili düşüncesi

“Şimdi düşünce olarak ikisine de 4’te 1 demiş. Düşünce olarak doğru ama çizdiği şekil yanlış. İki şekilde şeklin 4’te 1 ini göstermektedir diyor, bu ifade doğru ama çizim yanlış. Yani aynı bütünü 4’e bölüp 1’ini göstermekle, aynı bütün olarak alması gerekirdi, 16’ya bölüp 4’ünü göstermesi gerekirdi.”

şeklinde açıklamıştır. Öğretmen, öğrencinin her iki şekilde de parça bütün ilişkisini doğru olarak gösterdiğini, ancak aynı büyüklükteki bir bütünü kullanmadığı için iki kesrin denkliğinin karşılaştırmasının yapılamayacağını, bu yüzden de çizimlerinin yanlış olduğunu belirtmiştir. Diğer taraftan Doğan öğretmen ise,

“dörde bölmüş bir bütünü almış diğerini de 16’ya bölmüş 4 parçasını almış. Buradan denk kesirler olup olmadığını göstermek istediğini anlayamazdım”

şeklinde bir benzer bir açıklama yapmıştır. Öğrencinin farklı büyüklükteki bütünleri kullanma düşüncesinin yanı sıra iki öğretmen, öğrencinin denk bir kesir elde etmek için pay ve paydanın aynı sayıyla genişletilmesi düşüncesinde olabileceğini ifade etmiştir.

Araştırmacı: ...öğrencinin düşüncesini önce sorguluyorum ben.

Cansu Öğretmen: Büyük ihtimalle bu çocuk bunun hem payını hem paydasını genişletti 4 ile çarparak, o eski bildiği bilgilerden yaparak bunu yaptı.

Araştırmacı: Ne düşünmüş olabilir. Şekli çizmiş.

Cansu Öğretmen: Aslında şekil üzerinden bir şey yapmamış şu anda. Çünkü şeklin boyutları farklı.

Payı ve paydayı 4 ile genişletmiş.

şeklinde bir açıklama ile öğrencinin düşüncesini yorumlamıştır. Sonuç olarak öğretmenlerin öğrencinin denk kesirle ilgili problem çözümündeki hatayı fark ettikleri ve öğrencinin düşüncesini doğru yorumladıkları söylenebilir.

Örüntülerdeki değişimin analiz edilmesi ile ilgili soru, üç öğrencinin hatalı çözüm yollarını içermektedir. Bu çözümlerde birinci öğrenci problemin çözümüne ilişkin tablo, ikinci öğrenci grafik, üçüncü öğrenci ise sözel temsil biçimini kullanmıştır. Üç öğrencinin verdiği hatalı yanıtlarını inceleyen öğretmenlerden sadece Bilal öğretmen problemi doğru çözebilmiş ve öğrencilerin temel hatalarını fark ederek diğer öğretmenlere göre daha tatmin edici yanıtlar vermiştir. Diğer öğretmenler ise öğrencilerde olduğu gibi, problemi yanlış anlayarak öğrencilerin hatalarını da yanlış yorumlamışlardır.

Bilal öğretmen öncelikle problemi anlamaya çalışmış, daha sonra öğrenci yanıtlarını değerlendirmiştir. Buna göre öğretmen tablo çizerek yanıt veren birinci öğrenci için, tanklara dolan ve boşalan su miktarlarına dayalı olarak öğrencinin yorum yaptığını ve buna bağlı olarak W tankı dolmadan T tankının tamamen boşalacağı şeklinde düşündüğünü ifade etmiştir. Öğretmen, diğer iki öğrencinin çözümünü değerlendirirken ise öğrencilerin probleme ilişkin yapmış oldukları temel hatayı fark etmiştir. Öğrencilerin temel hatası kapasitesi 300 litre olan boş W tankını, 300 litre su ile dolu olarak düşünmeleri ve bunun üzerine su ilave etmeye çalışmalarıdır. Öğretmen grafik temsili içeren öğrenci hatası için:

“W tankı 300 litreden fazla su almayacak çünkü burada 300 litre diye belirtmiş. Hatası burada... Şimdi grafiğe bakarsanız W’da 300’den başlamış yani 300’ün üstüne sanki su dolduruluyormuş gibi. Ama burada demiş ki (soruyu göstererek) tank 300 litre su almaktadır diye. O yüzden bu öğrenci de yanlış düşünmüş.”

biçiminde açıklamada bulunmuştur. Diğer taraftan su sabit hızla dolum yapmasına rağmen, öğrencinin çizdiği grafik 4. saatten sonra kırılma göstermiş ve değişim oranı yani eğimi değişmiştir. Öğretmen bu hatayı fark edememiştir.

Diğer öğretmenlerin öğrencilere ilişkin yaptıkları yorumlar incelendiğinde ise, Ali ve Bilal öğretmen birinci öğrencinin, T tankından boşalan suyun akış hızının W tankına oranla daha hızlı olduğu, dolayısıyla tanklardaki su miktarlarının eşitlenemeyeceği yönünde düşündüğünü ifade etmişlerdir. Ali öğretmen, öğrencinin her iki tankı boş algıladığını ve tabloyu bu yönde doldurmaya çalıştığını da yorumuna eklemiştir. Emel öğretmen aynı öğrenci için, sadece “biri doluyor biri boşalıyor diye düşünmüştür” şeklinde, Doğan öğretmen ise “burada boşalanla burada dolanı bulmaya çalışmış” şeklinde açıklamalar yapmıştır. Beklenenin aksine bu araştırmaya katılmış mesleki deneyim yılı çok olan öğretmenlerin de

öğrenci çözümlerini yorumlama konusundaki açıklamaları kısa ve yetersizdir. Aynı zamanda çalışmada dikkat çekici noktalardan birisi de Emel öğretmenin öğrencinin çözüm yolundan hareketle problemi yanlış çözmesidir. Öğretmen aşağıdaki tabloda gösterildiği gibi her saat için adım adım tanklardaki su miktarlarını öğrencinin yanıtını devam ettirerek yazmış ve W tankının hacmi 300 litre olmasına karşın su seviyelerinin eşitleneceği hacmi, T tankı için 900 litreden 400 litreyi çıkararak ve W tankı için 300 litreye 200 litreyi ekleyerek 500 litre olarak yanlış bulmuştur.

T tank	W tank
50	25
100	50
150	75
200	100
250	125
300	150
350	175
400	200

500 ————— 400 200 ————— 500

Şekil 4 Emel Öğretmen'in Oluşturduğu Tablo

Benzer şekilde Cansu öğretmen de öğrencilerin yapmış olduğu temel hatayı tekrarlayarak yanlış denklem kurup problemi yanlış çözmüştür. Tanklardaki su miktarlarının 8. saatte eşitleneceğini bulan bu iki öğretmen, ikinci öğrencinin çözüm yolunu ve düşüncesini de kendi çözümlerine dayalı olarak değerlendirmişler ve grafiğin eşitlendiği noktayı kontrol ederek yanlış bir çizim yapıldığı sonucuna varmışlardır. Buna karşın sadece bu iki öğretmen grafiği analiz ederken suyun sabit hızla değişimine karşın 4. saatte grafikteki kırılmayı ve kırılma noktasından sonra doğrunun eğiminin değiştiğini fark etmişlerdir. Örneğin Doğan öğretmen;

“Bence grafik doğru değil çünkü düz gitmesi gerekir. Şuradaki (Grafik çizgisini göstererek) hız seviyesi fazlaşmış birden. Baksanıza grafik, şurada fazlaşmış yani. Grafik eğri gitmiş. Her saatte aynı giden aynı akan bir şey değil. Bence grafikte bir problem var”

açıklamasını yapmıştır. Emel öğretmen ise öğrenci çözümü olarak gösterilen grafikteki değerleri kullanarak problemin çözümünü kontrol etmiş ve öğrencinin çizdiği grafiğin hatalı olduğuna karar vermiştir. Öğretmenin yanıtı aşağıda verilmiştir.

