Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi
Ondokuz Mayis University Journal of Faculty of Education
http://dergipark.ulakbim.gov.tr/omuefd

OMÜ Eğt. Fak. Derg. / OMU J. Fac. Educ. 2017, 36(1), 7-33
Araştırma/Research
doi: 10.7822/omuefd.327387

Matematiği Kullanma Aktivitelerinde Lise Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Becerilerinin Yorumlanması[i]

Hayal YAVUZ MUMCU[ii], Adnan BAKİ[iii]

Yaşamdaki matematiği tanıma ve kullanma tüm eğitim kademeleri için öğretim programlarının önemli bir hedefidir. Öğrenilen matematiğin günlük yaşamda kullanımı ile ilgili olarak yapılan çalışmalar, ülkemizdeki öğrencilerin matematiği kullanma konusunda diğer ülkelere nazaran oldukça başarısız olduğunu göstermektedir. Bu olumsuz tablonun nedenlerinin araştırılması anlamında yapılacak yeni çalışmalar oldukça büyük önem taşımaktadır. Bu bağlamda mevcut çalışmanın amacı, lise öğrencilerinin gerçek yaşam durumlarında, matematiği kullanma becerilerinden birisi olan matematiksel modelleme becerilerini kullanım biçimlerinin yorumlanmasıdır. Çalışmada oluşturulan kuramsal çerçeveye bağlı olarak araştırmacı tarafından Modelleme Becerisi Dereceli Puanlama Ölçeği geliştirilerek geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılmıştır. Çalışmanın uygulama aşamasında ise bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan altı öğrenciye rutin olmayan gerçek yaşam problemlerinden oluşan sekiz soruluk Matematiği Kullanma Problemleri uygulanarak uzun soluklu klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonuçları ile araştırmamızda yer alan öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini kullanma biçimleri farklı boyutlarda değerlendirilmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin modelleme becerilerini etkili olarak kullanabilmeleri adına öğretim ortamlarında matematiksel modelleme ve uygulama problemlerine daha fazla yer verilmesi önerilmiştir.

Anahtar Sözcükler: *Matematiği kullanma, Modelleme, Gerçek yaşam problemleri*

GİRİŞ

Günümüzde matematiğin gerçek ve yaşayan yönünü tanıyan ve yaşamda karşılaşacağı gerçek problemlere etkili çözümler üreterek matematiği günlük yaşamında etkili bir şekilde kullanabilen bireylere duyulan ihtiyaç günden güne artmaktadır. Matematiği bilen ve uygun durumlarda etkili olarak kullanabilen bir birey, sahip olduğu matematik bilgi ve becerilerini kullanarak, karşılaşacağı problemlere işlevsel çözümler üretebilecek, karar vermesi gereken durumlarda tüm koşulları göz önüne alarak kendisi için en uygun seçim ve kombinasyonları oluşturabilecek, böylece yaşamı kendisi için

---

[i] Bu makale Dr. Hayal Yavuz Mumcu'nun doktora tezinden üretilmiştir.

[ii] Ordu Üniversitesi, hayalym52@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6720-509X

[iii] Karadeniz Teknik Üniversitesi, abaki@ktu.edu.tr, ORCID: 0000-0002-1331-053X

daha kolay bir hale getirebilecektir. Bireyin günlük yaşantısında matematiği kullanabilmesi için, matematik bilgisine ve bu bilgisini gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirerek kullanabilmesini sağlayacak temel becerilere sahip olması gerekmektedir.

Yaşamdaki matematiği tanıma ve kullanma tüm eğitim kademeleri için öğretim programlarının önemli bir hedefidir (MEB, 2013; NCTM, 2000). Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından 2005 yılında yenilenen ve son olarak 2013 yılında revize edilen matematik dersi öğretim programı, matematiksel düşünmeyi, temel matematiksel becerileri ve bu becerilere dayalı yetenekleri, gerçek hayat problemlerine göre yapılandırmayı amaçlamaktadır (Sağırlı, Kırmacı ve Bulut, 2010). Yenilenen öğretim programı vizyonunu matematiği yaşamıyla ilişkilendirebilen ve yaşamında matematiği gerektiği şekilde kullanabilen, gerçek yaşam durumlarıyla matematik arasındaki ilişkiyi kurabilen, karşılaştığı problemlere farklı çözüm yolları üretebilen, analitik düşünceye sahip, akıl yürütme ve ilişkilendirme gibi becerilere sahip bireyler yetiştirmek olarak yeniden düzenlemiştir. Yenilenen öğretim programına göre öğretim süreçleri sonunda geliştirilmesi hedeflenen matematiksel beceri ve yeterlilikler arasında matematiksel modelleme ve problem çözme yer almaktadır (MEB, 2013; s. 4). Öğrencilerin modelleme ve problem çözme becerilerinin geliştirilebilmesi için öğretim programı, öğrencinin informal bir durumla karşılaştırılması ve bu informal durumdan formal bir matematiksel yapıya ulaşmasını amaçlamaktadır. Bu amaçla programın benimsediği genel öğrenme döngüsü aşağıdaki gibidir (MEB, 2013; s.1).

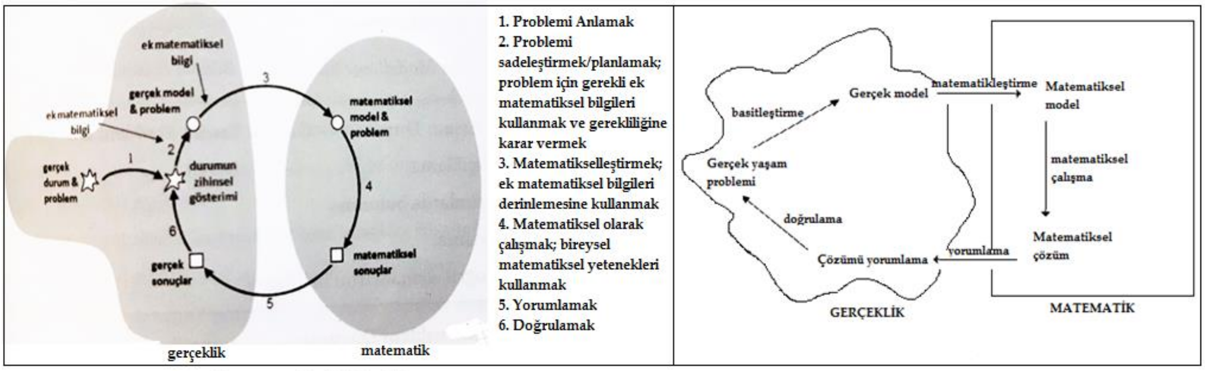
Problem → Keşfetme → Hipotez Kurma → Doğrulama → Genelleme → İlişkilendirme → Çıkarım

Bu yaklaşımda öğrenci matematik öğrenmeye kendi faaliyet ve çabaları sonucunda bir problem durumu ile başlamakta ve kendi çabaları sonucu ulaştığı matematiksel bir sonuca ulaşmaktadır. Bu nedenle söz konusu programda öğrenme ortamları yapılandırılırken problem çözme ve modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamlarının tercih edilmesi gerektiği vurgulanmaktadır. Burada sözü edilen problem durumları öğrencilerin günlük hayatında gereksinim duyduğu/duyabileceği konularla ilgili gerçekçi durumları kapsamaktadır (MEB, 2013; s.2). Dolayısıyla matematiği kullanmayı gerektiren gerçek hayat problemlerinin ve buna bağlı olarak modelleme süreçlerinin yeni müfredatın odağında yer aldığı görülmektedir. Matematiğin bu tür problem senaryoları içinde öğrenilmesi, matematiksel kavram ve ilişkilerin günlük hayatla ilişkilendirilerek daha anlamlı ve kalıcı öğrenilmesini sağlayarak öğrencilere araştırma yapma, matematiksel ilişkileri keşfetme ve ispatlama, modelleme ve problem çözme gibi deneyimleri yaşama fırsatı sunacaktır. Böylece hem kalıcı ve anlamlı öğrenme hem de öğrencilerin matematiğe değer vermeleri sağlanmış olacaktır. Ders kitaplarında yer alan somut ve anlaşılması güç kural ve algoritmaların gerçek yaşamdaki görüntü ve yansımalarını görebilen ve yaşayan matematikle tanışan bir öğrenci için matematik dersi artık daha anlamlı, eğlenceli ve zevkli bir hal alacaktır. Alan yazında da problem çözme yoluyla öğrenmenin öğrencilerin derse karşı olumlu tutum geliştirmelerine yardımcı olduğu, kavramsal ve işlemsel bilgiyi kaynaştırarak kalıcı öğrenmeyi sağladığı yönünde çok sayıda araştırma mevcuttur (Baysal, 2003; Deveci, 2002; Dunlap, 1996; Hmelo ve Silver, 2004; Olkun ve Toluk, 2004; Soylu ve Soylu, 2006; Yaman ve Yalçın, 2003).

Matematiği Kullanma ve Matematiksel Modelleme

Matematiği kullanma kavramı; öğrencinin gerçek yaşamda veya okul ortamında karşılaştığı, daha önceden alışık olmadığı türden problem durumlarında; matematiksel kavramları, becerileri ve matematiksel anlamayı uygun olarak uygulama sürecidir (De Lange, 1996). Matematiksel modelleme ise gerçek yaşam problemlerini çözmek için matematiği kullanma süreci (Hebborn, Parramore & Stephens, 1997:42) olarak tanımlanmaktadır. Haines and Crouch (2007) matematiksel modellemeyi gerçek yaşam problemlerinin matematiksel dille ifade edilerek çözüldüğü ve çözümlerin gerçeğe uygun olarak yorumlanarak test edildiği döngüsel bir süreç olarak tanımlamaktadırlar. Verschaffel, Greer ve

De Corte (2002) ise matematiksel modellemenin gerçek yaşam durumlarının ve bu durumlarda yer alan ilişkilerin matematiği kullanarak açıklanması olduğunu ifade etmektedirler. Matematiksel modelleme, gerçek hayatla ilişkili, açık-uçlu ve uygulamalı problem çözme uygulamalarını kapsayan genel bir terimdir. Matematiksel modelleme sürecinin tanımlanmasına yönelik birçok teorik model bulunmaktadır (Blum ve Leib, 2007; BorromeoFerri, 2006; Galbraith ve Stillman, 2006; Lesh ve Doerr, 2003; Maab, 2006; Verschaffel, Greer ve De Corte, 2002). Bu teorik modeller içerdiği aşamalar ve bunlar arasındaki geçişlerin açıklanması bakımından birbirinden farklılıklar göstermekle birlikte (Bkz, şekil 1), modelleme sürecinin döngüsel bir yapıya sahip olduğu konusunda birleşmektedirler (Zbiek ve Conner, 2006). Matematiksel modelleme sürecinde genel olarak şu aşamalardan bahsedilmektedir: Gerçek hayat durumu, gerçek durumla ilgili öğrencinin zihninde oluşan resim(durum modeli), gerçek model, matematiksel model, matematiksel sonuçlar ve gerçek sonuçlar (Blum ve Leib, 2007; BorromeoFerri, 2006; Maab, 2006). Bu aşamalar ve bunlar arasındaki geçişler sırasında öğrencilerin sergiledikleri bilişsel davranışlar modelleme sürecini (Şekil 1) oluşturmaktadır.



Borremeo ve Ferri (2006, s.92) Maab (2006, s.115)

Şekil 1. Modelleme Süreci

Modelleme yeterlikleri modelleme sürecini uygun bir şekilde yürütebilmek için gerekli bilgi, beceri ve kabiliyetler ile bunları gerçekleştirme isteği ve üst bilişsel becerilere sahip olmayı kapsamaktadır (Maaß, 2006). Schoenfeld (1992) modelleme yeterliğini şu şekilde ifade etmektedir: Kavram ve becerilerin bilgisi, bu bilginin modelleme süreçlerinde nasıl kullanılacağının stratejisi, kişinin problem çözme sürecindeki üst bilişsel kontrolü, matematiksel düşünme potansiyeli, matematiği güçlü bir araç olarak görmeye yönelik inancı. Buradaki bileşenler birbirinden bağımsız olmasına karşın, modelleme sürecinde birey tarafından birbiri ile ilişkili olarak kullanılmaktadır.

Modelleme becerileri ise herhangi bir modelleme sürecini tamamlayabilmek için sahip olunması gereken gerçek hayat durumunu anlayabilme, model kurabilme ve model üzerinde matematiksel işlemleri yapabilme gibi teknik düzeyde sayılabilecek becerilerdir. Bu çerçevede modelleme yeterliklerinin modelleme becerilerini kapsadığı ve ek olarak bu becerileri bir hedef doğrultusunda ortaya koyma isteğini de içerdiği söylenebilir (Kaiser, 2007). Blum ve Kaiser (1997:9) matematiksel modelleme becerilerini modelleme basamakları ile paralel olarak aşağıdaki şekilde alt bileşenlerine ayırmışlardır.

1.Basamak: Gerçek problemi anlama ve gerçeğe dayanan bir model kurma süreci

- Problem için kabuller oluşturma ve mevcut durumu daha basit hale getirme
- Mevcut durumu etkileyen niceliklere karar verme, bunları isimlendirme ve anahtar değişkenleri belirleme
- Değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme
- Problemde verilenlere bakarak çözümde kullanılacak ve kullanılmayacak bilgileri ayırt etme

2.Basamak: Gerçek modeli kullanarak matematiksel model oluşturma süreci

- Birbiri ile ilişkili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifade etme

- Eğer gerekli ise ilişkili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkiyi basitleştirme, sayılarını ve karmaşıklıklarını azaltma
- Uygun matematiksel notasyonları kullanma ve durumları grafiksel olarak gösterme

3.Basamak: Oluşturulan matematiksel modeli kullanarak matematiksel soruyu cevaplama süreci

- Uygun problem çözme stratejilerini kullanma (problemi parçalara ayırma, probleme farklı bir açıdan yaklaşma, nicelikleri değiştirme vb.)
- Problemi çözmek için matematiksel bilgiyi kullanma

4.Basamak: Elde edilen matematiksel sonuçları gerçek dünyada yorumlama süreci

- Matematiksel sonuçları matematiksel olmayan bağlamlarda yorumlama
- Özel bir durum için elde edilen sonuçları genelleme
- Uygun matematiksel dili kullanarak matematiksel çözümleri ifade etme ve/veya tartışma

5.Basamak: Çözümün geçerliliğini sağlama süreci

- Elde edilen çözümlerin kritik olarak analizini yapma ve kontrol etme
- Eğer çözümler problem durumuyla uyuşmazsa, oluşturulan matematiksel modelin bazı bölümlerini tekrar gözden geçirme veya modelleme sürecini baştan alma
- Problemin farklı çözüm yollarını düşünme veya mevcut çözümleri farklı biçimlerde geliştirme
- Genel olarak oluşturulan modeli sorgulama

Modelleme sürecinde yer alan basamaklar için sıra ile takip edilmesi gereken katı bir kural yoktur. Bireyin matematik bilgisi ve matematiği kullanma becerisi modelleme sürecinin farklılaşmasındaki bireyden kaynaklanan etkenler olarak gösterilebilir. Yine mevcut problemin yapısı ve özellikleri de modelleme basamaklarını değiştiren etkenler arasındadır. Modelleme sürecinin burada yapılan tanımına ve konu ile ilgili olarak yapılan farklı çalışma ve araştırmalara (Doerr, 1997; Hıdıroğlu ve Güzel, 2015; Maaß, 2007; BorromeoFerri, 2011; Voskoglou, 2007) bağlı olarak matematiksel modelleme süreci aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

i. ***Problemi Anlama Aşaması(PA):*** *Bu aşama bireyin mevcut problem durumunu anlayıp değişkenleri anlamlandırdığı ve problemle ilişkisini kurmaya çalıştığı aşamadır. Birey değişkenlerin probleme etkisini tartışabilir, problemde yer alan matematiksel modelleri (tablo, grafik, formül, şekil, v.b.) anlamlandırabilir ve problemle ilişkili olarak yorumlayabilir durumdadır.*

ii. ***Problemin Analizi ve Yardımcı Matematiksel Modellerin Oluşturulması Aşaması(YMM):*** *Bu aşamada birey söz konusu problem durumuna bağlı olarak problemin çözümüne yardımcı matematiksel modellerin neler olabileceğini düşünür ve problemde yer alan değişkenleri kullanarak yardımcı matematiksel modellerini oluşturur. Bu aşama bireyin problemin analiz ederek çözüme gidecek yolda belirli stratejiler belirleyerek uygulamaya başladığı aşamadır. Eğer mevcut problemde matematiksel bir model var ise ve çözüm için kullanılması gerekiyorsa birey bu aşamada model oluşturmak yerine mevcut model üzerinden çözüm stratejilerini geliştirir ve uygulamaya başlar.*

iii. ***Ana Matematiksel Modelin Oluşturulması ve Problemin Çözümü Aşaması(PÇ):*** *Bu aşama bireyin çözüm yoluna karar verdikten sonra gerekli ana matematiksel modeli oluşturarak kullandığı ve matematiksel bir sonuca ulaştığı aşamadır.*

iv. ***Çözümün Gerçek Yaşama Bağlı Olarak Yorumlanması Aşaması(ÇY):*** *Bu aşamada birey elde ettiği matematiksel sonucu problem durumuna uygun olarak yorumlama çabasındadır.*

v. ***Çözümün Doğrulanması Aşaması(ÇD):*** *Birey elde ettiği sonucun doğru olup olmadığı hakkındaki kararını verir. Bu amaçla mevcut problem durumu ile sonucunu ilişkilendirir ve farklı strateji ve muhakemeler yürüterek kararını verir.*

Yukarıda yer alan süreçler incelendiğinde bireyin tüm bu süreçlerde etkin olarak tüm matematiksel becerilerini kullandığı görülecektir (muhakeme, ilişkilendirme, problem çözme, matematiksel dili kullanma, vb.). Matematiksel modelleme süreçleri, matematiksel becerilerin kazanılmasına ve bu becerilerin geliştirilmesine katkı sağlamaktadır (Blum ve arkadaşları, 2007). NCTM (2000), okul öncesi dönemden ortaöğretimin sonuna kadar olan öğretim programlarında, öğrencilerin matematiksel ilişkileri kullanmada ve problem çözümlerinde matematiksel modeller kullanmalarının gerekliliği vurgulanmaktadır. Jensen (2007) tüm öğretim seviyelerindeki matematik eğitiminin temel amaçlarından bir tanesinin öğrencilerin modelleme becerilerinin gelişimini desteklemek olduğunu söylemiştir.

Matematiği kullanma ile ilgili olarak bilinen en kapsamlı uluslararası çalışmalardan bazıları PISA (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) ve TIMSS (Uluslararası Matematik ve Fen Başarı Değerlendirmesi) sınavlarıdır. Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (OECD) nün üç yıllık aralarla düzenlemekte olduğu Programme for International School Assessment (PISA) çalışması, 15 yaşındaki çocukların öğrendikleri matematik bilgisini gerçek yaşamda ne kadar kullanabildiklerinin araştırmasını yapmaktadır. PISA'nın yaptığı değerlendirmelere göre, Türkiye; 2003 yılında 41 ülke içinde matematikte 35. sırada, 2006 yılında 57 ülke arasında 43'üncü sırada, 2009 yılında Türkiye 65 ülke arasında 43. Sırada, 2012 yılında yine 65 ülke arasında 43. sırada yer almaktadır (Şirin ve Vatanartıran, 2014). Son olarak 2015 yılında yapılan PISA sonuçlarına göre ise Türkiye 64 ülke arasında 45. sırada yer almıştır. TIMSS ise, öğrencilerin matematik ve fen alanlarında kazandıkları bilgi ve becerilerin değerlendirilmesine yönelik bir tarama araştırmasıdır. PISA çalışmasından farklı olarak 4. ve 8. sınıf düzeyindeki öğrencilere uygulanmakta ve 4 yılda bir yapılmaktadır. TIMSS sınavlarında yer alan soruların %40'nı bilme düzeyinde, %40'ı uygulama düzeyinde ve %20'si ise akıl yürütme düzeyindedir. Her düzey için kullanılan TIMSS sorularının genel olarak gerçek yaşamla ilişkili oldukları ve matematiksel bilginin gerçek yaşamdaki karşılığını görmeye fırsat sağlayıcı nitelikte oldukları görülmektedir. TIMSS sonuçlarına göre matematik alanında Türkiye, 1999 yılında 38 ülke içinde 31. sırada, 2007 yılında 49 ülke arasında 30. sırada, 2011 yılında 42 ülke arasında 24. Sırada ve 2011 yılında ise 50 ülke arasında 35. sırada yer almıştır (MEB, 2003; 2011; 2014a; 2014b). Dolayısıyla sözü edilen sınav sonuçları ülkemiz adına olumsuz bir tablo çizmektedir. Bu bağlamda ülkemizdeki öğrencilerin matematiği günlük yaşam durumlarında neden kullanamadıkları sorusu gündeme gelmektedir. Bu çalışmada söz konusu araştırma sorusundan yola çıkarak öğrencilerin, matematiği kullanma süreçlerinde yaşadıkları bilişsel engellerin ortaya çıkarılması amaçlanmaktadır. Konu ile ilgili olarak alan yazında farklı çalışmalar yer alsa da özellikle ortaöğretim kademesinde yapılan betimsel çalışmaların sayısının oldukça sınırlı olduğu görülmektedir. Bu çalışma, mevcut matematik müfredatına uygun olarak öğrenim görmüş ve temel eğitimin sonuna gelmiş gençlerin, öğrendikleri matematiği gerçek yaşamda nasıl kullandıklarını ve gerçek yaşam problemlerinin çözümünde matematiksel modelleme becerilerini kullanım biçimlerini ayrıntılı olarak ele alarak incelemek anlamında oldukça önemlidir. Çalışma sonuçları ile öğrencilerin modelleme süreçlerinde karşılaştıkları bilişsel engeller ortaya konulabilecek ve bu engelleri ortadan kaldırmak adına geliştirilecek çözüm önerilerinin yolu açılacaktır. Tüm bu gerekçelere bağlı olarak bu çalışmanın amacı ortaöğretim öğrencilerinin gerçek yaşam durumlarında matematiksel modelleme becerilerini kullanım biçimlerini ayrıntılı olarak ele alarak yorumlamaktır.

YÖNTEM

Özel durum çalışmaları; özel durumlar veya şartlar altında bir grup ya da bireyin hareketleri, algıları ve inanışları hakkında bilgi toplamak ve sunmak amacıyla kullanılan bir araştırma yöntemidir. Bu çalışmalarda araştırmacı özel bir durum hakkında derinlemesine bilgi sunmayı hedefler. Bir çevre, bir tek konu, bir grup doküman veya özel bir olayın detaylı incelemesi yapılır (Merriam, 1988; Yin, 1989). Mevcut çalışmada, sınırlı sayıda örneklem ile kısa zamanda, odaklanmış sorulara derin tasvirler getirilmeye çalışılmıştır, dolayısıyla bu çalışma bir özel durum çalışmasıdır.

Çalışma Grubu

Trabzon ilinde bulunan bir Anadolu Lisesinde öğrenim görmekte olan 12. sınıf öğrencilerinden matematik başarısı yüksek, orta ve düşük seviyede olan 2'şer öğrenci seçilerek toplamda 6 öğrenci ile araştırma yürütülmüştür. Öğrencilerin üçü kız, üçü erkektir. Öğrencilerin seçilmesinde matematik dersi akademik başarı ortalamaları referans alınmıştır. Bu bağlamda çalışmada seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden amaçsal örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir (Patton, 1987).

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veri toplama araçları olarak, öğrencilerin günlük yaşamda matematiksel modelleme becerilerini gözlemlemek amacıyla oluşturulan "Matematiği Kullanma Problemleri (MKP)", öğrencilerle gerçekleştirilen klinik mülakatlar süresince oluşturulan ses kayıtları ve "Modelleme Becerisi Dereceli Puanlama Ölçeği (MDPÖ)" kullanılmıştır.

Matematiği Kullanma Problemleri (MKP): Çalışmada kullanılan MKP ler öğrencilerin gerçek yaşam durumlarını modellemelerini sağlayacak nitelikte rutin olmayan problemlerden oluşmaktadır. Problemlerin seçiminde PISA çalışmasında kullanılan temel matematik alanları dikkate alınmıştır. MKP, sayı ve işlemler, cebir, geometri ve veri analizi temel alanları ile ilişkili olarak toplamda sekiz adet açık uçlu problemden oluşmaktadır.

MKP'nin geçerliliğini sağlamada pilot çalışma sonuçları ve uzman görüşleri kullanılmıştır. Pilot çalışmada, mevcut problemlerin öğrenciler tarafından yapılabilirliği ve modelleme süreçlerinin analizine yeterli ölçüde ışık tutup tutmadığı incelenmiştir. Bu doğrultuda hazırlanan problemler öncelikle çalışma grubunda yer alan öğrencilerle benzer akademik ortalamalara sahip olup farklı bir okulda öğrenim görmekte olan on öğrenciye uygulanmış ve pilot çalışma sonuçları 5 uzman matematik eğitimcisinin görüşlerine sunulmuştur. Uzman görüşleri doğrultusunda belirlenen bazı problemler çalışmadan çıkarılmış asıl çalışmada kullanılacak olan MKP ve klinik mülakat sorularının dil, seviye, içerik ve kapsam geçerliliği sağlanmıştır.