“Öğrencinin çizdiği grafikte 6 saat sonra diyor, 25 ile 6’yı çarptığımızda 150 lt su almış oluyor. 300 lt’si vardı 450 lt 2. kaptı su oluyor. 300 lt boşaldığında 900’den 300’ü çıkardığımızda 600 lt su kalıyor. 6 saat sonra eşit seviyeye gelmiyorlar. Grafik yanlış”.

Öğretmen burada sadece öğrenci yanıtının doğruluğunu kontrol etmiş ancak öğrencinin düşüncesi ile ilgili bir yorum yapmamıştır. Öte yandan Ali öğretmen ise, ikinci öğrencinin çizdiği grafik üzerinden aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

“Dilek bir bütün olarak boşaltmanın ve dolmanın devam ettiğinin düşünmüş ... Burada Dileğin yanıtında bence, bir saat sonra neler olduğu (grafik üzerinde göstererek), 2 saat sonunda neler olduğu, yani T’nin boşalıp, W’nin de o saatlerde ne kadar dolduğu miktarları bulmuş. Eşit olduğu saatleri de 6 saat sonunda doldurmuş, doğru bir yanıt yani, 6 saat sonunda teker teker her saati bulmuş değerlendirmiş, hesaplamış”

Burada Ali öğretmen öğrenciyi sadece öğrencinin yanıtını tekrarlayarak değerlendirmiş ve hatalı çözümü doğru olarak yorumlamıştır. Son olarak sözel temsil içeren çözümüne ilişkin olarak dört öğretmen de öğrencinin sadece 1 saat için dolan ve boşalan miktarı düşündüğünü belirtmişler, ancak öğrencinin en temel hatasından yine bahsetmemişlerdir.

Öğrenci Zorluklarının Nedenlerinin Açıklanması

Öğretmenler öğrencilerin düşüncelerini değerlendirirken, bazı hatalarda öğrencinin hatasının neden kaynaklanmış olabileceğini de belirtmişlerdir. Ancak bu nedenler incelendiğinde öğretmenlerin öğrenci hatasının nedenini açıklamada yeterli olmadıkları göze çarpmaktadır. Öğretmenlerin belirttikleri nedenler ön bilgi eksikliği, öğretimden kaynaklı eksiklik, problemin anlaşılmaması, eksik çözüm ve farklı gösterimleri düşünmeme başlıkları altında toplanmıştır. Tablo 2’de öğretmenlerin öğrenci çözümleri için hangi tür nedeni belirttikleri gösterilmiştir.

Tablo 2 Deneyim yıllarına göre öğretmenlerin düşündükleri öğrenci hatalarının nedenleri

Öğretmenler	Yıl	Denk Kesir	Tablo	Grafik	Sözel ifade
Ali	5 yıl	Öğretimden Kaynaklı Eksiklik			
Bilal	7 yıl	Bilgi Eksikliği	Problemin anlaşılmaması	Problemin anlaşılmaması	Eksik Çözüm
Cansu	8 yıl	Bilgi Eksikliği (Alan modeli)	Problemin anlaşılmaması Bilgi Eksikliği		Problemin anlaşılmaması
Emel	33 yıl	Bilgi Eksikliği	Bilgi Eksikliği		
Doğan	33 yıl	Farklı gösterimleri düşünmemesi			

Denk kesirler sorusunda Ali, Bilal, Cansu ve Emel öğretmen öğrencinin hatasını öğretimden kaynaklı eksiklik ve bilgi eksikliği şeklinde değerlendirmiştir.

Cansu Öğretmen: Hı hı evet, ya da işte bunun (büyük şekli gösterdi) üzerinden yola çıkması gerekiyordu.

Araştırmacı: Burada bu çocuğun eksik olan ön bilgisi ne olabilir sizce?

Cansu Öğretmen: Eksik olan ön bilgisi ... (düşünüyor)

Araştırmacı: Yani burada çizebilirdi ya da burada çizebilirdi diyorsunuz. (Şekilleri göstererek) Bir hata olarak gördünüz. Buna neden olarak ne olabilir, neyi eksik olabilir çocuğun.

Cansu Öğretmen: Yani denk kesirlerin aslında aynı kesirler olduğunu, yani gösterimde de somut olarak da aynı şey olduğunu bilmiyor demek ki diye düşünüyorum. Şu iki şekli birbirinden farklı çizdiği için boyutlar olarak.

Cansu öğretmen, öğrencinin denk kesir kavramını ve denk kesirleri alan modelini kullanarak göstermede eksiğinin olduğunu vurgulamıştır. Benzer şekilde Emel öğretmen de bilgi eksikliğine vurgu yapmıştır.

Emel Öğretmen: Kesirleri gösterirken düşündüğünü uygulayabilmesi için aynı bütünü bölmesi gerektiğini, şekil olarak gösterimde eksiği var. Orayı anlamamış diye düşünüyorum.

Araştırmacı: Yani buradaki denkliği, kesirlerin denkliğini göstermek için aynı bütünü alması gerektiğini mi?

Emel Öğretmen: Aynı bütün olması gerektiğini anlamamış, orayı kavrayamamış.

Emel öğretmen öğrencinin kesirlerin denkliğini kullanmak için aynı bütünü kullanması gereğini anlamadığını ifade etmiştir. Ali öğretmen ise öğretmenin yapmış olduğu öğretimin öğrenci hatasının nedeni olabileceğini belirtmiştir. Bu öğretmen hatanın öğretmenin tek bir modele dayalı öğretiminden ya da yanlış bir uygulamasından kaynaklanmış olabileceğini söylemiştir.

“öğretmen $\frac{1}{4}$ veya $\frac{1}{2}$ 'yi gösterirken sürekli dikdörtgenler kullanmıştır. Veya mesela $\frac{1}{4}$ 'ü gösterirken (dikdörtgeni 4 eş parçaya ayırdı ve bir parçasını taradı), aynı şekil üzerinde $\frac{4}{16}$ 'yı göstermesini istememiştir. Farklı bir şekil üzerinde göstermesini istemiştir. Onun içinde daha büyük bir şekil çizerek Ozan bunu göstermiş olabilir yani.”

şeklinde bir açıklama yapmış ve öğretmenin yaptığı uygulamaların öğrencinin hataya düşmesine sebep olabileceğini vurgulamıştır. Burada öğretmenin tek bir modele dayalı öğretim yapması ya da denk kesirlerin gösteriminde aynı bütünü kullanmaması öğrencinin hatasının sebebi olarak görülmüştür. Ali öğretmen tek bir modele dayalı öğretimin hataya neden olabileceğini belirtirken, görüşme boyunca aynı şekil (dikdörtgen) üzerinden örnekler vermiştir. Son olarak Doğan öğretmen, öğrencinin farklı gösterimleri düşünmediği için bu şekilde bir hata yapmış olabileceğini belirtmiştir.

Araştırmacı: Peki bu öğrencinin ne tür bir eksiği var ki buradaki parçaları aynı bütünlükte almamış?

Doğan Öğretmen: Bence sayı doğrusunu düşünmemiş. Şu insanı yanıltır (kağıttaki şekilleri göstererek) küçük çocukları yanıltır. Bunu öncelikle sayı doğrusunda gösterdikten sonra bütünün eş parçalarına göre değerlendirmek lazım. Ama şöyle gösterseydi (sayı doğrusunu göstererek) parçaların aynı noktaya denk geldiğinden denk kesirler hepsinin aynı olduğunu bilirdi çocuk.