MKP'nin güvenirliği ise pilot çalışmadan elde edilen veriler doğrultusunda Rasch analizi kısmi puan modeli ile sağlanmıştır. Çalışmada Rash analiz yönteminin kullanılmasının nedeni şu şekilde açıklanabilir. Eğitim araştırmalarında kullanılan anket ve ölçeklerin birçoğunun sıralı ölçeğe sahip oluşu sonucu bazı sorunlarla karşılaşılmaktadır. Bu zorluklar; Anket veya testte kullanılan kategoriler arasındaki farkların eşit olmaması, maddelerin hepsinin eşit zorlukta olmaması, kayıp verilerle başa çıkamama, maddelere verilen beklenmedik cevapların belirlenememesi, örneklemden bağımsız madde zorluk düzeylerinin ve testten bağımsız kişi yetenek düzeylerinin kalibrasyon gerekliliği, ham puanların doğrusal ölçek üzerinde ifade edilememesi, kişi ve madde puanları için ortak ölçek seçiminin gerekliliği (Elhan ve Atakurt, 2005:48) şeklinde sıralanabilir. Bu sorunların en aza indirgenmesinde kullanılabilecek yöntemlerden birisi Rasch analizidir. Dolayısıyla mevcut çalışmada da modelleme becerilerinin dereceli puanlama ölçeğine göre değerlendirilmesi söz konusu olduğundan bu yöntem tercih edilmiştir. Bu kapsamda verinin modele uyumu; güvenirlik istatistikleri, ayırıcılık ölçümleri, uyum istatistikleri ve özet istatistikleri ile belirlenmiştir. Çalışma kapsamında yapılan Rash analizi sonuçları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Rash analizi sonuçları

	Ham puan		**Rash Puanı**		**Uyum içi**	**Uyum dışı**	**S**	**R**
	$\bar{X}$	**SS**	$\bar{X}$	**SS**				
Kişi Ölçümleri (6)	22,8	5,8	0,97	1,76	0,91	0,94	2,45	0,86
Madde Ölçümleri(16)	8,6	3,0	-0,54	1,75	0,94	0,94	1,33	0,64

Tablo 1'deki verilere göre Rasch kişi güvenilirliği 0,86 olarak elde edilmiştir. Söz konusu değerin 0,8 üzerinde olması çalışma grubunun geliştirilen veri toplama aracına uygun olduğunu göstermektedir.. Rash analizinde madde güvenilirliği test maddelerinin iç tutarlılığı ile ilişkili bir kavramdır. Bu çalışmada madde güvenilirliği 0,64 olarak elde edilmiştir. Dolayısıyla bu değer, test maddelerinin iç tutarlılığının göstergesidir. Tablo 1'de yer alan uyum içi hem de uyum dışı değerleri ideal değer olan 1'e çok yakın elde edilmiştir. Buna göre veri toplama aracının çalışmanın amacına uygun olduğu söylenebilir.

Klinik Mülakatlar ve Ses Kayıtları: Ginsburg (1981) klinik mülakatların; öğrencilerin matematiksel düşünmelerini incelemek için kullanışlı, bilişsel süreçlerini keşfetmek ve becerilerini değerlendirmek için ise en uygun metot olduğunu söylemektedir. Mevcut çalışmada öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini çözme süreçlerinde modelleme becerilerini kullanım biçimlerini gözlemlemek amacıyla az sayıda örneklem üzerinde derinlemesine çalışılmış, bu süreçte öğrenciler gerçek yaşam problemleriyle karşı karşıya getirilmiş ve araştırmacı tarafından yürütülen klinik mülakatlar yardımıyla öğrencilerin matematiksel modelleme süreçlerinin ayrıntılı analizi yapılmıştır. Öğrencilerle gerçekleştirilen klinik mülakatlar 1,5 ile 2 saat arasında değişen sürelerde gerçekleşmiş ve tüm mülakatların video kayıtları alınmıştır. Veri analizi sürecinde söz konusu kayıtlardan yararlanılmıştır.

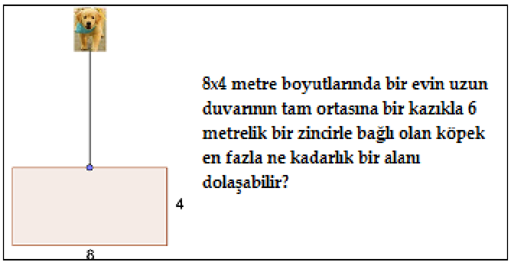
Modelleme Becerisi Dereceli Puanlama Ölçeği: MDPÖ'nin geliştirilmesinde pilot çalışma sonucu elde edilen transkriptlerden ve literatür desteğinden yararlanılmıştır. Daha ifade edilmiş olan modelleme sürecinin özelliklerine bağlı olarak ölçekte 5 ana bölüm bulunmaktadır. Bu bölümler modelleme süreç basamakları olarak tanımlanabilir. Tutulan transkriptler dikkatlice ve ayrıntılı olarak incelenmiş (düşük (0), orta (1) ve yüksek (2)), bu süreç sonunda ölçekte yer alan her bir basamak için öğrenci davranışlarının üç temel seviyede ele alınması kararlaştırılmıştır. Süreç sonunda oluşturulan MDPÖ için alanda uzman 5 farklı araştırmacının fikirlerine başvurulmuş ve söz konusu MDPÖ' nın uzman kişilerce değerlendirilmesi sağlanmıştır. Değerlendirme süreci sonunda ölçeğin bazı maddelerinde değişiklikler yapılarak ölçeğe son hali verilmiştir.

Verilerin Analizi

MKP'de yer alan her bir problem için farklı çözüm süreçleri ve buna bağlı olarak modelleme becerisinin farklı kullanımları söz konusudur. Dolayısıyla her bir problemin geliştirilen MDPÖ'nde yer alan alt beceriler ile ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Bu bağlamda MKP'de yer alan her bir problemin çözüm sürecine ilişkin MDPÖ'nde yer alan alt becerilere karşılık gelen davranışlar, çalışmayı yürüten iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı belirlenmiştir. Süreç sonunda yapılan analizler, araştırmanın güvenirliğini gerçekleştirmek amacıyla, P (Uzlaşma Yüzdesi) = [Na (Görüş Birliği) / Na (Görüş Birliği) + Nd (Görüş Ayrılığı)] X 100 (Miles ve Huberman, 1994) formülü kullanılarak karşılaştırılmıştır. Bu hesaplama sonucunda güvenirlik değeri P=%79 olarak hesaplanmıştır.

MKP'de yer alan problemlerin çözüm süreçlerinin MDPÖ ile nasıl ilişkilendirildiği bulgular bölümünde örneklendirilmiştir. Özel olarak MKP'de yer alan problemlerin MDPÖ'ndeki göstergelerle nasıl ilişkilendirildiğini ortaya koymak amacıyla MKP'de yer alan 3. Problemin çözüm sürecinin analizi, *problemi anlama* boyutunda aşağıdaki gibi örneklendirilmiştir.

Problem 3.



<u>Problemi Anlama Aşaması:</u>

0 ***PUAN:*** *Problemde yer alan matematiksel modeli anlamlandıramaz/ Problemde yer alan ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade edemez.*

➢ *Problem durumunu anlamlandıramaz, görsel olarak zihninde canlandıramaz. Köpeğin gidebileceği yerleri* *uzamsal becerilerini kullanarak ifade edemez. Problemle ilişkili olmayan çizimler gerçekleştirir. Problem durumu üzerine fikir yürütemez.*

1 ***PUAN:*** *Problemde yer alan matematiksel modeli anlamlandırabilir fakat gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlayamaz/ Problemde yer alan ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade edebilir fakat oluşturduğu yardımcı matematiksel modelleri gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlamakta ve kullanmakta güçlük çekmektedir.*

➢ *Köpeğin gidebileceği yerlere yönelik doğru fakat eksik fikirler yürütmekte, sahip olduğu fikirlerini gerçek yaşamla ilişkili olarak kullanmakta güçlük çekmektedir, oluşturduğu matematiksel modelleri problemin çözümüne yönelik olarak organize edip kullanamamaktadır.*

2 ***PUAN:*** *Problemde yer alan matematiksel modeli anlamlandırabilir ve gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlayabilir/ Problemde yer alan ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade edebilir ve gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlayabilir.*

➢ *Köpeğin gidebileceği yerleri çizerek gösterebilir, oluşturduğu modeli gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlayabilir.*

Öğrenci cevaplarının MDPÖ'nin her bir aşaması için değerlendirilmesi amacıyla her aşamaya ilişkin öğrenci cevaplarının frekans değerleri söz konusu MDPÖ puanı ile birlikte ele alınarak "probleme ilişkin öğrenci puanları toplamı (ÖPT)" hesaplanmıştır. ÖPT değerleri 0 (0x6) ile 12 (2x6), her bir aşamaya ilişkin öğrenci ortalamaları ise 0 (0x8) ile 16 (2x8) arasında değerler alabilmektedir.

BULGULAR

Bu bölümde öğrenci çalışmalarından elde edilen bulgular oluşturulan kuramsal çerçeveye bağlı olarak verilmiş ve yorumlanmıştır. Modelleme becerisi için oluşturulan MDPÖ aşamalarının her biri için elde edilen bulgular aşağıdaki biçimdedir.

Problemi Anlama (PA) Aşamasına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Çalışmada yer alan öğrencilerin modelleme becerileri için "problemi anlama" aşamasında elde edilen bulgular Tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2. Problemi anlama aşaması öğrenci çözümlerinin analizi

	MDPÖ Değerleri			ÖPT	Öğr. Ort
Problem No:	**PA. 0.**	**PA.1**	**PA.2**		
1	Ö$_{1}$, Ö$_{6}$	Ö$_{2}$, Ö$_{3}$	Ö$_{4}$,Ö$_{5}$	6	
2	Ö$_{1}$, Ö$_{4}$, Ö$_{6}$	Ö$_{3}$	Ö$_{2}$, Ö$_{5}$	5	
3	Ö$_{6}$	Ö$_{3}$	Ö$_{1}$, Ö$_{2}$,Ö$_{4}$, Ö$_{5}$	9	
4	Ö$_{1}$		Ö$_{2}$, Ö$_{3}$,Ö$_{4}$, Ö$_{5}$,Ö$_{6}$	10	**11.83**
5		Ö$_{6}$	Ö$_{1}$, Ö$_{2}$,Ö$_{3}$, Ö$_{4}$,Ö$_{5}$	11	
6			Ö$_{1}$, Ö$_{2}$,Ö$_{3}$, Ö$_{4}$, Ö$_{5}$, Ö$_{6}$	12	
7	Ö$_{4}$, Ö$_{5}$,Ö$_{6}$		Ö$_{1}$, Ö$_{2}$,Ö$_{3}$	6	
8			Ö$_{1}$, Ö$_{2}$,Ö$_{3}$, Ö$_{4}$, Ö$_{5}$, Ö$_{6}$	12	

Tablo 2 incelendiğinde öğrencilerin çoğunun genel olarak problemi anlama basamağında çok fazla zorlanmadıkları söylenebilir. Zira söz konusu aşamaya ilişkin öğrenci ortalaması 16 puan üzerinden 11.83'tür. Bu bulgunun elde edilmesindeki olası bir etkenin problemi anlama aşamasında öğretmenin bazı öğrencilere bazı noktalarda verdiği destek olduğu söylenebilir. Öğrencilerin bazıları bazı problemleri hiç anlayamadıklarını ifade etmişlerdir. Böyle durumlarda sürecin tıkanmaması adına öğretmen söz konusu problemi kendi cümleleri ile ve kritik noktalardaki matematiksel ifadeleri bozmamaya (aynen kullanmaya) dikkat ederek öğrencilere tekrar açıklamıştır. Öğrencinin bu desteğe rağmen problemi anlayamadığını ifade ettiği durumlarda ise diğer probleme geçilmiştir. Burada kritik noktalardan kasıt matematiksel bir modelin sözel ifadesinin veya gerçek bir durumun matematiksel ifadesinin yer aldığı noktalardır.

Özel olarak 2. problemin en düşük ÖPT puanına sahip problem olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu problemi anlamakta öğrencilerin güçlük çektiği söylenebilir. En yüksek ÖPT puanına sahip problemler ise 8, 6 ve 5. problemlerdir. Genel olarak problemi anlama aşamasında 2. problem dışında tüm problemlerin ÖPT değerlerinin ortalamaya yakın olduğu görülmektedir.

2. problemde Türkiye'de meydana gelen motor kazalarına ilişkin istatistik sonuçları tablo halinde verilmektedir. Tabloda her yıla ilişkin Türkiye nüfusu, ölümlerin sayısı ve her 100.000 kişide ölen kişi sayısı verilmektedir. Dolayısıyla veriler arasında bir oran söz konusudur. Öğrencilerin çoğu söz konusu oranı fark edemeyerek tablonun boş sütunlarını doldurmakta başarısız olmuşlardır. Yine öğrencilerin çoğunun bu süreçte tabloda yer alan ondalıklı gösterimlere sahip sayıları doğru olarak okuyamadıkları, sayılar arasında ilişki kuramadıkları ve tabloyu doğru olarak yorumlayamadıkları gözlenmiştir.

En yüksek ÖPT puanına sahip 6 ve 8. problemler ders kitaplarında yer alan rutin olmayan problemlere benzer yapıdadır. Dolayısıyla öğrencilerin daha önce bu tür problemlere rastlamış olmaları muhtemeldir.

Ö2 ile Gerçekleştirilen Klinik Mülakat Sürecinden Bir Kesit

Bir binada yaşayan insanlar binayı satın almaya karar verirler. Yaptıkları anlaşma gereği; her bir dairede oturan kişinin; vereceği para miktarının, dairesinin büyüklüğüyle orantılı olarak değişmesine karar verirler. Örneğin; dairesinin taban alanı, tüm apartmanın taban alanının 50'de biri olan bir kişi; tüm bedelin 50'de birini ödeyecektir. Buna göre aşağıdaki ifadeleri doğru veya yanlış olarak işaretleyiniz.

DURUM	DOĞRU/YANLIŞ
• En geniş dairede oturan kişi, dairesinin her bir metrekaresi için, en küçük dairede oturan kişiden daha fazla para ödeyecektir.	Doğru/ Yanlış
• Eğer iki dairenin alanlarını ve bunlardan birinin ödeyeceği parayı bilirsek; diğerinin ödeyeceği miktarı hesaplayabiliriz.	Doğru/ Yanlış
• Eğer binanın toplam fiyatını ve her bir daire sakininin ne kadar ödeyeceğini bilirsek; binanın toplamda kaç metrekare olduğunu hesaplayabiliriz.	Doğru/ Yanlış
• Eğer binanın fiyatı %10 oranında azaltılırsa her bir daire sakininin ödeyeceği miktar da %10 oranında azalır.	Doğru/ Yanlış

Şekil 3.MKP'de yer alan 1. problem

Öğr: Bu soruyu bana kendi cümlelerinle anlatır mısın?

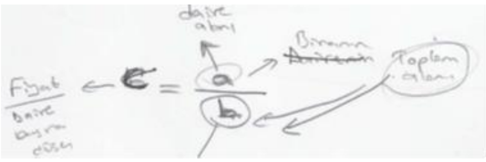
Ö2: Bir bina var, binayı satın alacaklar, adil olması için büyük daire alanın payı büyük olsun diye alana bölüp fiyat belirleyecekler, bu sefer büyük daire alan büyük para ödeyecek, küçük alan küçük ödeyecek fiyatı, 1. soruda da öyle demiş, o zaman ben "doğrudur" dedim.

Öğr : "Her bir metrekaresi için" sözünden ne anlıyorsun?

Ö2: "Hım!, bu dairenin kendi içinde, ben biraz değer vermiş gibi yaptım, birisi 50 metrekare yer alsın, diğeri de 25 metrekare dedim, bu daha fazla para ödeyecek, her bir metrekaresi için daha fazla para ödemiş olacak, küçüğe göre metrekaresini daha pahalıya almış olacak,

$F \geq \frac{a}{(a-50)} \quad \frac{a}{(a-25)} \rightarrow$

Ö2: Eğer öyle belirtmese idi (her bir metrekaresi için demese idi) toplam apartmana göre olmuş olacaktı.



Öğr: Mesela benim dairem seninkinden büyük, ben mi daha fazla para ödeyeceğim sen mi?
Ö2: Her bir metrekaresi için siz daha fazla para ödeyeceksiniz.
Öğr: Neden?
Ö2: Çünkü benim toplam apartmana göre dairemdeki metrekare az, ben daha az ödeyeceğim, sizin ki fazla olduğu için siz daha fazla ödeyeceksiniz. Binanın tamamı da zaten 1 metrekarelerden oluşuyor. Onun siz bu kadarını aldığınızda, ben daha küçük aldığımda yine siz daha fazla ödemiş olacaksınız.
Öğr: Yani bu ifade doğrudur diyorsun?
Ö2: Evet, doğrudur.

Yukarıdaki süreçte öğrencinin problemi tam olarak anlayamadığı görülmektedir. Problemde yer alan daire sakinlerinin ödeyecekleri fiyat için farklı matematiksel modeller oluşturan öğrencinin oluşturduğu yardımcı matematiksel modelleri gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlamakta ve kullanmakta güçlük çektiği görülmektedir. Buna göre öğrencinin söz konusu problem durumu için MDPÖ'da yer alan PA.1 seviyesinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Problemin Analizi-Yardımcı Matematiksel Modeller (YMM)Aşamasına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Çalışmada yer alan öğrencilerin modelleme becerileri için "problemin analizi" aşamasından elde edilen bulgular Tablo 3'te yer almaktadır.

Tablo 3. Problemin analizi aşaması öğrenci çözümlerinin analizi

	MDPÖ Değerleri			ÖPT	Öğr. Ort.
Prb No:	**YMM. 0.**	**YMM.1**	**YMM.2**		
1	$Ö_1$, $Ö_6$	$Ö_2$, $Ö_3$	$Ö_4$,$Ö_5$	6	
2	$Ö_1$, $Ö_4$, $Ö_6$	$Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$		3	
3	$Ö_6$	$Ö_3$	$Ö_1$, $Ö_2$,$Ö_4$, $Ö_5$	9	
4	$Ö_1$, $Ö_6$	$Ö_4$, $Ö_5$	$Ö_2$, $Ö_3$	6	**7.66**
5	$Ö_1$, $Ö_4$, $Ö_6$	$Ö_2$,$Ö_3$	$Ö_5$	4	
6	$Ö_1$	$Ö_5$, $Ö_6$	$Ö_2$,$Ö_3$, $Ö_4$	8	
7	$Ö_1$, $Ö_4$, $Ö_5$,$Ö_6$	$Ö_2$	$Ö_3$	3	
8	$Ö_6$	$Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_4$	$Ö_2$,$Ö_5$	7	

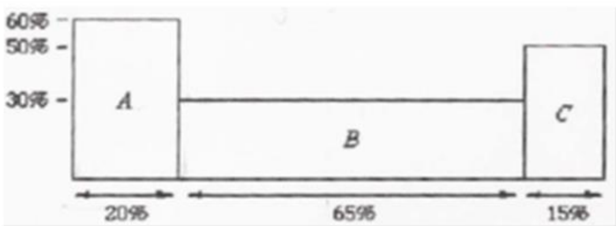
Tablo 3 incelendiğinde öğrencilerin analiz etmekte ve yardımcı matematiksel modelleri oluşturmakta en çok zorlandıkları problemlerin 2 ve 7. problemler olduğu görülmektedir. 2. problemde yer alan ve daha önce sözü edilen matematiksel tablonun anlamlandırılarak kullanılması için yardımcı matematiksel modellerin oluşturulması gerekmektedir. Bu aşamada yardımcı matematiksel modellerin oluşturulmasında öğrencilerin yarısı (2. problemde) ve daha fazlası (7. problemde) başarısız olmuşlardır. 7. problem matematiksel bir modele dayanan bir senaryoya sahiptir. Burada kredi kartı kullanan bir bireyin her dönem için borcunu veren cebirsel bir model yer almaktadır. Problemin ince bir noktası ise bireyin aldığı ürünü kaç liraya mal etmiş olduğunun sorulduğu kısımdır. Burada öğrencinin problemde yer alan tablonun son satırının bireyin fazladan ödeyeceği miktar olacağını muhakeme edebilmesi gerekmektedir. Bu muhakemeyi ancak 1 öğrenci (Ö3) yürütebilmiştir. 7.

problemde yer alan cebirsel modeli öğrencilerin çoğu ancak problemde yer alan bilgileri doğrulayarak anlamlandırabilmişlerdir. Yani denilebilir ki çoğu öğrenci bu modeli anlamlandırmakta, modele dayalı muhakemeler yürütmekte ve modeli problemle ilişkilendirmekte zorlanmıştır.

Problemin analizi aşamasında öğrencilerin zorlandıkları bir diğer problem 5. problem olmuştur. Bu problem ise içerik itibariyle matematiksel ifadelerin gerçek yaşamla ilişkili olarak anlamlandırılmasını ve bu bağlamda matematiksel modellerle temsilini gerektirmektedir. Yine öğrencilerin çok fazla karşılaşmadıkları soru türlerindendir. Bu problemde "tedavinin etkili olması" ile "iyileşen hasta sayısının çok olması" ifadelerini öğrencilerin problemle ilişkilendiremedikleri ve hangi matematiksel verileri çözüm için nasıl kullanacaklarına karar veremedikleri, yardımcı matematiksel modelleri oluşturamadıkları gözlenmiştir.

Öğrenciler tarafından en kolay analiz edilen problemler ise 3 ve 6. problemlerdir. 3. problemde öğrencilerin problemi anlamlandırabilmeleri için geometrik bir yardımcı matematiksel model oluşturmaları ve buna bağlı olarak ana matematiksel modeli yazmaları gerekmektedir. Bu problemde öğrencilerin yarıdan fazlası tam puan almışlardır. Söz konusu problem öğrencilerin çok fazla karşılaşmadıkları soru türlerinden olmakla birlikte öğrencileri çok fazla zorlamamıştır. Bunun olası nedenlerinden birisi problemin farklı yapısı ve çözümün büyük oranda geometrik bir modele dayanması olarak açıklanabilir. 6. problemde ise daha önce sözü edildiği üzere öğrencilere çok uzak olmayan matematiksel durum ve ilişkilerin analizi söz konusudur. Öğrenciler bu problemde gerekli yardımcı matematiksel modelleri oluştururken genel olarak zorlanmamışlardır.

Ö1 ile Gerçekleştirilen Klinik Mülakat Sürecinden Bir Kesit

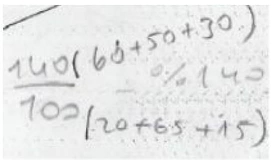


Yukarıdaki şemada bir kan hastalığına uygulanan tedavilerin etkisinin araştırıldığı bir çalışmanın sonuçları özetlenmiştir. Kan hastalığının 3 türü vardır. A, B ve C. Her bir türün iyileşme oranları şemada dikey olarak verilmiştir. Hasta insanların yüzdesi yatay olarak verilmiştir.

- Hangi tür hastalıkta tedavi en etkilidir?
- Hangi tür hastalıkta en çok hasta iyileşir?
- Hasta tüm insanların ortalama iyileşme oranı nedir?

Şekil 4.MKP'de yer alan 5. Problem

Öğr: Hangi tür hastalıkta tedavi en etkilidir?
Ö1: Hangi türün en etkili olduğunu bulmak için aradaki oran farkının en fazla olması lazım, acaba iyileşen sayısı mı? A hastalığıdır.
Öğr: Nasıl yaptın?
Ö1: 60 ı 20 ye böldüm 3. B de 30 un 65 e bölümü, C de 50'nin 15 e bölümü,
Öğr: Bunlar neyi ifade ediyor?
Ö1: Tedavinin etkisi, C de 3 ama küsuratı fazla olduğu için C dir tedavinin en etkili olduğu.
Öğr: Peki burada neyi neye oranladın?
Ö1: İyileşme oranını hasta oranına oranladım, tedavinin en etkili olanını buldum.
Öğr: Hangi tür hastalıkta en çok hasta iyileşir?
Ö1: A. Çünkü iyileşen sayısı daha fazla, yüksekliklere bakarsak.
Öğr: Hasta tüm insanların ortalama iyileşme oranı nedir?
Ö1: Yüzde 140, (%140)



Öğr: Tedavinin etkili olması sözünden ne anlıyorsun?
Ö1: Ne kadar insanın iyileşebildiği.
Öğr: Tedavinin etkili olması ile iyileşen hasta sayısının çok olması sence aynıanlama mı gelmektedir?
Ö1: Aynı anlama gelmiyor.
Öğr: Peki farkı ne?
Ö1: Diyelim ki 100 kişide 50 kişi burada, C türünde 100 kişide 50 kişi iyileşiyor.15 kişi hasta. Ama A türünde 60 kişi iyileşiyor, 20 kişi hasta. İkisini oranladığımız zaman 50 nin 15 e oranı daha fazla.
Öğr: "Ortalama iyileşme oranı" sözünden ne anlıyorsun?
Ö1: İyileşen hastaların, hastalara oranı.
Öğr: İyileşen hasta sayısının, tüm hasta sayısına oranı?
Ö1: Evet.
Yukarıdaki mülakat sürecinde öğrencinin problemde verilen matematiksel modeli anlamlandırabildiği fakat gerçek yaşama uygun olarak kullanmakta güçlük çektiği görülmektedir. Öğrenci "tedavinin etkili olması" ve "iyileşen hasta sayısı" ifadelerini gerçeğe uygun olarak yorumlayamamakta, farklı durumları gözlemlemek adına yardımcı matematiksel modelleri oluşturamamaktadır. Dolayısıyla öğrencinin bu problem için MDPÖ'nde yer alan YMM.0 seviyesinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Problemin Çözümü (PÇ) Aşamasına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Çalışmada yer alan öğrencilerin modelleme becerileri için "problemin çözümü" aşamasından elde edilen bulgular Tablo 4'te yer almaktadır.