Araştırmacı: Yani farklı bir gösterimi kullanması gerekirdi... diyorsunuz yani?

Doğan Öğretmen: Şimdi sadece bunu gösterdiniz, ben derdim ki size dörde bölmüş bir bütünün bir parçasını almış diğerini 16 ya bölmüş 4 parçasını almış. Buradan denk kesirler olup olmadığını göstermek istediğini anlayamazdım. Ama şöyle gösterseydi (sayı doğrusunu göstererek) burada denk kesirleri göstermek istemiş. Aynı zamanda da bütünün parçalara bölmek aynı parçayı aldıktan sonra kaç bölse bölsün o parça ötekisine denk olacağını gösterirdim.

Doğan öğretmen öğrencinin neden böyle bir hata yapmış olabileceğini denk kesirleri sayı doğrusu üzerinde düşünmemiş olmasına bağlamış ve kendisi hem aynı büyüklükteki şekil üzerinde hem de sayı doğrusunda göstererek denk kesirleri gösterebileceğini söylemiştir.

Su tankı probleminde ise Bilal, Cansu ve Emel öğretmen öğrencinin tablo çizimindeki hatasının nedenini problemin anlaşılmasına ve bilgi eksiliğine bağlamışlardır.

Cansu Öğretmen: Bu çocuk muhtemelen denklem çözümünü bilmiyor ya da aslında şöyle kafasında canlandıramıyor diye düşünüyorum, yani somutlaştıramadığından.

Araştırmacı: Böyle bir yanıt verdiğini düşünüyorsunuz.

Cansu Öğretmen: Aslında hani T daha fazla boşaldıkça bunun litresi azalacak. W tankı da daha az ama o da doldukça artacak. Bir yerde bunlar mutlaka karşılaşacaklardır. Bunu aslında çoğu öğrenci bilir ama işte bilmeyenler çıkıyor.

Araştırmacı: Yani bu öğrenci için ne diyorsunuz?

Cansu Öğretmen: Yani bu öğrenci kafasında canlandıramamış. Soruyu iyi anlamamış diye düşünüyorum.

Cansu öğretmen öğrencinin denklem çözümü bilmediği için böyle bir yanıt verdiğini ifade etmiştir. Emel öğretmen ise öğrencinin tablo çizimini yorumlarken, tablodaki yanlışlığı fark etmeyerek, tablonun devam etmesi gerektiğini ve öğrencinin denklem çözmeyi anlamadığı için böyle bir yanıt verdiği görüşünü belirtmiştir. Aynı problemde sözel temsil içeren çözümde ise Bilal ve Cansu öğretmen ise öğrenci hatasının nedenlerini öğrencilerin problemi anlamamasından ve eksik çözümden kaynaklandığını ifade etmişlerdir. Diğer bir deyişle, öğretmenler öğrencilerin verilen problemde istenilen durumu anlayamadıkları için ya da sorunun çözümünü yarıda bıraktıkları için verdikleri hatalı çözümlere ulaştıklarını söylemişlerdir. Örneğin,

“1 saat olarak düşünmüş sadece. Zaten soru kaç saat sonra eşit olur. Bu tarz yanıtla çok karşılaşırsınız. Böyle bir soru sorsam, eminim bu tarz yanıt çok çıkar. Soruyu tam anlayamamış.”

açıklamasından da anlaşılacağı üzere Cansu öğretmen öğrencinin soruyu anlamadığı için bu şekilde bir yanıt verdiğini söylemiştir. Bunun yanı sıra öğretmen verilen bu yanıtla çok karşılaşıldığını ve öğrencilerin soruyu anlamadıklarında bu şekilde yanıtlar verdiklerini de vurgulamıştır. Eksik çözümden kaynaklı hata olduğunu ifade eden Bilal öğretmen ise,

“sadece 1 saat boşalıp doldurmuş, sonraki saatleri düşünmemiştir. Önündeki bir saati değerlendirmiş, diğer saatleri yapmamıştır”

şeklinde bir açıklama yapmıştır. Öğretmen öğrencinin soruyu sadece 1 saat için değerlendirdiğini, diğer saatleri düşünmediğini sorunun çözümünü yarıda bıraktığını söylemiştir.

Bilal öğretmenin problemin anlaşılmasında nedeni dışında öğretmenlerin hiçbiri öğrencinin grafik çözümünü değerlendirirken herhangi bir neden belirtmemişlerdir. Belirtilen nedenler de Ali öğretmen dışında hep öğrencinin bilgi eksikliği ya da problemi anlamamaları gibi yüzeysel nedenlere dayandırılmış, hatanın kaynağında olabilecek temel kavram eksikliğinden bahsedilmemiştir.

Öğretim Stratejileri Bilgisi

Bu bölümde öğretmenlerin öğrencilerin hatalarını ve yanlış anlamalarını gidermek için önerdikleri stratejilerle ilgili bulgular sunulmuştur. Öğretmenlerin önermiş oldukları stratejiler Tablo 3’de görüldüğü üzere temsil kullanımına yönelik stratejiler ve diğer stratejiler olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır.

Tablo 3 Öğretmenlerin önerdikleri öğretim stratejileri

Öğretim Stratejileri	
<i>Temsil Kullanımına Yönelik Stratejiler</i>	<i>Diğer Stratejiler</i>
1. Tablo (Bütün öğretmenler) 2. Şekil • Alan Modeli (Ali, Bilal) 3. Somut Materyal (Ali ve Cansu) 4. Günlük Hayat Problemi (Bütün öğretmenler) 5. Cebirsel İfade (Ali, Cansu, Doğan, Emel) 6. Grafik (Ali, Bilal)	1. Sorunun Anlaşılmasına Yönelik Öneriler (Ali) • Soruyu yeniden okutma • Problemde anlamadığı kısmı vurgulama • Problemin anlaşılmasına yönelik sorular sorma 2. Alıştırma Yapma (Cansu, Emel) 3. Hatayı Söyleme (Bilal) 4. Canlandırma (Bilal) 5. Konu tekrarı (Bilal, Doğan)

Öğretmenlerin öğrencilerin hatalarını gidermek için önerdikleri temsil kullanımına yönelik stratejiler

Öğretmenler öğrencilerin hatalarını ve yanlış anlamalarını gidermek için tablo, grafik, şekil, cebirsel ifade, somut materyal ve günlük hayat problemi olmak üzere altı çeşit temsil kullanmayı önermişlerdir. Tablo temsiliğini öneren öğretmenlerden sadece Bilal öğretmen

problemi doğru çözdüğü için doğal olarak tabloyu da aşağıda görüldüğü gibi doğru oluşturmuştur. Öğretmen tanklardan birinin dolu olduğunu diğerinin boş olduğunu bildiği için değişkenlerin başlangıç değerlerini tabloya doğru bir şekilde yerleştirmiş ve her bir saat değişikliğinde meydana gelecek hacim miktarlarını yazmıştır. Tablo tamamlandığında da öğrencilerin eşit seviyeleri rahat bir şekilde görebileceğini de belirtmiştir. Öğretmenin önerdiği üç sütunlu bu tablo değişkenler arası ilişkilerin daha kolay görülmesini sağlaması açısından önemlidir.

	T Tank	W Tank
0	400	0
1	350	25
2	300	50
	...	...

Şekil 5 Bilal Öğretmenin Oluşturduğu Doğru Tablo

Diğer öğretmenler ise öğrencinin hatalı tablosunu tamamlamayı önermişler ya da tablo çizerken problemi yanlış anladıkları için aşağıda görüldüğü gibi verileri tabloya hatalı yerleştirmişlerdir.

	T Tank	W Tank
Basl.	400	300 br
1 Saat	350	325

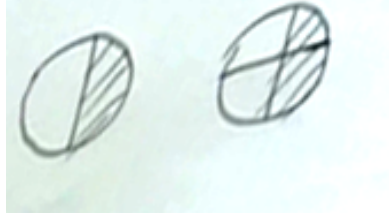
Şekil 6 Oluşturulan Yanlış Tablo Örneği

Ali Öğretmen problemde istenilen tabloyu yanlış çizdiği halde, tablonun konuyu daha somut hale getirdiği, sorunun bir bütün olarak algılanmasına ve adımlar arasındaki değişikliklerin kavranmasına yardım ettiği için tablo temsili kullanabileceğini belirtmiştir. Bu öğretmen tablo kullanmasının nedenini

“...tablo çizmek daha somut hale getirir diye düşünüyorum. ... basamak basamak gittiği için ve soruyu bir bütün olarak algılayacağı için bu şekilde (tabloyu kastederek) yaparım. ...adımlar arasındaki değişiklikleri daha iyi kavrayabilecekleri, kendileri de hesaplayabilecekleri için...”

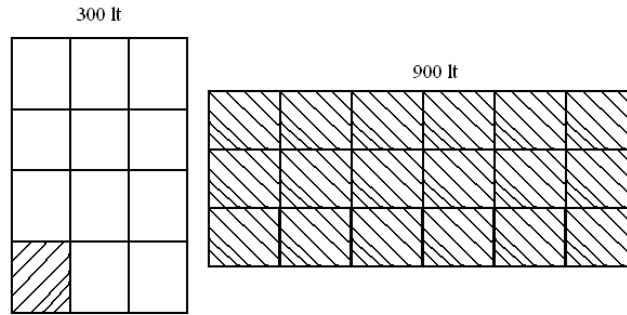
şeklinde açıklamıştır.

Mesleki deneyimi az olan iki öğretmenin önerdiği temsil içeren bir başka strateji ise şekil çizmedir. Şekil çizmeyi öneren öğretmenler problem durumunu gösteren birebir şekil çizebileceklerinden bahsetmişlerdir. Ali öğretmen denk kesir durumunu göstermek için aşağıdaki şekli çizmeyi önermiştir.



Şekil 7 Ali Öğretmenin Çizmiş Olduğu Alan Modeli

Bu şekli çizen öğretmen, aynı bütünleri kullanmış, denk kesirleri göstermek için aynı bölgeleri taramış, sadece taralı alanlardan birini iki eş parçaya bölmüştür. Bu şekilde denk kesirlerin eş büyüklükteki alanlara sahip olduğu görülmektedir. Örüntüdeki değişimin analiz edildiği problemde ise şekil temsilini öneren Bilal öğretmen iki tane tank çizmeyi ve bu tankı eş parçalara bölmeyi önermektedir. Şekil 8’de öğretmenin önerdiği şekil görülmektedir.



Şekil 8 Öğretmenin Cebirsel Fonksiyon Problemine Önerdiği Şekil

Bu şekilde öğretmen tankları temsil eden iki tane dikdörtgen çizmiştir. Çizdiği şekli “*Şu şekilde 300 litrelik bir tank çizerim. Şu şekilde de 900 litrelik tankımı çizerim. Şu üç yüz litreliğimi 25 25 toplam 12 parçaya bölerim. Ve bunu da 50 50 olacak şekilde 18 parçaya bölerim. Bunun her bir saatte bir dolduğunu (300 litrelik tankın bir parçasını taradı), bunun da her bir saatte bir boşaldığını yani tahtaya karalayarak çizerim ve silerim devamlı. Bu şekilde çocuklara bir temsil gösteririm*” şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen tanka dolan ve boşalan suyu şekil ile gösterip dolan suyu karalayarak, boşalan suyu da silerek gösterebileceğini söylemiştir.

Grafik temsilini öneren mesleki deneyimi az olan iki öğretmenden Bilal öğretmen doğru grafiği çizebilirken, Ali öğretmen ise görüşme sırasında kendisine gösterilen yanlış grafiği kullanabileceğini söylemiştir. Ali öğretmen öğrencinin grafiğindeki hatayı da fark edememiştir. Dolayısıyla öğretmenin grafik konusunda alan bilgisi bağlamında eksikliğinin olduğu söylenebilir. Bu öğretmen, temsil tercihleri sırasında grafiği ilk yol olarak kullanmayacağından, ilk önce tabloyu kullanmayı tercih edeceğinden bahsetmiştir. Tercih sırasını,

“İlk tercih ettiğim tablo... Yine aynı şekilde burada grafik yolu da kullanılabilir. Yani grafiği genelde ilk yöntem olarak kullanmam. Mesela tabloyu veriysem veya şekil veriysem, bunu daha sonra da grafikte gösterebiliriz”

şeklinde açıklamıştır. Cansu öğretmen ise temsil konusundaki ilk tercihinin şekil kullanmak olduğunu, ancak öğretim programının çoğunlukla tablo kullanımına yönlendirdiğini bu yüzden de çoğunlukla tablo kullandıklarından bahsetmiştir. Öğretmen bunu

“en fazla tabloyu kullanıyoruz. Müfredatımızda zaten tabloya fazla önem veriyor. En fazla tabloyu kullanıyoruz. Ama ben olsam ilk başta şekille gösteririm”

şeklinde açıklamıştır.

Ali ve Cansu öğretmen ayrıca somut materyal kullanmayı önermiştir. Ancak Cansu öğretmen materyali nasıl kullanacağını açıklayabilirken, Ali öğretmene somut materyalin nasıl kullanacağı sorulduğunda bir açıklama yapamamış ve başka bir yol anlatmıştır. Somut materyal kullanımını açıklayan Cansu öğretmen şekil temsili ile paralel olarak 25 ve 50’şer litreleri pullar ile temsil edebileceğini, dolan 25 litrenin kutuya atılan bir pul, boşalan her 50 litrenin de kutudan alınan iki pul olarak gösterilebileceğini söylemiştir. Önerdiği bu temsili de

“bir W kutusu bir T kutusu. Diyelim ki her 25 litreye 1 pul olabilir. İşte W kutusu içinde 900 litreye karşılık gelecek kadar pul, 36 pul. T kutusunun içinde yine 25’lik pullardan. W kutusundan pulları çıkarıp, T kutusuna pulları atıp eşit pul kaç saat sonunda oluştu onu görelim denilebilir”

şeklinde açıklamıştır. Aynı şekilde bu temsilin para modeli ile de gösterilebileceğini, 25 ve 50 litreler yerine kutuya atılacak ya da kutudan alınacak 25 ve 50 kuruşlar olabileceğini söylemiştir.

Bütün öğretmenler bu temsillerin dışında denk kesirlerin gösterimi için birer günlük hayat problemi ya da durumu belirtmişlerdir. Öğretmenlerin günlük yaşam durumları için ekmek, pasta, bilye, para ve zaman örneklerini kullanmayı seçmişlerdir. Örneğin Emel öğretmen,

”20 liranın yarısı, 10 liranın yarısı, ikisi de yarım kavramı ama birisi 5 lira, birisi 10 lira. Ama 10 liranın yarısı 5 olup da, 10 liranın $\frac{2}{4}$ ’ü dediğimde 10 lirayı 4’e bölüyor 2,5. 2’sini alıyor 5. Yani o şekilde vermeye çalışırım.”