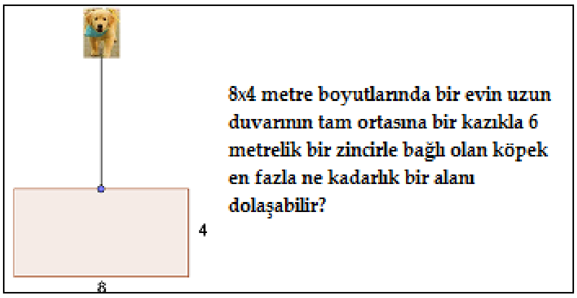
Tablo 4. Problemin çözümü aşaması öğrenci çözümlerinin analizi

	MDPÖ Değerleri			**ÖPT**	**Öğr. Ort**
Problem No:	**PÇ. 0.**	**PÇ.1**	**PÇ.2**		
1	Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_6$	Ö$_3$	Ö$_4$,Ö$_5$	5	
2	Ö$_1$, Ö$_4$, Ö$_6$	Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_5$		3	
3	Ö$_6$	Ö$_3$	Ö$_1$, Ö$_2$,Ö$_4$, Ö$_5$	9	
4	Ö$_1$, Ö$_5$, Ö$_6$	Ö$_4$	Ö$_2$, Ö$_3$	5	**7.16**
5	Ö$_1$, Ö$_4$, Ö$_6$	Ö$_2$,Ö$_3$	Ö$_5$	4	
6	Ö$_1$	Ö$_5$, Ö$_6$	Ö$_2$,Ö$_3$, Ö$_4$	8	
7	Ö$_1$, Ö$_4$, Ö$_5$,Ö$_6$	Ö$_2$	Ö$_2$, Ö$_3$	5	
8	Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_6$	Ö$_1$	Ö$_2$,Ö$_5$	5	

Tablo 4'te yer alan verilere göre öğrencilerin genel olarak problemin çözümü aşamasındaki performanslarının problemin analizi basamağı ile yakın olduğu söylenebilir. Özel olarak sırasıyla 2 ve 5. problemlerin en düşük ÖPT puanına sahip problemler, 3 ve 6. problemlerin ise en yüksek ÖPT puanına sahip problemler olduğu görülmektedir. 2 ve 5. problemleri anlamakta ve analiz etmekte zorlanan öğrenciler çözüm sürecinde de büyük oranda doğru çözümlere ulaşamamışlardır. 3 ve 6.

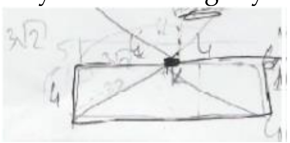
problemlerde ise problemi anlama ve analiz etme basamaklarında doğru düşünce ve yöntemlere sahip olan öğrenciler çözüm sürecinde de genel olarak doğru çözümlere ulaşarak PÇ.2 seviyesinde yer almışlardır.

Ö3 ile Gerçekleştirilen Klinik Mülakat Sürecinden Bir Kesit



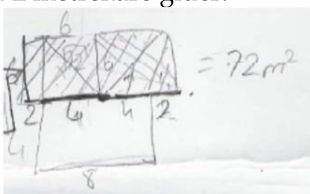
Şekil 5. MKP'de yer alan 3. problem

Ö3: Her yere gider, tam ortada olursa. Pisagor yapsak buradan √ 32 çıkıyor. 6'nınkaresini alsam 36 ediyor. O zaman gidiyor her tarafa, (yarıçapı 6 birim olan bir çember çizeceğini düşünüyor)



Öğr: Köpek evin dışında, içinde değil. Evin içine girmeyecek. Duvardan içeri girmeyecek köpek.

Ö3: Girmeyecek mi?...6 metre en fazla ileri gider, eni 6 metre gidebileceği yerin, bir de aşağı gider, 12 metre. 6 yukarı, 6 aşağı, eni 12 metre olur en fazla. Bir de buradan gider, en uzak bu köşeye gider işte, 72 metrekare gider.



Yukarıda yer alan mülakat sürecinde öğrencinin problemi tam olarak anlayamamasına bağlı olarak çözüm için gerekli ana matematiksel modeli tam olarak oluşturamadığı görülmektedir. Bu problemde öğretmen öğrencinin problemi anlayabilmesi için bazı noktalarda açıklama yapma gereği hissetmiş ve problemi öğrenciye tekrar ifade etmiş ise de öğrencinin çözümünde önemli bir değişiklik görülmemiştir. Tüm bunlara dayanarak öğrencinin söz konusu problem durumu için MDPÖ'nde yer alan PÇ. 1 seviyesinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Çözümü Yorumlama (ÇY) Aşamasına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Çalışmada yer alan öğrencilerin modelleme becerileri için "çözümü yorumlama" aşamasından elde edilen bulgular Tablo 5'te yer almaktadır.

Tablo 5. Çözümü yorumlama aşaması öğrenci çözümlerinin analizi

	MDPÖ Değerleri			ÖPT	Öğr. Ort
Problem No:	**ÇY. 0.**	**ÇY.1**	**ÇY.2**		
1	Ö1, Ö2, Ö6	Ö3	Ö4,Ö5	5	
2	Ö1, Ö4, Ö6	Ö2, Ö3, Ö5		3	
3	Ö6	Ö3	Ö1, Ö2,Ö4, Ö5	9	
4	Ö1, Ö5, Ö6	Ö4	Ö2, Ö3	5	**6.5**
5	Ö1, Ö4, Ö6	Ö2,Ö3	Ö5	4	

6	Ö$_1$, Ö$_5$	Ö$_2$,Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_6$		4
7	Ö$_1$, Ö$_4$, Ö$_5$,Ö$_6$		Ö$_2$, Ö$_3$	4
8	Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_6$	Ö$_1$	Ö$_2$,Ö$_5$	5

Tablo 5 incelendiğinde 2. problemin en düşük ÖPT puanına sahip problem olduğu görülmektedir. Daha öncede sözü edildiği üzere bu problemde yer alan matematiksel veri ve ilişkiler öğrencilerin çoğu tarafından anlamlandırılamamış ve gerçek yaşama uygun olarak yorumlanamamıştır. Dolayısıyla çözüm süreçlerinden elde edilen matematiksel sonuçların da gerçeğe uygun olarak yorumlanamaması anlamlıdır.

5, 6 ve 7. problemler öğrencilerin çözümlerini yorumlama aşamasında güçlük çektikleri diğer problemlerdendir. Bu problemler için ÖPT değerleri eşittir (4 puan) fakat 6. problemde çözümü hiç yorumlayamayan öğrenci sayısı 2, 5. problemde 3, 7. problemde ise 4'tür. Dolayısıyla söz konusu problemler içinde en düşük performansın 7. problemde gösterildiği söylenebilir. 7. problemde daha önce de sözü edildiği gibi cebirsel bir model verilmekte ve tüm çözüm süreci bu model ile ilişkili olarak ilerlemektedir. Dolayısıyla problemin tam çözümü verilen cebirsel modelin tam olarak anlaşılmasına, problemle ilişkilendirilmesine ve elde edilen sonuçların problemle ilişkili olarak yorumlanmasına bağlıdır. Söz konusu problem için problemi çözme aşamasına ilişkin ÖPT puanı (5puan) daha yüksek olmasına karşın çözümü yorumlama aşamasına ilişkin ÖPT değeri (4 puan) daha düşüktür. Bunun olası bir nedeni, öğrencilerin çözüme ilişkin doğru bir takım adımlar atmış olsalar da bu adımların sonuçlarını matematiksel olarak yorumlayamamaları olarak gösterilebilir. Söz konusu problem için öğrenci performansının genel itibariyle düşük olduğu söylenebilir.

Çözümü yorumlama aşaması için en yüksek ÖPT puanına sahip problem 3. problemdir. Daha önce de söz edildiği gibi bu problemde geometrik bir modelin inşaası ve bu modele dayalı matematiksel bir modele ulaşılması söz konusudur. Bu problemde öğrencilerin çoğu geometrik modeli doğru olarak oluşturmalarına bağlı olarak ilgili matematiksel modeli yazmış ve çözüm sonuçlarını problemle ilişkili olarak yorumlayabilmişlerdir.

Ö5 ile Gerçekleştirilen Klinik Mülakat Sürecinden Bir Kesit

Ali her ay %1,25 kullanım ücreti olan (o ay itibari ile mevcut toplam borcunun %1,25'i) kredi kartıyla 200 lira değerinde dijital bir kamera alıyor. Ali'nin;

• Bakiyesi 25 liradan az olana kadar her ay 25 lira ödediğini ve son olarak kalan miktarı tek bir ödemeyle kapattığını kabul edin.

• Bu kredi kartıyla başka hiçbir şey almadığını kabul edin.

Bn+1 = 1,0125.Bn -25 ifadesi Ali'nin her ayki kalan borcunu göstermektedir. Verilenlere göre;

a) Bu ifadeyi kullanarak Ali'nin bir ay sonraki bakiyesinin 177,50 lira olduğunu gösteriniz.

b) Bn+1 = 1,0125.Bn-25 ifadesindeki 1,0125 çarpanının önemini (anlamını) açıklayınız.

c) Bn+1 = 1,0125.Bn -25 ifadesini kullanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.(Değerleri en yakın değer olarak alabilirsiniz.)

	Kalan bakiye
n	B_n
0	200.00
1	177.50
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

d) Ali'nin toplamda kamera için kaç lira ödediğini hesaplayınız.

e) Ali'nin kameranın orijinal fiyatının yüzde kaçını fazladan ödediğini hesaplayınız.

Şekil 6.MKP'de yer alan 7. problem

Öğr: 200 liralık kamera için 200 liradan fazla mı para ödedin, az mı ödedin?
Ö5: Kalan borca bakmam lazım. Bn 200 dü, 8 defa bunu ödedim ben. 8 fazlasını ödedim gibi geliyor.
Öğr: Her ay 25 lira ödedin. Bir de kullanım ücreti ödedin.
Ö5: Aaaa tamam, o zaman fazla ödedim.
Öğr: Toplamda kaç lira ödediğini hesaplar mısın?
Ö5: 8 ayda 25 ödedim.

8.25 = 200 tl

Ö5: Bunu kesin ödedim, zaten o kameranın parası.
Öğr: Fazladan para ödedin mi?
Ö5: Ödedim. 8 nokta bilmem ne. Çünkü 8 defa bunu ödedim.

[illegible]

1,0125 x 8

Öğr: Bu fazladan ödediğin miktar mı?
Ö5: Evet. Fazladan. Toplamda kamera için 208 lira ödedim.

Yukarıda yer alan mülakat sürecinde öğrencinin problemde yer alan matematiksel modeli problemle ilişkili olarak anlamlandıramadığı ve buna bağlı olarak çözümünü problemle ilişkili olarak yorumlayamadığı görülmektedir. Elde edilen bulgulara dayalı olarak öğrencinin söz konusu problem için MDPÖ'da yer alan ÇY. 0 seviyesinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Çözümü Doğrulama (ÇD) Aşamasına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Çalışmada yer alan öğrencilerin modelleme becerileri için "çözümü doğrulama" aşamasından elde edilen bulgular Tablo 6'da yer almaktadır.

Tablo 6. Çözümü doğrulama aşaması öğrenci çözümlerinin analizi

	MDPÖ Değerleri			ÖPT	Öğr. Ort
Problem No:	**ÇD. 0.**	**ÇD.1**	**ÇD.2**		
1	Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_6$	Ö$_3$	Ö$_4$,Ö$_5$	5	
2	Ö$_1$, Ö$_4$, Ö$_6$	Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_5$		3	
3	Ö$_3$, Ö$_6$		Ö$_1$, Ö$_2$,Ö$_4$, Ö$_5$	8	
4	Ö$_1$, Ö$_5$, Ö$_6$	Ö$_4$	Ö$_2$, Ö$_3$	5	**6.33**
5	Ö$_1$, Ö$_4$, Ö$_6$	Ö$_2$,Ö$_3$	Ö$_5$	4	
6	Ö$_1$, Ö$_5$	Ö$_2$,Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_6$		4	
7	Ö$_1$, Ö$_4$, Ö$_5$,Ö$_6$		Ö$_2$, Ö$_3$	4	
8	Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_6$	Ö$_1$	Ö$_2$,Ö$_5$	5	

Tablo 6 incelendiğinde öğrencilerin çözümü doğrulama aşamasında en düşük ortalamaya (6,33) sahip oldukları görülmektedir. Özel olarak 2. problemin öğrencilerin çözümlerini doğrulamakta en çok zorlandıkları, 3 problemin ise en kolay doğruladıkları problem olduğu söylenebilir. Burada elde edilen bulgular diğer aşamalarda elde edilen bulgularla benzerdir. 2. problem genel itibariyle öğrencilerin her aşamada düşük performans gösterdikleri, 3. problem ise yüksek performans sergiledikleri problemlerdir. 2. problemde öğrenciler problemde yer alan tablo üzerinden yaptıklarını veya düşüncelerinin doğruluğunu çok kolay doğrulayabilecek iken çoğu öğrenci böyle bir doğrulamaya gitmemiş ve yanlış sonuçlar elde etmişlerdir.