şeklinde bir günlük hayat durumu önermiştir. Bu öğretmen yarım kavramını ele alarak, farklı para miktarlarının iki denk kesir kadarının farklı ve aynı para miktarının iki denk kesir kadarının da aynı olacağından bahsetmiştir. Bir başka günlük hayat probleminde 8 yıllık öğretmen,

“160 tane bilyeyi iki kardeş aralarında pay ediyorlar. Her birine 80’er bilye düşüyor, $\frac{1}{2}$ ’sini aldım. 160 tane bilyeyi 4 kardeş pay ediyorlar, iki kardeşe kaç tane bilye düşer?”

şeklinde bir bilye örneği vermiştir. Bu öğretmende sayılabilir özelliği bir problem durumu içinde kullanarak, aynı sayının denk kesirler kadarının aynı miktara denk geldiğini göstermiştir.

Öğretmenlerin vermiş olduğu iki günlük hayat örneğinin yanında, Bilal öğretmen denk kesirler konusuna uymayan bir örnek vermiş ve örneğini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

“bir markete gönderip küçük büyük paketler arasındaki bağlantıyı inceletirim. Mesela yağlardan örnek verebilirim. 5 litrelik yağ, 5 tane 1 litrelik yağ aynı eşite geldiğini, bir bütünü 5’e bölmüşünü... Yani 10 litrelik yağın 2 tane 5 litrelik yağa eşit olduğunu, 1’er litre olduğu zaman 10’a bölündüğünü çocuğa çok rahatlıkla anlatabilirdik.”

Öğretmen oran kavramıyla ilgili vermiş olduğu örnek aracılığıyla denk kesir kavramını kolayca anlatabileceğini ifade etse de, vermiş olduğu örnek denk kesir kavramını yansıtmadığında öğrencilerde kavram yanılgısına neden olabilir.

Son olarak cebirsel ifade ile problemi çözebileceklerini söyleyen öğretmenlerden hiç biri doğru cebirsel ifadeyi oluşturamamıştır. Bu öğretmenler problemi yanlış yorumladıkları için kendi anlamalarına göre bir denklem kurmuşlar ve sorunun yanıtını da yanlış bulmuşlardır. Bunun yanında öğretmenler cebirsel ifade kullanma nedenlerini de farklı şekillerde açıklamışlardır. Emel öğretmen ise işlemleri adım adım yazmanın zaman kaybı olacağından, bu yüzden bilinmeyen değere “x” verilerek cebirsel bir ifade oluşturulabileceğinden bahsetmiştir. Bu düşüncesini “...birini azaltarak diğerini çoğaltarak da gösterebilirim...” şeklinde açıklayıp aşağıdaki işlemleri yapmıştır. Bu işlemlerde her bir saatte azalan ve artan su miktarlarını yazmıştır.

$$\begin{array}{ll}
 1. & 400 - 50 = 350 \\
 2. & 350 - 50 = 300 \\
 3. & 300 - 50 = 250
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 300 + 25 = 325 \\
 325 + 25 = 350 \\
 350 + 25 = 375
 \end{array}$$

Şekil 9 Emel Öğretmenin Cebirsel Çözümü

Ancak öğretmen soruyu yanlış yorumladığı için yaptığı bu işlemler sorunun doğru yanıtına ulaştırmamakla birlikte, bu işlemleri yapmanın uzun bir yol olduğundan ve bilinmeyene ‘x’ değerini vererek denklem kuracağından bahsetmiştir. Bu düşüncesini “bunu böyle uzun uzun yazarak zaman kaybettiğimizi, saati bilinmeyenle gösterip eşitleyerek cebirsel olarak gösterebileceğimizi anlatmaya çalışırım.” şeklinde ifade etmiştir.

Doğan öğretmenden temsil önermesi istendiğinde aynı şekilde cebirsel ifade kullanmayı önermiştir. Bunu tablo çizen öğrencinin cevabını yorumlarken “ben o arada denklem kurmak isterdim” şeklinde açıklamış ve aşağıdaki denklemi oluşturmuştur.

$$\begin{aligned}
 900 - (50x) &= 300 + (25x) \\
 900 - 50x &= 300 + 25x \\
 \frac{600}{75} &= \frac{75}{75} x \\
 x &= 8
 \end{aligned}$$

Şekil 10 Doğan Öğretmenin Cebirsel Çözümü

Doğan öğretmen W tankının hacminin, kapasitesinden fazla su alamayacağını düşünememiş ve tankın içinde kapasitesi kadar su olduğunu ve dolmaya devam ettiğini düşünüp denklemini de buna göre oluşturmuştur. Bu öğretmen 8. sınıf öğrencilerine problemi bu şekilde denklem ile anlatacağından, ancak artık öğretim programında denklem ile problem çözmenin azlığından buna bağlı olarak da öğrencilerin işlem yeteneklerinin gelişmediğinden bahsetmiştir. Söz konusu öğretmen cebirsel ifade kullanılarak düşük ve orta seviyeli öğrencilerin soruyu daha iyi kavrayacağını ifade etmiştir:

“Denklemden 8. sınıfta bunu böyle gösteririm. Derdim ki burası eksilecek, burası da artacak ve sonrada denklem bir eşitlik olduğu için eşit olacaktır... Eskiden çok daha fazla denklem problemi yapıyorduk. Müfredatta artık eskisi kadar çok fazla problem yok... Şimdi yeni bir sistem çıktı. Üniversiteye giderken hazır gelmiyor çocuk. Neden? Basit problemleri kafadan mantıkla zeki çocuklar hemen çıkartır problem değil ama daha kapsamlı sorular olduğu zaman bocalıyorlar. Oda işlem yeteneklerinin az olmasından dolayı. Yani vasat ve orta nitelikli çocuklara ben sekizinci sınıfta böyle (denklem ile) anlattırdım.”

Cansu öğretmen ise deneyimli öğretmenlere benzer şekilde yedinci sınıftan sonra tablo gibi uğraştırıcı temsillerin kullanılmasına gerek olmadığını, bu sınıf seviyesindeki öğrencilerin denklemle soruları çözebileceğini söylemiştir. Öğretmen açıklamasını

...eğer 6. sınıf öğrencisine anlatıyorsam kesinlikle tablo çizerim. Ama eğer yedinci sınıf öğrencisiyse zaten hiç uğraşılmaz bu kadar, bu tabloyu çizmeden direk denklemle çözebilirler... Altıncı sınıfta bu kadar uğraşılır, yedi de direk denklem çözülür.

şeklinde yapmıştır. Ali öğretmen ise denklem kurmanın en son kullanacağı yol olduğunu söylemiştir. Bunu,

grafiği verip, şekilleri ve tabloyu da verip eğer öğrencinin seviyeleri de sınıf seviyeleri de uygunsa işte buna uygun cebirsel ifadeyi yazmalarını da isteyebilirim... Uygun bir problemde bu şekil, tablo ve grafikten sonra, en sonunda da cebirsel denklemi yazın diyebilirim.

şeklinde açıklamıştır.

Öğrencilerin hatalarını ve yanlış anlamalarını gidermek için önerilen diğer stratejiler

Öğretmenler öğrencilerin hatalarını gidermek için çoklu temsilleri kullanmanın dışında da stratejiler önermişler. Bu stratejiler sorunun anlaşılmasına yönelik öneriler, alıştırmaya yapma, hatayı söyleme, canlandırma ve konu tekrarı başlıkları altında toplanmıştır.