Ö6 ile Gerçekleştirilen Klinik Mülakat Sürecinden Bir Kesit

Esra mağaza sahibidir ve mağazası için TV ve radyoya reklam vermek istemektedir. Esra en fazla 10 yayın istemektedir ve 2400 liradan fazla ödemek istememektedir. Bir reklam için radyo kanalı 200 lira, TV kanalı ise 300 lira talep etmektedir. TV kanalının yaklaşık olarak 8000 izleyicisi radyo kanalının ise 6000 dinleyicisi olduğuna göre; reklamının maksimum seviyede insan tarafından duyulması için Esra, bu medya kanallarına kaçar reklam vermelidir?

Şekil 7. MKP'de yer alan 6. Problem

Ö6: Tv'ye daha fazla vermelidir, (bu yanlış bir muhakemedir) buna 4 versek, olmuyor, 5 versek, tamam, 6 yayın radyoya verecek, 4 yayın da TV ye.
Öğr: Nasıl yaptın?
Ö6: Deneyerek yaptım hocam. Şimdi 200 radyo ise, 300 de TV değil mi, eğer buna 8 verirsem (TV ye), 10 yayın istiyor, radyoya hiç vermiyor, olmuyor. TV ye 7 verirsem, 300 kalıyor olmuyor, TV ye 6 verirsem 3 tane radyoya vermesi gerekiyor, toplamda 9 yayın oluyor olmuyor, işte böyle denedim, denedim. TV ye 4 verdim, geriye 1200 liramız kalıyor, o halde bunun 6 yayın vermesi lazım, toplamda 10 yayın oluyor.
Öğr: Peki reklamın maksimum seviyede insan tarafından duyulması sözünü problemle nasıl ilişkilendiriyorsun?
Ö6: Maksimum insanın duyması için TV den daha çok, çünkü yaklaşık olarak 8000 izleyicisi var, o yüzden ben TV ye maksimum değerini vermem lazım.
Öğr: Ama sen TV ye daha az verdin?
Ö6: Daha az verdim, vermek zorundayım, maksimum değerini verdim.
Öğr: Peki bu soruda en doğru çözümü oluşturduğuna inanıyor musun?
Ö6: Evet, inanıyorum.

Yukarıda yer alan mülakat sürecinde öğrencinin problemde verilen tüm verileri kullanmadan çözüme gittiği ve elde ettiği sonucu problemle tam olarak ilişkilendirmeden çözümünden emin olduğunu söylediği görülmektedir. Öğrencinin burada yürüttüğü muhakemeler doğru ise de öğretmenin sorusuna ikna edici cevaplar verememekte, cevabının doğruluğunu tam olarak gösterememektedir. Öğrencinin bu aşamada çözümünün doğruluğuna ilişkin bazı kararlarının doğru olduğu gözükse de sürecin tamamlanamamasına bağlı olarak söz konusu problemin çözümü için MDPÖ'nde yer alan D5.1 seviyesinde yer aldığı kabul edilmiştir.

Öğrencilerin MDPÖ Puanlarına İlişkin Elde Edilen Bulgular

Çalışmada yer alan öğrencilerin MKP'de yer alan problemlerin çözümünde MDPÖ'nin her bir aşaması için elde ettikleri puanlara ilişkin bulgular Tablo 7'de verilmektedir.

Tablo 7. Öğrencilerin MDPÖ puanları dağılımı

Öğrenci	PA	YMM	PÇ	ÇY	ÇD	Ort	Öğr Ort
$Ö_1$	10	3	3	3	3	4,4	
$Ö_2$	15	12	12	11	11	12,2	
$Ö_3$	13	11	10	9	8	10,2	**7.9**
$Ö_4$	12	8	7	6	6	7,8	
$Ö_5$	14	11	10	9	9	10,6	
$Ö_6$	7	1	1	1	1	2,2	

Tablo 7'de yer alan verilere göre modelleme becerisi öğrenci puan ortalaması 7.9 olarak hesaplanmıştır. Bu değer en yüksek değere göre (16 p) ortalama bir değer olarak kabul edilebilir. Öğrenci MDPÖ ortalama puanları ayrı ayrı ele alındığında ise 3 öğrencinin (Ö1, Ö4 ve Ö6) puan ortalamalarının oldukça düşük olduğu, diğerlerinin ise ortalamaya yakın değerler oldukları görülmektedir. Genel itibariyle öğrenci puanları ve yapılan klinik mülakatlara bağlı olarak, öğrencilerin çalışmada yer alan problemlerde zorlandıkları, çoğu durumda tam ve doğru çözüme ulaşamadıkları, geliştirdikleri çözüm yöntemlerinin doğruluğu hakkında karar veremedikleri ve problemler üzerinde çok fazla zaman harcadıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin problemlerde yer alan matematiksel modelleri anlamakta ve kullanmakta sıkıntı yaşadıkları ve "ne yapacağım ben şimdi?", "anlamadım, kafam yoruldu", "hiçbir fikrim yok",…türünden ifadeler kullandıkları görülmüştür.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Çalışma sonucunda öğrencilerin gerçek hayat problemlerinin çözümünde matematiksel modelleme becerilerini en etkili olarak problemi anlama aşamasında kullandıkları, sürecin devamında öğrenci puan ortalamalarının giderek azaldığı ve çözümü doğrulama aşamasında en düşük değerini aldığı görülmüştür. Sağırlı ve arkadaşları (2010) matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarılarına ve öz-düzenleme becerilerine etkisini araştırdıkları çalışmalarında mevcut çalışma ile benzer sonuçlar elde etmişlerdir ve öğrencilerin matematiksel modelleme aşamalarından matematiksel modeli kurma, matematiksel modeli formüle etme ve çözme, çözümü gerçek hayata yorumlama aşamalarında problem yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Sol, Gimenez ve Rosich (2011) 12-16 yaş aralığındaki öğrencilerin modelleme süreçlerini inceledikleri çalışmalarında gerçek duruma uygun alternatif modeller geliştirme ve var olan modeli geliştirme, ayrıca modeli doğrulama noktasında öğrencilerin güçlüklerle karşılaştıklarını ifade etmektedirler. Lise öğrencilerinin yaşadığı bu güçlükler aşağıda sözü edilen çalışma sonuçlarına bakıldığında üniversite seviyesinde yer alan öğrenciler için de söz konusu olabilmektedir. Bu durum, lise seviyesinde tam olarak edinilememiş bir becerinin ilerleyen zamanlarda kazanımının zor olmasına bağlı olarak yorumlanabilir. Üniversite seviyesindeki öğrencilerle yürütülen çalışma sonuçları da mevcut çalışma sonuçları ile benzerlik taşımaktadır. Örneğin; Çiltaş ve Işık (2013) matematiksel modelleme yoluyla öğretimin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme becerileri üzerine etkisini araştırdıkları çalışmada, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme aşamalarından problemi anlama basamağını başarıyla yaptıkları, modeli kurma, matematiksel olarak formüle etme, çözme ve yorumlama aşamalarında genel itibariyle zorlandıkları ifade edilmiştir. Bunun dışında Eraslan (2012) matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri üzerinde düşünme süreçlerini incelediği çalışmasında öğretmen adaylarının çözümde kullanılacak değişkenleri belirleme ve bunlar üzerinde varsayımları oluşturma süreçlerinde zorlandıklarını ifade etmiştir. Aynı çalışmada yazar, öğretmen adaylarının özellikle gerçek dünya probleminden matematiksel modellemeye geçişte yani Sol, Gimenez ve Rosich'in (2011) çalışmasının sonuçlarının da desteklediği gerçek duruma uygun alternatif modeller geliştirme ve var olan modeli geliştirme noktasında güçlüklerle karşılaştıklarını ifade etmektedir. Berry ve Houstan(1995), Moscardini (1989), Maab (2004), Blum ve Leib (2007) ve Keskin (2008) in çalışmaları da benzer sonuçlar taşımaktadır. Dede ve Yılmaz (2013), Blum (2011), Ji (2012), Maaß (2006) ve Sekerak (2010) ise modelleme problemlerinin çözümünde katılımcıların genel olarak, gerçek durumda matematiksel sonuçları yorumlama ve çözümü doğrulama süreçlerinde yetersiz kaldıklarını ifade etmektedirler. Eraslan (2011) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşlerini incelediği çalışmasında ilköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğrencilerinden güz döneminde Matematik Öğretiminde Modelleme dersini alan 45 kişi arasından seçilen altı öğrenciye modelleme gerektiren dört farklı matematiksel problem etkinliği uygulamıştır. Süreç sonunda aday öğretmenlerin, model oluşturma etkinliği içerisinde yer alan problemin çözümüne yönelik ipuçlarını bulamadıkları ve dolayısıyla çözüm sürecinin her adımında yeni bir 'varsayımda' veya 'kabulde' bulunmak zorunda kaldıklarını ifade ettikleri görülmüştür. Aynı çalışma sonuçlarına göre söz konusu modelleme etkinlikleri sayısal veriler üzerinde yapılan işlemlerden ziyade varsayımlardan hareketle genellemelere giden analitik bir düşünme gerektirmesinden ötürü öğretmen adaylarını rahatsız etmiş, zorlamış ve bu durum kendilerinde belirsizliğe neden olmuştur. Matematiksel modelleme aşamalarının tamamında fakat özellikle problem için uygun bir matematiksel modelin oluşturulup sonuçlarının problem durumuna uygun biçimde yorumlanması ve doğrulanması aşamalarında çalışmada yer alan öğrencilerin zorluk yaşadıkları görülmüştür. Mevcut çalışma sonuçlarına paralel olarak yukarıda sözü edilen çalışma sonuçlarına bakıldığında genel olarak öğrencilerin modelleme süreçlerinde yetersiz kaldıkları ve zorlandıkları görülmektedir.

Matematiksel modellemenin anlamına ilişkin öğrencilerin bilgi eksikliği de çalışma sonucunda ortaya çıkan önemli bir nokta olmuştur. Öğrencilerin çoğu "modelleme" nin ne anlama geldiğini bilmemektedir. Öğretmenin "mevcut durumu modelleyebilir misin?" veya "mevcut durumu matematiksel olarak ifade edebilir misin" şeklindeki yönlendirmelerini, çoğu öğrenci anlamlandıramamış, "yani???, ne yapacağım" şeklinde dönütler vermişlerdir. Bunun üzerine öğretmen net olarak "matematiksel bir denklem yazabilir misin?" dediğinde ise öğrencilerin çoğu başarısız olmuşlardır. Maaß (2006) çalışmasında, 7. sınıf öğrencilerinin modelleme becerilerini gözlemlediği çalışmasında öğrencilerle yürüttüğü mülakatlar süresince, öğrencilerin "gerçek model" ile "matematiksel model" arasındaki farkı ayırt edemediklerini, modelleme süreçleri hakkında bilgisi olan öğrencilerin modelleme süreçlerinde daha başarılı olduklarını söylemektedir. Aynı çalışmada öğrencilerin mevcut problem ile modelleme süreçleri arasındaki ilişkiyi kurmakta zorlandıkları, problemde yer alan farklı terimleri gerçek bir model olarak algılayıp kullandıkları elde edilen veriler arasındadır. Çiltaş ve Işık (2013) ise matematiksel modelleme yoluyla öğretimin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme becerileri üzerine etkisini araştırdıkları çalışmalarında uygulama öncesinde modelleme ile ilgili bilgisi olmadığını belirten öğretmen adaylarının uygulama sonunda da "matematiksel modelleme" sürecini doğru bir şekilde ifade edemediklerini belirtmişlerdir. Dolayısıyla matematiksel modellemenin bugün ülkemizde öğrenim gören öğrenciler tarafından çok fazla bilinmediği ve bu konuda yapılacak çalışmalara ihtiyaç olduğu söylenebilir.

Çalışma sırasında yürütülen uzun soluklu klinik mülakatlar süresince hemen hemen tüm öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine öğrenememiş oldukları gözlenmiştir. Öğrenciler söz konusu kavramları çoğu durumda öğrendikleri soru tipinin dışındaki farklı durumlarda kullanamamışlardır. Bu da anlamlı öğrenmenin gerçekleşmediği anlamına gelmektedir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu temel matematiksel kavramlara sahiptirler fakat bu kavramları neredeyse ezberledikleri soru kalıplarının dışında kullanamamaktadırlar. Burada bazı durumlarda öğrencilerin söz konusu kavramı hiç bilmediği izlenimi doğmuşsa da, öğrenciye alışık olduğu bir soru sorulduğunda söz konusu kavramı başarı ile kullandığı gözlenmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin çoğu için matematiksel derinliğe sahip olmadıkları ve kavramsal anlamadan uzak oldukları söylenebilir. Öğrencilerin problem çözme süreçlerini olumsuz olarak etkileyen kavramsal bilgi eksikliği farklı birçok araştırmada da dikkat çeken bir noktadır. Yeşildere (2006) farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerini incelediği doktora tezinde öğrencilerin kavramsal anlamalarındaki sorunların problem çözme performanslarına olumsuz olarak etkilediğini söylemektedir. Yine Soylu ve Soylu (2006) öğrencilerin problem çözme süreçlerini incelediği araştırmada ilköğretimin birinci kademesinden başlayarak matematik derslerinde daha çok işlemsel öğrenmenin olduğunu ve bu nedenle öğrencilerin matematik derslerinde öğrendikleri kavramların veya tanımların uygulamalarını yapamadıklarını söylemektedir. Galbraıth ve Stillman (1998) ortaöğretim öğrencilerinin gerçek yaşam problemlerini çözmeleri sırasında yaşadıkları zorlukların bir nedenini de matematiksel formülleri ezbere bilmelerine karşın, kavramları anlamamalarından kaynaklandığını söylemektedir. Burada sözü edilen çalışmalar ile bu çalışma sonuçlarının benzer noktalara vurgu yaptıkları görülmektedir.