Ali öğretmen problemin anlaşılmasına yönelik önerilerde bulunarak kendisine gösterilen öğrenci hatalarını giderebileceğini söylemiştir. Öğrencinin problemi anlayabilmesi için de problemi yeniden okutmayı, problemde anlamadığı kısmı vurgulamayı ve problemin anlaşılabilmesi için sorular sormayı önermiştir. Bu öğretmen önerilerini

‘Mesela Derya için bir daha soruyu okumasını önerebilirim. Çünkü burada T tankının boşalıp W tankının dolduğunu kavrayamadığı için bir daha dikkatli okumasını önerebilirim. Mesela yine fark etmedi bunun (anlamadığı kelimenin) altını çizebilirim. Hala yanlış yapıyorsa çünkü boşaltmanın ne demek olduğunu algılayamayabilir o zaman açık uçlu sorular yöneltirim. Mesela bir şeyi boşaltırsak ne olur gibi? Vurgu yaparım bu şekilde bu yanlışını gidermeye çalışırım.’

şeklinde sıralamıştır. Bu öğretmen öğrencinin hatasının problemin anlaşılmasından kaynaklandığını ifade etmiş, problem çözmenin ilk basamağı olan problemin anlaşılmasının önemli olduğunu ve öğrencinin de hatasını problemin anlaşılmasını sağlayarak giderebileceğini belirtmiştir.

Öğrenci hatasını gidermek için önerilen stratejilerden bir diğeri ise Cansu ve Emel öğretmen tarafından önerilen öğrencilerin alıştırmaya yapmaları stratejisidir. Örneğin, Cansu öğretmen örüntüler konusu zor olduğu için, öğrencilerin ancak bol soru çözerek örüntü sorularını doğru şekilde yanıtlayabileceğini söylemiştir. Bu düşüncesini,

‘Örüntü gerçekten çok zorlandığımız bir konu. En klasik şeyi öneriyoruz. Mesela örüntü sorularında ilk etapta zorlanır en iyi çocuk bile. O örüntünün kuralı $3n$ mi, $3n+1$ mi, n^2 mi, o tarz şeyleri çıkaramaz... Bolca soru çözmelerini öneriyoruz, bolca soru çözerek yaptırıyoruz.’

şeklinde açıklamıştır.

Öğrencinin hatasını söyleme ve canlandırma yaptırma ise Bilal öğretmenin öğrencinin hatasını gidermek için kullanacağını belirttiği stratejilerdir.

...tabloyu yarım bırakmış. Tabloyu devam ettirmesini önerirdim ve bir şekilde tabloyu birkaç adım ben devam ettirerek, gerisini onun getirmesini sağladım. Diğer öğrencinin de yaptığı hatayı söyledim. Yani W tankının boş olduğunu söyleyerek aslında onun 300'den değil de 0'dan almasını söyleyerek grafiği tekrar çizdirirdim.

şeklindeki açıklaması ile öğretmen öğrencinin hatasını söyleyerek soruyu yeniden çözdürmeyi önerebileceğini söylemiştir. Canlandırma stratejisinde ise öğretmen öğrencinin çözümünü devam ettirmesi için cevabı canlandırma yolu ile öğrenciye açıklayabileceğini belirtmiştir.

‘Mesela ben kaldırırdım öğrenciyi, karşılıklı geçerdik, bak bir saatte birer adım yaklaştık, peki ikinci saat olsaydı ne olacaktı derdim. O şekilde birbirimize birer adım daha yaklaşıp anlatırdım ve olayın devam ettiğini dile getirmeye çalışırdım.

şeklindeki açıklama yaparak öğrenciyle birlikte olayı yaşayarak çözümü açıklayabileceğini ifade etmiştir.

Önerilen son strateji ise konu tekrarıdır. Bilal ve Doğan öğretmen öğrencinin eksik bilgilerini tamamlayarak öğrenci hatalarını giderebileceğini açıklamışlardır. Bilal öğretmen

‘Grafikteki hatasını göstermeden önce çocuk grafiği bilmiyorsa grafiği bir anlatırdım. Yani eskiye bir dönüş yapardık, ondan sonra tekrar çizmesini isterdik... Eksikleri tamamlamak gerekiyor başta.’

şeklinde açıklama yaparak öğrencinin grafikler konusundaki eksik bilgilerini yeniden anlatabileceğini söylemiştir. Doğan öğretmen ise öğrencilere sadeleştirme ve genişletmeyi öğretmek öğrencinin hatasını giderebileceğini

‘İlk önce çocuğa sadeleştirmenin ne demek olduğunu anlatırdım. Sadeleştirdikçe ve genişlettikçe aynı kesre denk kesirler elde ettiğini söyledim.’

şeklinde açıklamıştır.

Sonuç olarak öğretmenler öğrencilerin hatalarını ve yanlış anlamalarını gidermek için tablo, grafik, şekil, cebirsel ifade, somut materyal ve günlük hayat problemi temsillerini kullanmayı önermişlerdir. Temsil kullanımına ek olarak ise sorunun anlaşılmasına yönelik öneriler, alıştırma yapma, hatayı söyleme, canlandırma ve konu tekrarı gibi önerilerde bulunarak öğrencilerin hatalarını giderebileceklerini belirtmişlerdir.

Bir sonraki bölümde araştırmanın sonunda elde edilen bulgulardan çıkarılan sonuçlar tartışılmış ve gelecek araştırmalar için önerilerde bulunulmuştur.

Sonuç ve Tartışma

Bu araştırmada öğretmenlerin temsil kullanımı bağlamında öğrenci ve öğretim stratejileri bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Öğretmenler kesirlerin denkliğiyle ilgili öğrencinin çözümündeki hatayı fark ederken, örüntü değişiminin analiziyle ilgili problemde hatayı fark edememişlerdir. Ayrıca bu hataların ön bilgi eksikliği, öğretimden kaynaklı eksiklik, problemin anlaşılmaması, eksik çözüm ve farklı gösterimleri düşünmeme nedenlerinden kaynaklı olabileceğini ifade etmişlerdir. Bu hataların giderilmesi için tablo, grafik, şekil, cebirsel ifade, somut materyal ve günlük hayat problemi temsillerini kullanmayı önermişlerdir. Ancak bazı öğretmenlerin problem durumunu doğru şekilde ifade edecek temsili oluşturamadığı ve temsili hatalı şekilde kullandıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin önerdikleri temsil çeşitleri ve çözüm stratejileri, mesleki deneyim yılları göz önüne alınarak incelendiğinde çok fazla farklılığa rastlanmamıştır. Temsil kullanımına bağlı stratejilerinde mesleki deneyim yılı az olan öğretmenler konuşmalarında temsil kullanmanın öneminden bahsederken, mesleki deneyim yılı çok olan öğretmenlerin cebirsel ifade kullanarak yapılan soru çözümüne daha çok önem verdikleri görülmüştür.

Elde edilen bulgulardan öğretmenlerin öğrenci ve öğretim stratejileriyle ilgili sonuçlar çıkarılmıştır. Öğretmenler öğrenci çözümlerinin analizini yapmaları için kendilerine sunulan problemi anlamamış ve öğrencilerin yapmış olduğu temel hatayı tekrarlayarak problemi yanlış çözmüşlerdir. Öğretmenler buna bağlı olarak öğrencinin çözümlerini de yanlış ya da eksik yorumlamışlardır. Ayrıca kısa ve yetersiz açıklamalar mesleki deneyime bakmaksızın her öğretilimde görülmüştür. Oysa usta bir öğretmenin hatalı bir cevabı ve bu hatanın kaynağını belirleyebilmeleri gerektiği ifade edilmektedir (Ball ve diğer., 2008). Mesleki deneyimi çok olan öğretmenlerin öğrencileri daha iyi tanımaları beklenirken bütün öğretmenlerin benzer ve öğrencinin çözümünü tam olarak göstermeyen açıklamalarda bulunmaları öğretmenlerin sınıf içinde öğrenci düşüncelerini ve yanıtlarını nasıl kullandıkları yönünde bir ipucu olabilir. Nitekim öğretmenlerin sınıf içindeki öğrenci hatalarını analiz etmeleri hızlı ve etkili bir şekilde gerçekleşmelidir (Ball ve diğer., 2008). Bununla birlikte, öğretmenlerin öğrenci yanıtlarını ve hatalarını yeni fikirlerin inşası için kullanmalarının önemi birçok araştırmacı tarafından da vurgulanmaktadır (Dole, Cooper, Batura, & Conoplia, 1997; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010).

Grafik çözümünün analizinde öğretmenlerin sabit değişimin farkında olmamaları ve su tankı problemini yanlış çözmeleri öğretmenlerin alan bilgisindeki eksikliklerinin bir göstergesi olabilir. Nitekim grafik okumadaki zorluklar matematik alanındaki konu bilgisi

eksikliğinin sonucu olabileceği belirtilmiştir (Capraro, Kulm & Capraro, 2005). Aynı şekilde öğretmenlerin öğrenci çözümlerini değerlendirmelerindeki eksikliklerde yine alan bilgisinin eksikliğinin bir sonucu olarak değerlendirilmiştir (Even & Tirosh, 1995).

Öğretmenlerin öğrencilerin düşüncesini değerlendirmelerindeki eksikliklerine bağlı olarak öğrenci çözümünün nedenlerini açıklamaları da yetersiz ve yüzeysel kalmıştır. Öğrencinin vermiş olduğu yanıtı değerlendirmedeki temel zorluğun öğrencinin fikirlerinin ve bu fikirlerin arkasındaki muhakemenin ne olduğunu anlamak olduğu belirtilmiştir (Even & Tirosh, 1995). Öğretmenler öğrenci hatalarına ya neden göstermemişler ya da öğrencinin hatalarını öğrencinin problemi anlamaması, öğrencinin eksik bilgisi ve çözümünü eksik bırakması gibi yüzeysel nedenlere bağlamışlardır. Bu konudaki sınırlı çalışmalar içinde bu nedenler Baştürk'ün (2009) öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada bildirilen nedenler ile benzerlik göstermektedir. Öğretmenlerin etkili müdahaleyi yapabilmek için öğrencinin kavram yanlışlığının altında yatan nedeni tahmin edebilmesi ve öğrenci algısının altında yatan muhakemeyi anlayabilmeleri gereğinden bahsedilmektedir (Even & Tirosh, 1995). Ancak mesleki deneyim yılına bağlı olmaksızın araştırmaya katılan öğretmenlerin hiç biri öğrencinin yapabilmiş olduğu muhakemeden bahsetmemiştir.

Öğretmenlerin öğrencilerin bir probleme ait olan bir temsili çizibilme seviyelerinin farkında olmaları, öğretmenlere öğrencilerin zorluklarını saptama, etkili müdahaleyi yapma ve temsilin matematikte bilişsel bir araç olarak kullanma olanağını tanımaktadır (Diezmann, 1999). Dolayısıyla öğretmenlerin öğrencilerin çözümlerini değerlendirmedeki yetersizlikleri ve çözümlerin altında yatan nedeni tahmin edememeleri, öğretmenlerin önerdikleri öğretim stratejilerine de yansımıştır. Öğretmenlerin öğrencilerin hatalı çözümleri için geliştirdikleri öğretim stratejilerinde üç önemli sonuç göze çarpmaktadır:

Birinci sonuç öğretmenler, özellikle mesleki deneyimi az olanlar, farklı temsil biçimleri önermişler ancak bunların öğrenci hatalarını gidermek için nasıl kullanılacağına ilişkin yeterli ve etkili açıklamalarda bulunamamışlardır. Öğretmenlerin derslerinde de temsil biçimlerini fazla kullanmayışları bu sonucu doğurmuş olabilir. Ne var ki araştırmalar mesleki deneyimi az olan öğretmenlerin diğerlerine göre uygun temsili seçmelerinin daha zor olduğundan bahsetmiştir (Chi, Feltovich, & Glaser, 1981). Bu araştırma sonucunun aksine mesleki deneyimi az olan öğretmenlerin eğitimlerini daha yakın zamanda tamamlamaları ve bilgilerinin daha güncel olması daha çok temsil biçimi önermelerinin nedeni olarak düşünülmüştür. Ball (1988) öğretmenlerin geniş bir temsil repertuarına sahip olmalarının matematik öğretimi için yeterli olmadığı, bu temsilleri pedagojik potansiyele sahip ve

bağlama uygun şekilde düzenlemeleri gerektiğinden bahsetmiştir. Dolayısıyla öğretmenlerin temsil konusunda alan bilgilerinin geliştirilmesinin yanında, temsil biçimlerini hangi bağlamlarda nasıl kullanabilecekleri üzerinde de durulması gereken bir noktadır.

İkinci sonuç deneyimli öğretmenlerin yanında deneyimi az olan bazı öğretmenlerinde temsil kullanımını gereksiz ve zaman kaybı olarak görmeleri ve öğrencileri cebirsel çözüme yönlendirme görüşünde olmalarıdır. Bu sonuç Ball'un (1993) çalışmasındaki öğretmen adaylarının seçtikleri temsillerin matematiği kendi anlamalarından etkilendiği sonucu ile paralellik göstermektedir. Bunun yanı sıra, bu sonuç uluslar arası karşılaştırma araştırmalarındaki Çinli öğretmenlerin temsil kullanımı ile ilgili değerlendirmelerinde ortaya çıkan sonuç ile benzerlik göstermektedir (Cai, 2005; Huang & Cai, 2007). Çinli öğretmenlerde öğrencilerin problemleri cebirsel yollarla çözmelerini beklerken, temsil kullanarak çözülen problemlere cebirsel yolla çözümlere göre daha az puan vermişlerdir (Cai, 2005). Öğrencinin anlamasını kolaylaştıran temsil kullanımının öğretmenler tarafından zaman kaybı olarak görülmesi bu temsilleri sınıf içindeki uygulamalarında kullanmadıklarının bir göstergesi olarak görülebilir. Nitekim alan yazındaki araştırmalarda öğretmenlerin temsil kullanımına yönelik inançlarının, öğrencilerin temsil kullanımını ve temsiller arası geçiş becerilerini etkilediği sonucunu destekler niteliktedir (Monoyiou ve diğer., 2007; Patterson & Norwood, 2004). Oysa öğretmenlerin her bir öğrenciyi göz önünde bulundurarak, öğrencilerin daha kolay ve anlamlı öğrenebilmelerini sağlayacak ortamlar oluşturmaları gerekmektedir (NCTM, 2000). Bu ortamlarda farklı temsil çeşitlerini sınıf ortamında kullanmakla mümkün olabilir.

Üçüncü sonuç ise öğretmenlerin hala klasik ve davranışçı yaklaşımın savunucularının öğrenci hatalarını gidermek için önerebileceği stratejilerle paralel stratejileri (alıştırma yaptırma ve konu tekrarı gibi) önermiş olmalarıdır. Konu tekrarı ya da alıştırma yaptırma gibi stratejilerin öğrencinin kavramsal öğrenimi üzerinde etkili olmadığı, herhangi bir beceri ya da strateji sağlamadığı belirtilmektedir (Van de Walle ve diğer., 2010). Öğretmenlerin yapılandırmacı yaklaşımdan uzak olan strateji önerilerini, dershanelerin, öğrenci velilerinin, kendi sınav odaklı öğrencilik yaşantılarının ve kendilerinin yetiştiği eğitim sisteminin etkilediği söylenebilir.