Mevcut çalışma sonuçları soru bazında ele alındığında özellikle öğrencilerin alışık olmadıkları, çok sık karşılaşmadıkları, mevcut verilerin açıkça verilmeyip matematiksel modellerle ifade edildiği problem durumlarında çok fazla zorlandıkları görülmüştür. Bunun yanında ders kitaplarında ve okul ortamlarında benzerleri ile karşılaştıkları ve daha önce çözmüş oldukları problem durumlarında ise öğrencilerin söz konusu matematiksel modelleri daha rahat oluşturabildikleri ve yorumlayabildikleri gözlenmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin modelleme performanslarının söz konusu problemlerle daha önce karşılaşmış olmaları ile ilişkili olduğu söylenebilir. Eraslan'ın (2011) çalışmasında yer alan öğrenciler modelleme problemlerinin daha önce bildikleri matematik problemlerinden farklı olduğunu, bu nedenle özellikle başlangıçta ne yapacakları, çözüme nasıl başlayacakları noktasında bir belirsizlik yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Blomhoj ve Kjeldsen(2006), Yu ve Chang (2009) ve Thomas ve Hart (2010) benzer şekilde model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin alışık olduklarının dışında yeni bir takım eylemlerde bulunmasını gerektirdiğinden onlarda bazı güçlük ve rahatsızlıklar oluşturabildiğini ifade etmişlerdir. Murata ve Kattubadi (2012), öğrencilerin modelleme ile ilgili ön deneyimlerinin, öğrencilerin bu süreçlerdeki başarılarında etkili olduğunu söylemektedirler. Yine bazı araştırmalar (De Franco ve Curcio, 1997; Verschaffel, Greer ve De Corte, 2000) öğrencinin direkt içinde yer aldığı gerçek yaşamla ilişkili problem durumlarının, öğrencinin matematiksel uygulama becerisini geliştirdiğini ortaya koymaktadır. Çiltaş ve Işık (2013) çalışmalarında araştırma grubu öğrencilerinin uygulama sonunda son MMT'de yer alan sorularda Ikeda, Stephens ve Matsuzaki'nin (2007) çalışmasında olduğu gibi ön matematiksel modelleme testindekine göre daha başarılı olduklarını söylemektedir. Maaß (2006) ve Kaiser, Schwarz ve Tiedemann (2010)'ın çalışmalarındaki modelleme döngüsü ile ilgili sahip olunan bilginin modelleme yeterlilikleri üzerinde olumlu etkisi olduğu bulgusuda sözü edilen tüm çalışmalarla paralellik göstermektedir.

ÖNERİLER

Çalışma sonucunda öğrencilerin matematiksel modelleme hakkında bilgilerinin yetersiz olduğu ve bu süreçlerde genel olarak başarısız oldukları gözlenmiştir. Öğrencilerin başarı puanları göz önüne alındığında ise daha önce karşılaştıkları veya aşina oldukları problem türlerinde diğer problemlere nazaran daha başarılı oldukları gözlenmiştir. Elde edilen bu sonuçlara bağlı olarak öğrencilerin öğretim ortamlarında modelleme problemleri ile daha sık karşılaştırılması önerilebilir. Gerçek ve gerçeğe yakın problem durumlarının derslerde ele alınması ve bu süreçlerde modelleme etkinliklerine yer verilmesi ile birlikte öğrencilerin modelleme becerilerinin ve buna bağlı olarak matematiksel becerilerinin gelişimine yardımcı olunabilir. Zira bugün yapılan birçok araştırma söz konusu problem durumlarının matematik sınıflarında kullanımının sayısız avantajlarını ortaya koymaktadırlar. Gerçek ve gerçeğe yakın modelleme problemlerinin öğrencilerin dikkatini ve ilgisini artırdığı (Blum, 2011; Bonotto, 2007; Bracke ve Geiger, 2011; Kim ve Kim, 2010; Maaß, 2011; Yu ve Chang, 2011) bununla birlikte başarı üzerine olumlu etkisinin olduğu (Blum, 2011; Boaler, 2001; Çiltaş, 2011; Doruk, 2010; Güzel ve Uğurel, 2010; Sağırlı ve ark., 2010) ve öğrencilerin matematiği gerçek yaşamla ilişkilendirmelerine yardımcı olduğu (Deniz ve Akgün, 2014;Frejd, 2012; ve Maaß, 2011) yönünde çok sayıda araştırma mevcuttur.

Matematiksel modelleme günümüzde matematik müfredatlarında yerini almış durumdadır ve modelleme etkinliklerine ilkokuldan ortaöğretime kadar tüm kademelerde yer verilmektedir. Fakat bu etkinliklerin öğretmenlerce etkili olarak kullanımı oldukça önemlidir. Bunun için öğretmenlerimiz modelleme ile ilgili olarak seminerler, v.b etkinliklerle desteklenmeli ve bilgilendirilmelidir. Ayrıca öğrencilerin modelleme süreçlerindeki zihinsel aktivitelerini ve kullandıkları matematiksel becerilerini ayrıntılı olarak ele alarak inceleyen çalışmaların planlanması ve yürütülmesi ile matematiksel modelleme bağlamında ülkemizdeki öğrenme ortamlarının mevcut durumu hakkında daha fazla bilgiye sahip olunabilecektir. Böylece mevcut eksiklikler gözlenebilecek ve giderilmesine yönelik tedbirler alınabilecektir.

KAYNAKLAR

Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol: J.W.Arrowsmith Ltd.

Blomhoj, M., &Kjeldsen, T. (2006). Teaching mathematical modeling through projectwork. *Zentralblatt fürDidaktik der Mathematik*, *38*(2), 163-177.

Blum, W., & Kaiser, G. (1997). Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modeling problems? In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modeling (ICTMA–12): Education, Engineering and Economics* (pp. 222–231). Chichester: Horwood Publishing.

Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. W., & Niss, M. (2007).*Modelling and applications in mathematics education*. New York: Springer.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*(p. 15-30). New York: Springer.

Boaler, J. (2001). Mathematical modelling and new theories of learning, *Teaching Mathematics and its Applications, 20(3),* 121-128.

Bond, T. G., & Fox, C. M. (2007). *Fundamental measurement in the human sciences*. Routledge.

Bonotto, C. (2007). How to replace word problems with activities of realistic mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education*: *The 14th ICMI Study* (p. 185-192). New York: Springer.

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 86-95

Bracke, M., & Geiger, A. (2011).Real-world modelling in regularlessons: A long-term experiment. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (p. 529-549). New York: Springer.

Crouch, R. M., & Haines, C. R. (2007). Exemplar models: Expert-novice student behaviours. In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling, education, engineering and economics: The ICTMA 12 study* (pp. 101–109), Chichester: Horwood Publishing.

Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı, Erzurum). https://tez2.yok.gov.tr adresinden edinilmiştir.

Çiltaş, A., & Işık, A. (2013). Matematiksel modelleme yoluyla öğretimin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme becerileri üzerine etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *13*(2), 1177-1194.

Çimen, E. E. (2008). *Matematik öğretiminde, bireye "Matematiksel Güç" kazandırmaya yönelik ortam tasarımı ve buna uygun öğretmen etkinlikleri geliştirilmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir). https://tez2.yok.gov.tr adresinden edinilmiştir.

De Franco, T. C., & Curcio, F. R. (1997). A division problem with a remainder embedded across two contexts: Children's solutions in restrictive versus real-world settings. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 19*(2), 58-72.

De Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 4998). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Dede, A. T., & Yılmaz, S. (2013). Examination of primary mathematics student teachers' modelling competencies. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, *4*(3), 185-206.

Deniz, D., & Akgün, L. (2014). Ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel modelleme yönteminin sınıf içi uygulamalarına yönelik görüşleri. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *4*(1), 103-116.

Didiş, M. G., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., & Alacacı, C. (2015).Pre-service mathematics teachers' views regarding the role of examining students' work in understanding students' ways of thinking. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, *6*(2), 139-162. doi: 10.16949/turcomat.50978

Doerr, H. M. (1997). Experiment, simulation and analysis: An integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal of Science Education, 19*, 265–282.

Doruk, B. K. (2010). *Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı, Ankara.

Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online, 10*(1), 364-377.

Eraslan, A. (2012). Prospective elementary mathematics teachers' thought processes on a model eliciting activity. *Educational Sciences: Theory & Practice, 12*(4), 2953-2968.

Elhan, A. H., & Atakurt, Y. (2005). Ölçeklerin değerlendirilmesinde niçin Rasch analizi kullanılmalıdır? Why is it necessary to use Rasch analysis when evaluating measures? *Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Mecmuası, 58*(01), 47-50.

Ferri, B. R. (2011). Effective mathematical modelling without blockages- a commentary. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: The 14. ICMTA study* (pp. 181–185), New York: Springer.

Frejd, P. (2012). Teachers' conceptions of mathematical modelling at Swedish Upper Secondary school. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(5), 17-40.

Galbraith, P., & Stillman, G. (2006).A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM, 38*(2), 143 – 162.

Stillman, G. A., & Galbraith, P. L. (1998). Applying mathematics with real world connections: Metacognitive characteristics of secondary students. *Educational Studies in Mathematics*, *36*(2), 157-194.

Ginsburg, R. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: aims, rationales, techniques. *For the Learning of Mathematics, 1*(3), 4–11.

Güzel, E. B., & Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29*(1), 69-90.

Hebborn, J., Parramore, K., & Stephens, J. (1997). *Decision mathematics 1*. Bath: The Bath Press.

Haines, C.R., & Crouch, R. M. (2007). Mathematical modelling and applications: ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), Modelling and applications in mathematics education (pp. 417-424), New York, Springer.

Hıdıroğlu, Ç. N., & Bukova Güzel, E. (2015). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede ortaya çıkan üst bilişsel yapılar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 6*(2), 179-208.

Ikeda, T., Stephens, M., & Matsuzaki, A. (2007).A teaching experiment in mathematical modelling. In C. Haines P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics*(p. 101-109). Chishester, UK: ICTMA 12, Horwood Publishing.

Jensen, T. H. (2007). Assessing mathematical modelling competency. *In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), Mathematical Modeling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (p.141-148). Chichester: Horwood Publishing.

Ji, X. (2012, July).*A quasi-experimental study of high school students' mathematics modelling competence.* Paper presented at 12th International Congress on Mathematical Education, COEX, Seoul, Korea.

Kaiser, G. (2007). *Modelling and modelling competencies in school. Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, 110-119.

Kaiser, G.,Schwarz, B.,& Tiedemann, S. (2010). Future teachers' Professional knowledge on modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (p. 433-444), New York: Springer.

Kan, A. (2009). Ölçme sonuçları üzerinde istatistiksel işlemler. H. Atılgan (Eds.), *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* içinde (s. 397-456). Ankara: Anı Yayıncılık.

Keskin, Ö. Ö. (2008). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yapabilme becerilerinin geliştirilmesi üzerine bir araştırma*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Ankara. https://tez2.yok.gov.tr adresinden edinilmiştir.

Kim, S. H., & Kim, S. (2010). Theeffects of mathematical modeling on creative production ability and self-directed learning attitude, *Asia Pasific Education Review. 11*, 109-120. doi: 10.1007/s12564-009-9052-x

Lesh, R., & Doerr, H. (2003).Foundations of a model and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh, H. M. Doerr (Eds), *Beyond constructivism: A models & modeling perspective on mathematics problem solving, learning & teaching*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc

Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, *2*, 763-804.

Maaß, K. (2004). *Mathematisches modellieren im unterricht. Ergebnisse einer empirischen studie*. Hildesheim: Franzbecker.

Maaß, K. (2006). What ar emodelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM,* 38 (2), 113-142.

Maaß, K. (2011). Identifying drivers for mathematical modelling – a commentary. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferrive G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 367-373), New York: Springer.

MEB. (2005). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

MEB. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara:Milli Eğitim Basımevi.

Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco: Jossey-Bass.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded source book (2nd Ed.).* Thousand Oaks, CA: Sage.

Moscardini, A. O. (1989). The identification and teaching of mathematical modelling skills. In M. Niss, W. Blum & I. Huntley (Eds.), *Modelling applications and applied problem solving* (p. 36-42). England: Halsted Press.

Murata, A., & Kattubadi, S. (2012). Grade 3 students' mathematization through modeling: Situation models and solution models with multi-digit subtraction problem solving. *Journal of Mathematical Behavior*, *31*(1), 15-28.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).(2000). *Principles and standards for school mathematics*. VA: Reston.

OECD (2000). Measuring student knowledge and skills: The PISA assessment of reading, mathematical and scientific literacy. Paris: OECD.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation.* California: Sage Publications.

Sağırlı, M. Ö., Kırmacı, U., & Bulut, S. (2010). Türev konusunda uygulanan matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarılarına ve öz-düzenleme becerilerine etkisi. *Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *3*(2), 221-247.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense-making in mathematics. In D.A. Grouws (Eds.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp.334-370). New York: Macmillan Publishing Company.

Sekerak, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The Teaching of Mathematics, 13(2),* 105-112.

Sol, M.,Giménez, J., & Rosich, N. (2011). Project modelling routes in 12–16-year-old pupils. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: The 14. ICMTA study* (p. 231–240). New York: Springer.

Soylu, Y. & Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. *İnönü Eğitim Fakültesi Dergisi,* 7(11), 97–111.

Şirin, S. R., & Vatanartıran, S. (2014). *PISA 2012 değerlendirmesi: Türkiye için veriye dayalı eğitim reformu önerileri.* İstanbul: TÜSİAD Yayınları.

Thomas, K., & Hart, J. (2010). Pre-service teacher perceptions of model eliciting activities. In R. Lesh et al. (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (p. 531-539). New York, NY: Springer Science & Business Media.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Netherlands: Swets& Seitlinger.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2002). Everyday knowledge and mathematical modeling of school word problems. In Symbolizing, *Modeling and tool use in mathematics education* (pp. 257-276).Springer Netherlands.

Voskoglou, M. (2007).A stochastic model for the modeling process. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modeling: Education, engineering and economics* (p. 149-157). ICTMA12, Chichester: Horwood Pub.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yin, R. K. (1989). *Case study research: Design and methods, revised edition*: *Applied social research methods series*. London: Sage.

Yu, S., & Chang, C. (2009).*What did Taiwan mathematics teachers think of model-eliciting activities and modeling?* Paper presented at 14.International Conference on the Teaching of Mathematical Modeling and Applications, ICTMA-14,University of Hamburg, Hamburg.

Yu, S. Y., & Chang C. K., (2011). What did Taiwan mathematics teachers think of model-eliciting activities and modelling teaching? In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri& G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (p. 147-156). New York: Springer.

Zbiek, R. M., & Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 63*(1), 89 112.

Ek 1: Modelleme Becerisi Dereceli Puanlama Anahtarı

PA. Problemi Anlama Aşaması

PA. 0. Problemde yer alan matematiksel modeli anlamlandıramaz/ Problemde yer alan ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade edemez.

PA. 1. Problemde yer alan matematiksel modeli anlamlandırabilir fakat gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlayamaz/ Problemde yer alan ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade edebilir fakat oluşturduğu yardımcı matematiksel modelleri gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlamakta ve kullanmakta güçlük çekmektedir.

PA. 2. Problemde yer alan matematiksel modeli anlamlandırabilir ve gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlayabilir/ Problemde yer alan ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade edebilir ve gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlayabilir.

YMM. Problemin Analizi ve Yardımcı Matematiksel Modellerin Oluşturulması Aşaması

YMM. 0. Problemde yer alan matematiksel modeli problemle ilişkili olarak kullanamamakta, problemi anlamak ve farklı durumları gözlemlemek adına yardımcı matematiksel modelleri oluşturamamaktadır.

YMM.1. Problemde yer alan matematiksel modeli/oluşturduğu yardımcı matematiksel modelleri problemle ilişkili olarak kullanmakta fakat farklı durumları gözlemlemek adına söz konusu model/modellerden yararlanmakta oluşturduğu modeli gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlamakta güçlük çekmektedir.

YMM. 2. Problemin çözümü için yardımcı matematiksel modellerden yararlanabilmekte ve söz konusu modelleri gerçek yaşamla ilişkili olarak yorumlayabilmektedir.

PÇ. Ana Matematiksel Modellerin Oluşturulması ve Problemin Çözümü Aşaması

PÇ. 0. Problemin çözümü için gerekli ana matematiksel modeli oluşturamamakta/ probleme uygun çözüm yolunu geliştirememektedir.

PÇ. 1. Problemin çözümü için gerekli ana matematiksel modeli oluşturmakta / oluşturduğu modeli problemle ilişkili olarak yorumlamakta ve kullanmakta güçlük çekmektedir.

PÇ. 2. Problemin çözümü için oluşturduğu matematiksel modelleri etkili olarak kullanabilmektedir.

ÇY. Çözümün Gerçek Yaşama Bağlı Olarak Yorumlanması Aşaması

ÇY. 0. Elde ettiği matematiksel sonuçların gerçek yaşamdaki karşılığını yorumlayamamaktadır veya yanlış yorumlamaktadır.

ÇY. 1. Elde ettiği matematiksel sonuçları problemle ilişkili olarak tam anlamıyla yorumlayamamakta, matematiksel verilerin gerçek yaşam karşılığını görmekte güçlük çekmektedir.

ÇY. 2. Elde ettiği matematiksel sonuçları problemle ilişkili olarak yorumlayabilmekte, çözümlerini farklı durumlara genelleyebilmektedir.

ÇD. Çözümün Doğrulanması Aşaması

ÇD. 0. Oluşturduğu matematiksel modelin ve modele dayalı çözümün geçerliliği hakkında karar verememekte veya yanlış kararlar vermektedir.

ÇD. 1. Oluşturduğu matematiksel modelin ve modele dayalı çözümün geçerliliği hakkında her zaman etkili kararlar verememektedir.

ÇD. 2. Oluşturduğu matematiksel modelin ve modele dayalı çözümün geçerliliği hakkında karar verebilmekte, işlemleri, düşünceleri ve basamakları kontrol edebilmektedir.

The Interpretation of Mathematical Modelling Skills of High School Students in the Activities of Using Mathematics

Hayal YAVUZ MUMCU[iv], *Adnan BAKİ*[v]

Extended Abstract: Today, the need for individuals who can efficiently use the mathematics they have learnt in their daily lives, recognize the real and dynamic side of mathematics and find effective solutions to real problems they encounter in life, have mathematical knowledge and skills and who are aware of the relationship between mathematics and reality is increasing day by day. Being aware of and using mathematics in real life is an important objective in the curriculums of all grades (MoNE, 2013; NCTM, 2000). The mathematics curriculum renewed in 2005 and revised lastly in 2013 by the Ministry of National Education (MoNE) aims to teach the mathematical thinking system and to structure fundamental mathematical skills and capabilities which are based on these skills according to real life problems (Sağırlı, Kırmacı and Bulut, 2010). The vision of the new mathematics curriculum changed as follows: "raising individuals who can use mathematics in their lives as needed, build a relationship between real life situations and mathematics, produce different solutions to problems they encounter, have analytical thinking as well as such skills as reasoning and association. According to the renewed curriculum, mathematical modelling and problem solving can be count among the mathematical skills and capabilities aimed to be developed at the end of teaching processes (MoNE, 2013; p. 4). Thus, it is seen that the real life problems that require the use of mathematics and modeling processes are in the focus of the new curriculum. According to the results of PISA (The Programme for International Student Assessment) and TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) that are known to be some of the most comprehensive international studies on the use of mathematics, the students studying in our country are pretty far behind with regards to using mathematics in real life, in comparison to other countries. Accordingly, the following question comes to the forefront: "Why the students in our country cannot use mathematics in their daily lives?". In the present study, it is aimed to find out the cognitive obstacles that students have about using mathematics in real life based on the above-mentioned study question. Even though there are different studies in the literature relevant to this subject, it is seen that the number of descriptive studies carried out at secondary school level is very limited. The present study is very important with regards to observing how the young people who received education according to the current mathematics curriculum and came to the end of basic education use mathematics in real life and examining how they use the mathematical modelling skills in the solution of real-life problems elaborately. Based on the results of the study, the cognitive obstacles the students encounter in modelling processes can be found out and it will be easier to develop solutions in order to eliminate these obstacles. Within the scope of the present study, it was aimed to interpret how 6 students who received mathematics education according to the new curriculum in an Anatolian High School used the mathematical modelling skills in real-life.

The present study is a special case study. The study group consists of 6 students studying at 12th grade in an Anatolian High School in Trabzon and who had low, average and high mathematical achievement respectively were chosen (2 from each level). 3 of the students were females and the other 3 were males. While choosing the students, their academic achievement levels in mathematics were taken into account. In this regard, purposeful sampling method from random sampling methods was used in the study. "Problems for Using Mathematics" (PUM) created for observing the mathematical modelling skills of students in daily life, voice records taken during clinical interviews with students and "Modelling Skill Graded Credit Scale" were used for data collection. The pilot study results and expert opinion were used for ensuring the validity of PUM. In the pilot study, the resolvability of the existing problems by the students and whether the problems provided a sufficient insight about the analysis of

[iv] Ordu University, hayalym52@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6720-509X

[v] Karadeniz Technical University, abaki@ktu.edu.tr, ORCID: 0000-0002-1331-053X

modelling processes were investigated. Thus, the problems prepared accordingly and the pilot study results were submitted to the opinion of 5 expert mathematics teachers. As a result of the pilot study, the language, level and content validity of the interview questions and of the Problems for Using Mathematics that would be used in the present study were ensured.

As for the reliability of PUM, it was ensured using the partial credit model (Rasch Analysis) in line with the data reached in the pilot study. In developing the Modelling Skill Graded Credit Scale, the transcripts obtained as a result of the pilot study as well as the relevant literature were used. There are different solution processes for each problem in PUM and thus different uses of modelling skill. Hence, it is necessary that each problem is associated with sub-skills within the Modelling Skill Graded Credit Scale. In this regard, the behaviors corresponding to the sub-skills in the MSGCS with regards to the solution process of the problems in PUM were specified separately by two researchers who carried out the study. In the end, the analyses were compared using P (Percentage of Compromise) = [Na (Agreement) / Na (Agreement) + Nd (Disagreement)] X 100 formula (Miles and Huberman, 1994) in order to ensure the reliability of the study. In order to evaluate students' answers for each stage of the MSGCS, the frequency values of students' answers relevant to each stage were handled with the MSGCS score in question and "students' total scores in the problem" were calculated. The total scores can range between 0 (0x6) and 12 (2x6) while student averages relevant to each stage can be between 0 (0x8) and 16 (2x8).

As a result of the study, it was seen that the students used mathematical modelling skills for solving problems in their real lives, especially at the point of understanding the problem and the point averages of the students gradually declined along the process and reached its lowest at the crosscheck stage. Another striking point was the students' lack of knowledge about the meaning of 'mathematical modelling'. Most of the students did not know what "modelling" meant. They could not understand such questions as "Can you model the existing situation?" and "Can you describe the existing situation in mathematical terms?" asked by the teacher and responded as follows: "So? What am I actually supposed to do?". Thus, when the teacher simply said "Can you write a mathematical equation?", most of the students failed. During the long-term clinical interviews carried out at the same time with the present study, it was observed that all students did not learn the mathematical concepts in detail. In most cases, they could not use the concepts in different situations except for the question types they learnt in the classroom. This means that significant learning could not be achieved. The majority of the students knew fundamental mathematical concepts, but they could not use them in different questions except for the ones they learnt by heart. Though students created the impression that they did not know the concepts at all in some cases, it was observed that they successfully used the concepts when a familiar question was asked. In conclusion, it can be said that most of the students did not have a deep understanding of mathematics and were far from conceptual understanding. When the results of the present study were handled based on each question, it was observed that students had difficulty especially with problems that they were not familiar with and did not encounter frequently before and with problems where the existing data was not provided explicitly but expressed with mathematically modelling whereas they could much more easily create and interpret mathematical models in the case of problems that they encountered in their coursebooks or in lessons (or similar problems) and they solved before. Thus, it can be said that the modelling performance of the students is about whether they encounter the problems in question before. As a result of the study, it was observed that the students' knowledge of mathematical modelling was insufficient and they were generally unsuccessful in these processes. When the students' achievement scores were taken into account, it was seen that they became more successful in problems that they encountered before and were familiar with in comparison to other problems. Based on the results, it can be recommended to make sure that students come across modelling problems more often in their learning environments. Today, mathematical modelling is given a place in mathematics curriculums and modelling activities are provided at all grades beginning from primary school until secondary school. However, it is very important that teachers use these activities effectively. So, teachers' awareness about modelling should be increased through seminars, meetings and similar events. It should be ensured that they have detailed information about the modelling process, the stages of the process and how this process is evaluated, in such seminars.

***Key Words**: Using mathematics, Modelling, Real life problems*