Sonuç olarak, bu araştırmaya katılmış matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci bilgilerinin ve öğretim stratejileri bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir. Ancak bu çalışma bu araştırmaya katılmış beş ortaokul matematik öğretmeni ile sınırlı olduğundan öncelikle daha büyük öğretmen grubuyla yapılacak nicel çalışmalar Türkiye'de çalışan ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımıyla ilgili bilgilerini

ortaya koymak açısından faydalı olacaktır. Ayrıca öğretmenlerin temsil çeşitleri ile ilgili bilgileri ve sınıf içi uygulamaları daha ayrıntılı şekilde incelenerek, öğretmenlerin bu konuda gelişimlerini sağlayacak veriler elde edilebilir. Son olarak öğretmenlerin öğrenci düşüncesini yorumlama ve öğrenci düşüncesinin altında yatan nedenleri sorgulayabilme becerilerinin, temsil kullanımına ilişkin algılarının, farklı öğretim stratejilerini kullanma eğilimlerinin artırılması için verilebilecek hizmet içi eğitimler, öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerindeki niteliklerini artırmaya buna bağlı olarak da öğrencilerin matematik öğrenmelerine katkı sağlayabilir.

Kaynakça

- Armstrong, D., Gosling, A., Weinman, J., & Marteau, T. (1997). The place of inter-rater reliability in qualitative research: an empirical study. *Sociology*, 31(3), 597-606.
- Ball, D. L. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education*. Unpublished doctoral dissertation, Michigan State University, East Lansing.
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144.
- Ball, D. (1993). Halves, pieces, and twos: Constructing representational contexts in teaching fractions. In T. P. Carpenter and E. Fennema (Eds.), *Learning, Teaching, and Assessing Rational Number Concepts* (pp.157-195). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ball, D. B, Thames M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Baştürk, S. (2009). Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarına göre fen edebiyat fakültelerindeki alan eğitimi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(3), 137-160.
- Bell, A., & Janvier, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. For the Learning of Mathematics 2. 34-42.
- Billings, E. M. H., & Klanderman, D. (2000). Graphical representations of speed: Obstacles preservice K-8 teachers experience. *School Science and Mathematics*, 100 (8), 440-451.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3 (2), 77-101.

- Cai, J. (2000). Mathematical thinking involved in U.S. and Chinese students' solving process-constrained and process-open problems. *Mathematical Thinking and Learning*, 2, 309–340.
- Cai, J. (2005). U.S. and Chinese teachers' constructing, knowing, and representations to teach mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(2), 135–169.
- Cai, J., & Lester Jr., F. (2005). Solution representations and pedagogical representations in Chinese and U.S. classrooms. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 221–237.
- Cai, J., & Wang, T. (2006). U.S. and Chinese teachers' conceptions and constructions of representations: A case of teaching ratio concept. *International Journal of Mathematics and Science Education*, 4, 145-186.
- Capraro, M. M., Kulm, G., & Capraro, R. M. (2005). Middle grades: Misconceptions in statistical thinking. *School Science and Mathematics*, 105(4), 165-174.
- Charalambos, Y. C., Hill, H.,C. & Ball, D. L.(2011). Prospective teachers' learning to provide instructional explanations: How does it look and what might it take? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(6), 441-463.
- Clement, J. (2000) Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In Lesh, R. and Kelly, A., Handbook of research methodologies for science and mathematics education (pp. 341-385). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Cramer, K., Post, T. R., & delMas, R. C. (2002). Initial fraction learning by fourth- and fifth-grade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33, 111–44.
- Çelik, D., & Sağlam-Arslan, A. (2012). Öğretmen adaylarının çoklu gösterimleri kullanma becerilerinin analizi. *İlköğretim Online*, 11(1), 239-250.
- DeLoache, J. S. (1991). Symbolic functioning in very young children: Understanding of pictures and models. *Child Development*, 62, 736-752.
- DeWindt-King, A. M., & Goldin, G. A. (2003). Children's visual imagery: Aspects of cognitive representation in solving problems with fractions. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 2, 1-42.
- Diezmann, Carmel M (1999) Assessing diagram quality: Making a difference to representation. In *Proceedings of the 22nd Annual Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia*, pages 185-191, Adelaide.
- Dole, S., Cooper, T.J., Baturo, A.R., & Conoplia, Z. (1997). Year 8, 9 and 10 students' understanding and access of percent knowledge. In F. E. Biddulph & K, Carr (Eds.),

- People in mathematics education. *Proceedings of the 20th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Rotorua, July 7-11, 1997* (pp.147-154). New Zealand : University of Waikato Printery.
- Even, R., & Tirosh, D. (1995). Subject-matter knowledge and knowledge about students as source of teacher presentation of the subject matter. *Educational Studies in Mathematic*, 29, 1-19.
- Even, R., & Tirosh, D. (2008). Teacher knowledge and understanding of students' mathematical thinking and knowledge. In L. English (Ed.), *Second handbook of international research in mathematics education* (pp. 202-222). NY: Routedge.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. NewYork: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gfeller, M. K., Niess, M.L., & Lederman, N. G. (1999). Preservice teachers' use of multiple representations in solving arithmetic mean problems. *School Science and Mathematics*, 99(5), 250-257.
- Grossman, P.L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Hill, H.C., Rowan, B., & Ball, D.L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Education Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Huang, R., & Cai, J. (2007). Constructing pedagogical representations to teach linear relations in Chinese and U.S. classrooms. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.). *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 65-72. Seoul: PME.
- Hunting, R. P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(2), 145-165.
- Hwang, W. Y., Chen, N.S., Dung,J.J., & Yang, L.Y. (2007). Multiple representation skills and creativity effects on mathematical problem solving using a multimedia whiteboard system. *Educational Technology and Society*, 10 (2), 191-212.
- İpek, A.S., & Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(3), 681-700.

- Lapp, D. A., & Cyrus, V. F. (2000). Using data-collection devices to enhance students' understanding. *Mathematics Teachers*, 93(6), 504-510.
- Liamputtong, P. (2009). Qualitative data analysis: Conceptual and practical considerations. *Health Promotion Journal of Australia*, 20(2), 133-139.
- Magnusson, S., Krajcik, J., & Borko, H. (1999). Nature, Sources and Development of Pedagogical Content Knowledge for Science teaching. In J. Gess-Newsome & N. G. Lederman (Eds.), *Examining Pedagogical Content Knowledge: The Construct and Its Implications for Science Education* (pp. 95-132). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Monoyiou, A., Papageorgiou, P., & Gagatsis, A. (2007, February). *Students' and teachers' representations in problem solving*. Paper presented at Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Larnaca, Cyprus.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Niemi, H. 2002. Active learning – A cultural change needed in teacher education and schools. *Teaching and Teacher Education*. 18 (8), 763–780.
- Niemi, D. (1996). Assessing conceptual understanding in mathematics. *Journal of Educational Research*, 89(6), 351-363.
- Park, S., & Oliver, J. S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge: Pedagogical content knowledge as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38, 261–284.
- Patterson, N.D., & Norwood, K.S. (2004). A case study of teacher beliefs on students' belief about multiple representations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2(1), 5-23.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.
- Van de Walle, J.A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Boston: Allyn & Bacon.
- Wu, Z. (2004). The study of middle school teachers' understanding and use of mathematical representation in relation to teachers' zone of proximal development in teaching

fractions and algebraic functions. Unpublished Doctoral Dissertation, Department of Teaching, Learning and Culture. Texas A&M University, College Station.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (8. Baskı), Ankara: Seçkin Yayınevi.